【5】=====================================

問題のデータパス部に含まれる各部分回路は下記の機能を持つ.

1:　4 ビットのシフトレジスタ SR-a および SR-b は，以下の 4 つの機能を有する.

(00)　格納している 4 ビットを変えない

(01)　4 ビットの入力を同時に取り込む

(10)　左に 1 ビットシフトし，最下位ビットに入力 I_R を取り込む

(11)　右に 1 ビットシフトし，最上位ビットに入力 I_L を取り込む

2:　全加算器 FA は，4 つの 1 ビット入力 a, b, c の加算をし，carry と sum の各 1 ビットを出力する. 従って，図に示された接続関係から，SR-a に格納された 4 ビットの数の最下位ビット，SR-b に格納された 4 ビットの数の最下位ビット，および D フリップフロップ　DFF_c　に格納された 1 ビット c_4 を加算し，sum を SR-a の最上位ビットに，carry を D フリップフロップ　DFF_c　に格納する.

3:　縦続接続された 4 個の D フリップフロップ　DFF_3, DFF_2, DFF_1, DFF_0　から成る部分回路を 4 カウンタと呼ぶと，これは以下の機能を有する.

(0)　(0 0 0 0)　なる 4 ビットを同時に入力する

(1)　右に 1 ビットシフトし，最上位ビットに入力 1 を取り込む

4:　D フリップフロップ　DFF_c　は以下の機能を有する.

(0)　格納している値を再度取り込む

(1)　全加算器 FA の出力 carry をを取り込む

5:　Ovf を保持する D フリップフロップの値は，$\mathrm{Ovf} = c_4 \oplus \mathrm{carry}$　であるから，この値を見ることにより，2 の補数表現された 4 ビットの加算がオーバーフローしたか否かを検出できる.

従って，このデータパス部に問題で指示された動作を行わせるには，以下の手順を実行すればよいことが分かる. その手順をプログラム風に書くと以下のようになる.

0°:　制御入力 start が 1 になるまで待機し，1 になったら次に行く.

1°:　シフトレジスタ SR-a の全ビットを 0 にする.

2°:　加算すべき 4 ビットの数　$\mathbf{a}_i = (a_{i3}\, a_{i2}\, a_{i1}\, a_{i0})_2^{2C}$　をシフトレジスタ SR-b に入れると共に 4 カウンタに (0 0 0 0)　を入れる.

3°:　SR-a の最下位ビット，SR-b の最下位ビット，および c_4 を加算し，sum を SR-a の最上位ビットに，carry を D フリップフロップ　DFF_c　に，Ovf の値を D フリップフロップ DFF に入れた後，SR-a, SR-b, および 4 カウンタを右に 1 ビットシフトする.

4°:　4 カウンタの最下位ビット d_0　が 0 ならば 3°　に戻り，1 ならば（すなわち，3°　の操作を 4 回実行したならば），Ovf　の値に応じて次の操作を行う.

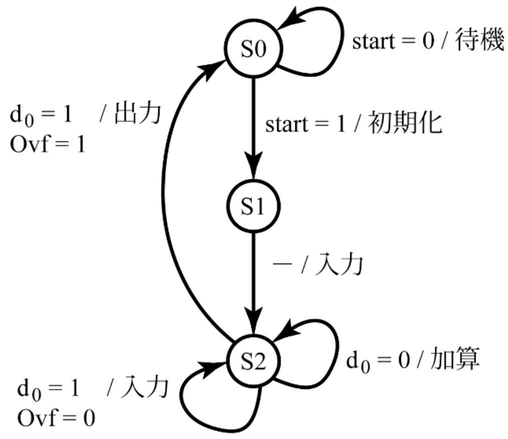
5°:　Ovf = 0 ならば 2°　に戻り，1 ならば，結果を出力して 0°　に戻る.

