

【8】 =====

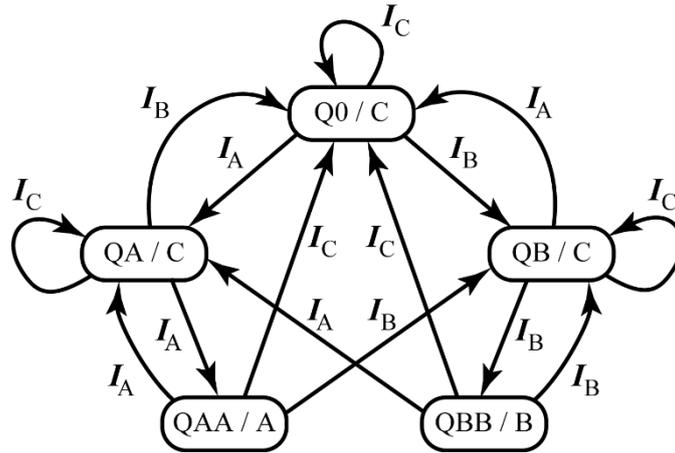
問題【7】の解答例に示したものと同一入力の集合 $I = I_A \cup I_B \cup I_C$ と出力の集合 $O = \{A, B, C\}$ を考え、次の5つの状態を持つ集合を状態の集合 Q_{Moore} とする。

- Q0 : 勝ち負けの回数が同じ : 出力はC (初期状態)
- QA : Aさんが1回勝ち越している : 出力はC
- QB : Bさんが1回勝ち越している : 出力はC
- QAA : Aさんが2回勝ち越している : 出力はA
- QBB : Bさんが2回勝ち越している : 出力はB

すなわち、ムーア型の順序回路では出力は状態のみで決定されるので、決定した勝敗を出力する状態 QAA および QBB を導入する。そうすると、状態がこれらになり、勝敗が出力される時刻は、勝敗を決するジャンケン の結果が入力された次の時刻ということになる。そこで、勝敗が出力される時刻の入力をどのように扱うかを考 えねばならない。ここでは、ジャンケンの結果は連続して入力されるものとし、問題【7】の解答例のように、勝 敗が出力される時刻の入力は、次の対戦の第1回目の結果であるとする、以下のような状態遷移表を作成 することができる。ムーア型順序回路の出力は、この表のように、各状態に付随させて書くことになる。

現状態	次状態				出力
	入 力	$I_A =$ {RS, SP, PR}	$I_B =$ {RP, SR, PS}	$I_C =$ {RR, SS, PP}	
Q0		QA	QB	Q0	C
QA		QAA	Q0	QA	C
QB		Q0	QBB	QB	C
QAA		QA	QB	Q0	A
QBB		QA	QB	Q0	B

これより、下の状態遷移図を得る。ここでも、図を簡潔にするため、各枝に付けた入力のラベルには、入力記 号ではなく、部分集合名を書いている。



問題【7】の解答例で述べたように、入力の集合 I および出力の集合 O をそれぞれ下図のように符号化する。

	$I_A =$ {RS, SP, PR}	$I_B =$ {RP, SR, PS}	$I_C =$ {RR, SS, PP}	don't care
(x_A, x_B, x_C, x_D)	(1, 0, -, -)	(0, 1, -, -)	(0, 0, -, -)	(1, 1, -, -)

	A	B	C
(z_A, z_B)	(1, 0)	(0, 1)	(0, 0)

次に、状態の集合 Q_{Moore} には5個の要素が含まれているので、3つの論理変数 q_A, q_B, q_z を用いて以下のように符号化する。すなわち、論理変数 q_A, q_B は問題【7】のときとほぼ同様な使い方であり、 q_z は勝敗が決したときに1になる変数である。もちろん、これは1例であり、最適（設計される順序回路の規模が最小）か否かは分からない。