(i) ミーリ型順序回路

上記の手順から，ミーリ型順序回路（ミーリ型有限状態機械，7 章 7.3）の状態遷移表および出力表として，下表のようなものを考えればよいことが分かる．もちろん，これは 1 例であって，他にも考えられる．

状態遷移表				出力表					
現状態	制御入力	ステータス信号	次状態	動作	制御信号				制御出力
	start	d_0, Ovf			CSa1, CSa0	CSb1, CSb0	CScry	CScnt	done
S0	0	－，－	S0	待機	＊，＊	＊，＊	＊	＊	0
	1	－，－	S1	初期化	0, 1 SR-a' := (0 0 0 0)	＊，＊	＊	＊	0
S1	－	－，－	S2	入力	0, 0 変化無し	0, 1 SR-b' := $(a_{i3}\ a_{i2}\ a_{i1}\ a_{i0})$	0 $c \leftarrow 0$, $c_4' := c_4$	0 $(d_3\ d_2\ d_1\ d_0)'$:= (0 0 0 0)	0
S2	－	0, －	S2	加算	1, 1 shift-right	1, 1 shift-right	1 $c \leftarrow c_4$, c_4' := carry	1 $(d_3\ d_2\ d_1\ d_0)'$:= $(1\ d_3\ d_2\ d_1)$	0
	－	1, 0	S2	入力	0, 0 変化無し	0, 1 SR-b' := $(a_{i3}\ a_{i2}\ a_{i1}\ a_{i0})$	0 $c \leftarrow 0$, $c_4' := c_4$	0 $(d_3\ d_2\ d_1\ d_0)'$:= (0 0 0 0)	0
	－	1, 1	S0	出力	0, 0 変化無し	0, 0 変化無し	0 $c \leftarrow 0$, $c_4' := c_4$	＊	1

上の表で，入力の欄の横棒『－』は（例えば，start の列の『－』は），その入力（start）の値を次状態あるいは出力の値を決定するために用いない（すなわち，その入力の値が 0 でも 1 でも，次状態および出力を表に示したようにするので，無視してよい）ことを意味し，出力の欄の＊はドントケアを示す．また，『:=』は次状態において，左辺の値が右辺で示されたものになることを意味する．例えば，制御信号 CSa1, CSa0 の列の初期化動作の行（状態 S0）に書かれた『SR-a' := (0 0 0 0)』は，4 ビットのシフトレジスタ SR-a に格納された値が，CSa1 = 0 および CSa0 = 1 とすることにより，次状態 S1 において (0 0 0 0) となることを示す．従って，状態 S1 においてシフトレジスタ SR-a の最下位ビット q_0 の値は 0 である．これに対して，『←』は，遅延（6 章 6.10）はあるものの，その状態において，左辺の値は右辺のものになることを示す．例えば，制御信号 CScry の列の加算動作の行（状態 S2）に書かれた『$c \leftarrow c_4$』は，全加算器 FA の入力 c の値が，CScry = 1 とすることにより，状態 S2 において，DFF_c に格納された c_4 の値になることを意味する．これらの表から，状態遷移図を作成すると，下図となる．



今，状態の個数は 3 個なので，2 つの状態変数 v, w を用い，初期状態 S0 を (v, w) = (0, 0) とする．そうすると，これらを格納する D フリップフロップとして，値を 0 に初期化できるリセット入力付きの D フリップフロップ（5 章演習問題【4】の図 5.3）を用いることができる．ただし，これらの状態を格納するための D フリップフロップの初期化（値を 0 にする）操作は，上に示した状態遷移図の動作を行わせるより前に行っておかねばならない．

さらに，S1 および S2 の符号を下の表のように状態割り当てすると，状態遷移表および出力表は下のようになる．

状態遷移表				出力表				
現状態 v, w	制御入力	ステータス信号	次状態 v’, w’	制御信号				制御出力
	start	d_0, Ovf		CSa1, CSa0	CSb1, CSb0	CScry	CScnt	done
S0 0, 0	0	ー，ー	S0 0, 0	＊，＊	＊，＊	＊	＊	0
	1	ー，ー	S1 0, 1	0, 1	＊，＊	＊	＊	0
S1 0, 1	ー	ー，ー	S2 1, 0	0, 0	0, 1	0	0	0
S2 1, 0	ー	0，ー	S2 1, 0	1, 1	1, 1	1	1	0
	ー	1，0	S2 1, 0	0, 0	0, 1	0	0	0
	ー	1，1	S0 0, 0	0, 0	0, 0	0	＊	1

これより，v’ および w’ のカルノー図は下図のようになり，これらより，v および w の状態方程式が得られる．

v'

v, w ＼ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	1	1	1	1	1	1	1	1
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	0	1	1	0	1	1

$$v' = w + v \cdot \overline{d_0} + v \cdot \overline{Ovf}$$

w'

v, w ＼ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	1	1	1	1
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	0	0	0	0	0	0	0	0

$$w' = \bar{v} \cdot \bar{w} \cdot start$$

さらに，各出力のカルノー図および出力方程式は下のようになる．

CSa1

v, w ＼ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	0	0	0	0
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	0	0	0	0	1	1

$$CSa1 = v \cdot \overline{d_0}$$

CSa0

v, w \ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	1	1	1	1
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	0	0	0	0	1	1

$$\mathrm{CSa0} = \bar{\mathrm{v}} \cdot \bar{\mathrm{w}} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d}_0}$$

CSb1

v, w \ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	*	*	*	*
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	0	0	0	0	1	1

$$\mathrm{CSb1} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d}_0}$$

CSb0

v, w \ start,d_0,Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	*	*	*	*
01	1	1	1	1	1	1	1	1
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	0	0	1	1	0	0	1

$$\mathrm{CSb0} = \mathrm{w} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{Ovf}}$$

CScry

v, w \ start, d_0, Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	*	*	*	*
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	0	0	0	0	1	1

$$\mathrm{CScry} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}}$$

CScnt

v, w \ start, d_0, Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	*	*	*	*	*	*	*	*
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	1	1	*	0	0	*	1	1

$$\mathrm{CScnt} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}}$$

done

v, w \ start, d_0, Ovf	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	0	0	0	0	0	0	0
11	*	*	*	*	*	*	*	*
10	0	0	1	0	0	1	0	0

$$\mathrm{done} = \mathrm{v} \cdot \mathrm{d_0} \cdot \mathrm{Ovf}$$

そこで，状態変数 v および w の値を格納する D フリップフロップの入力変数をそれぞれ d_v および d_w とすると，これらおよび各出力は，

$$\mathrm{X} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}}\ , \qquad \mathrm{Y} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{Ovf}}\ , \qquad \mathrm{Z} = \overline{\mathrm{v}} \cdot \overline{\mathrm{w}}$$

とすると，次式で決定できる．

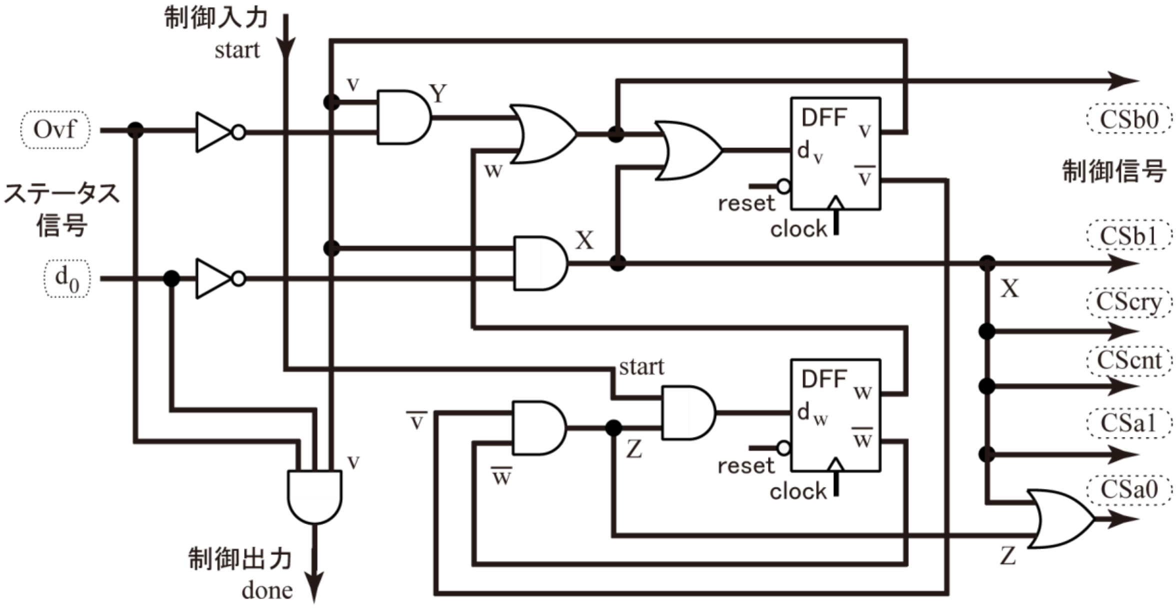
$$\mathrm{d_v} = \mathrm{w} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{Ovf}} = \mathrm{w} + \mathrm{X} + \mathrm{Y} = \mathrm{X} + \mathrm{CSb0}\ , \qquad \mathrm{d_w} = \bar{\mathrm{v}} \cdot \bar{\mathrm{w}} \cdot \mathrm{start} = \mathrm{Z} \cdot \mathrm{start}$$

$$\mathrm{CSa1} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} = \mathrm{X}\ , \qquad \mathrm{CSa0} = \bar{\mathrm{v}} \cdot \bar{\mathrm{w}} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} = \mathrm{Z} + \mathrm{X}$$

$$\mathrm{CSb1} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} = \mathrm{X}\ , \qquad \mathrm{CSb0} = \mathrm{w} + \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{Ovf}} = \mathrm{w} + \mathrm{Y}$$

$$\mathrm{CScry} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} = \mathrm{X}\ , \qquad \mathrm{CScnt} = \mathrm{v} \cdot \overline{\mathrm{d_0}} = \mathrm{X}\ , \qquad \mathrm{done} = \mathrm{v} \cdot \mathrm{d_0} \cdot \mathrm{Ovf}$$

これらより，下図のような回路を得る．この回路では，論理ゲートの個数を減らすため，共通論理式を利用して回路の多段化（4 章 4.10）が行われているため，出力回路と状態遷移回路が渾然となっているが，出力の値の決定に入力が用いられていることが分かるであろう．

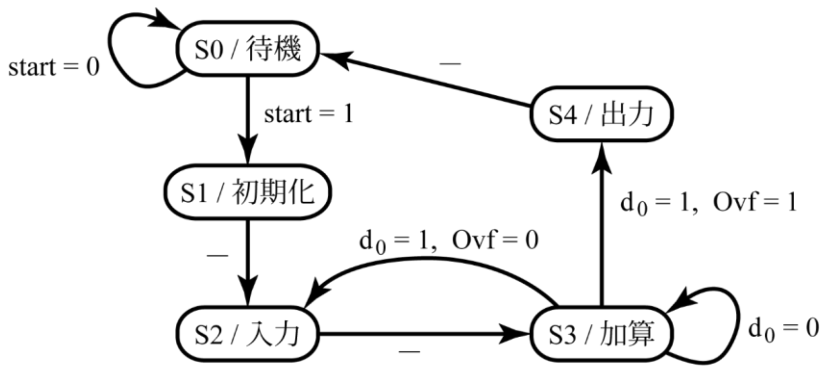


(ii)　ムーア型順序回路

ムーア型順序回路（ムーア型有限状態機械）の状態遷移表および出力表として，下記のような機能のものを考えれば，与えられたデータパス部に所望の動作を行わせることができる．もちろん，ミーリ型の順序回路の場合と同様 1 例であって，他にも考えられる．

状態遷移表				出力表					
現状態	制御入力	ステータス信号	次状態	動作	制御信号				制御出力
	start	d_0, Ovf			CSa1, CSa0	CSb1, CSb0	CScry	CScnt	done
S0	0	－，－	S0	待機	＊，＊	＊，＊	＊	＊	0
	1	－，－	S1						
S1	－	－，－	S2	初期化	0, 1 SR-a' := (0 0 0 0)	＊，＊	＊	＊	0
S2	－	－，－	S3	入力	0, 0 変化無し	0, 1 SR-b' := (a_{i3} a_{i2} a_{i1} a_{i0})	0 c ← 0, c_4' := c_4	0 (d_3 d_2 d_1 d_0)' := (0 0 0 0)	0
S3	－	0，－	S3	加算	1, 1 shift-right	1, 1 shift-right	1 c ← c_4, c_4' := carry	1 (d_3 d_2 d_1 d_0)' := (1 d_3 d_2 d_1)	0
	－	1，0	S2						
	－	1，1	S4						
S4	－	－，－	S0	出力	0, 0 変化無し	0, 0 変化無し	0 c ← 0, c_4' := c_4	＊	1

これらの表から得られる状態遷移図を下に示す．



今，状態の個数は 5 個なので，3 つの状態変数 u, v, w を用い，初期状態 S0 を (u, v, w) = (0, 0, 0) として，リセット入力付きの D フリップフロップを用いてこれらの状態変数の値を格納する．さらに，S1 から S4 の符号を下の表のように状態割り当てすると，状態遷移表および出力表は下のようになる．

<table>
<tr><th colspan="4">状態遷移表</th><th colspan="5">出力表</th></tr>
<tr><th rowspan="2">現状態
u， v， w</th><th>制御
入力</th><th>ステータス信号</th><th rowspan="2">次状態
u’， v’， w’</th><th colspan="4">制御信号</th><th>制御
出力</th></tr>
<tr><th>start</th><th>d_0, Ovf</th><th>CSa1,
CSa0</th><th>CSb1,
CSb0</th><th>CScry</th><th>CScn
t</th><th>done</th></tr>
<tr><td rowspan="2">S0
0， 0， 0</td><td>0</td><td>―，―</td><td>S0
0， 0， 0</td><td rowspan="2">＊，＊</td><td rowspan="2">＊，＊</td><td rowspan="2">＊</td><td rowspan="2">＊</td><td rowspan="2">0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>―，―</td><td>S1
0， 0， 1</td></tr>
<tr><td>S1
0， 0， 1</td><td>―</td><td>―，―</td><td>S2
0， 1， 0</td><td>0， 1</td><td>＊，＊</td><td>＊</td><td>＊</td><td>0</td></tr>
<tr><td>S2
0， 1， 0</td><td>―</td><td>―，―</td><td>S3
1， 0， 0</td><td>0， 0</td><td>0， 1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">S3
1， 0， 0</td><td>―</td><td>0，―</td><td>S3
1， 0， 0</td><td rowspan="3">1， 1</td><td rowspan="3">1， 1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">0</td></tr>
<tr><td>―</td><td>1，0</td><td>S2
0， 1， 0</td></tr>
<tr><td>―</td><td>1，1</td><td>S4
1， 1， 0</td></tr>
<tr><td>S4
1， 1， 0</td><td>―</td><td>―，―</td><td>S0
0， 0， 0</td><td>0， 0</td><td>0， 0</td><td>0</td><td>＊</td><td>1</td></tr>
</table>

これより，u’，v’，および w’ のカルノー図ならびにこれらの状態方程式が以下のように得られる．

u’ (u,v,w \ start,d_0,Ovf)	000	001	011	010	110	111	101	100
000	0	0	0	0	0	0	0	0
001	0	0	0	0	0	0	0	0
011	*	*	*	*	*	*	*	*
010	1	1	1	1	1	1	1	1
110	0	0	0	0	0	0	0	0
111	*	*	*	*	*	*	*	*
101	*	*	*	*	*	*	*	*
100	1	1	1	0	0	1	1	1

$$u' = v \cdot \bar{u} + u \cdot \bar{v} \cdot \overline{d_0} + u \cdot \bar{v} \cdot \overline{\mathrm{Ovf}}$$

v' (u,v,w \ start,d_0,Ovf)	000	001	011	010	110	111	101	100
000	0	0	0	0	0	0	0	0
001	1	1	1	1	1	1	1	1
011	*	*	*	*	*	*	*	*
010	0	0	0	0	0	0	0	0
110	0	0	0	0	0	0	0	0
111	*	*	*	*	*	*	*	*
101	*	*	*	*	*	*	*	*
100	0	0	1	1	1	1	0	0

$$\mathrm{v}' = \mathrm{w} + \mathrm{u} \cdot \bar{\mathrm{v}} \cdot \mathrm{d}_0$$

w' (u,v,w \ start,d_0,Ovf)	000	001	011	010	110	111	101	100
000	0	0	0	0	1	1	1	1
001	0	0	0	0	0	0	0	0
011	*	*	*	*	*	*	*	*
010	0	0	0	0	0	0	0	0
110	0	0	0	0	0	0	0	0
111	*	*	*	*	*	*	*	*
101	*	*	*	*	*	*	*	*
100	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\mathrm{w}' = \bar{\mathrm{u}} \cdot \bar{\mathrm{v}} \cdot \bar{\mathrm{w}} \cdot \mathrm{start}$$

さらに，各出力のカルノー図および出力方程式は下のようになる．

CSa1 (v, w \ u)	0	1
00	*	1
01	0	*
11	*	*
10	0	0

CSa0 (v, w \ u)	0	1
00	*	1
01	1	*
11	*	*
10	0	0

$$CSa1 = u \cdot \bar{v} \quad \text{あるいは} \quad CSa1 = \bar{v} \cdot \bar{w}$$

$$CSa0 = \bar{v}$$

CSb1

v, w \ u	0	1
00	*	1
01	*	*
11	*	*
10	0	0

CSb0

v, w \ u	0	1
00	*	1
01	*	*
11	*	*
10	1	0

$$CSb1 = \bar{v}$$

$$CSb0 = \bar{v} + \bar{u}$$

CScry

v, w \ u	0	1
00	*	1
01	*	*
11	*	*
10	0	0

CScnt

v, w \ u	0	1
00	*	1
01	*	*
11	*	*
10	0	*

$$CScry = \bar{v}$$

$$CScnt = \bar{v}$$

done

v, w \ u	0	1
00	0	0
01	0	*
11	*	*
10	0	1

$$done = u \cdot v \cdot \bar{w}$$

そこで，状態変数 u，v，および w の値を格納する D フリップフロップの入力変数をそれぞれ d_u，d_v，および d_w とすると，これらおよび各出力は，

$$X = u \cdot \bar{v}$$

とすると，次式で決定できる．

$$d_u = v \cdot \bar{u} + u \cdot \bar{v} \cdot \overline{d_0} + u \cdot \bar{v} \cdot \overline{Ovf} = v \cdot \bar{u} + X \cdot \left(\overline{d_0} + \overline{Ovf}\right)$$

$$d_v = w + u \cdot \bar{v} \cdot d_0 = w + X \cdot d_0 \quad , \qquad d_w = \bar{u} \cdot \bar{v} \cdot \bar{w} \cdot \mathrm{start}$$

$$\mathrm{CSa1} = u \cdot \bar{v} = X \quad , \qquad \mathrm{CSa0} = \bar{v}$$

$$\mathrm{CSb1} = \bar{v} \quad , \qquad \mathrm{CSb0} = \bar{v} + \bar{u}$$

$$\mathrm{CScry} = \bar{v} \quad , \qquad \mathrm{CScnt} = \bar{v} \quad , \qquad \mathrm{done} = u \cdot v \cdot \bar{w}$$

従って，下図のような回路を得る．この回路では，出力の値は状態の値だけで決定される．