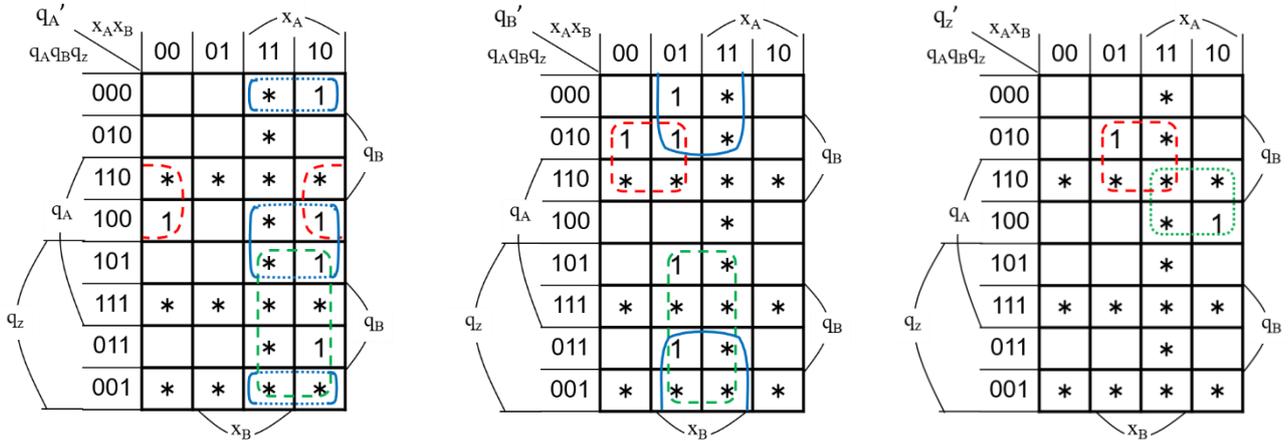
	Q0	QA	QAA	QB	QBB	don't care
(q_A, q_B, q_z)	(0, 0, 0)	(1, 0, 0)	(1, 0, 1)	(0, 1, 0)	(0, 1, 1)	(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)

こうすると、上記の状態遷移表および出力表は下のようになる。

現状態 q_A, q_B, q_z	次状態 q_A', q_B', q_z'				出力 z_A, z_B	
	x_A, x_B	0, 0 (I_C)	0, 1 (I_B)	1, 0 (I_A)		1, 1
0, 0, 0 (Q0)		0, 0, 0	0, 1, 0	1, 0, 0	*, *, *	0, 0
0, 1, 0 (QB)		0, 1, 0	0, 1, 1	0, 0, 0	*, *, *	0, 0
0, 1, 1 (QBB)		0, 0, 0	0, 1, 0	1, 0, 0	*, *, *	0, 1
1, 0, 0 (QA)		1, 0, 0	0, 0, 0	1, 0, 1	*, *, *	0, 0
1, 0, 1 (QAA)		0, 0, 0	0, 1, 0	1, 0, 0	*, *, *	1, 0
(0, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)		*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *

デジタル回路設計 <第5章: 順序回路> 解答例

この状態遷移表から、次状態の状態変数 q_A' , q_B' , q_z' のカルノー図は、下図となる。従って、これらより、最簡な積和形論理式が得られる。各論理式はカルノー図の下に示す。さらに、これらの論理式を NAND 演算に変えた式も、積和形論理式の下に示す。なお、 q_A' のカルノー図において、3 つの青色の枠で示された主項は、 $x_A \cdot \overline{q_B}$ に対応している。



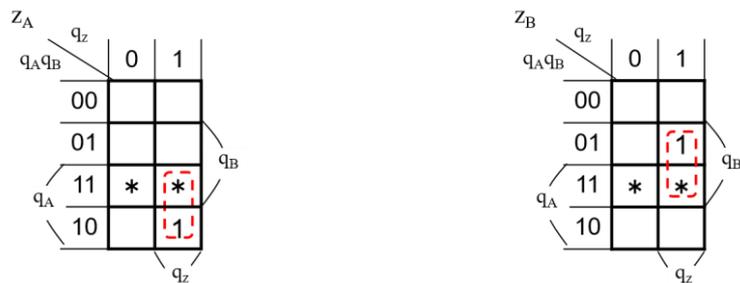
$$q_A' = x_A \cdot q_z + x_A \cdot \overline{q_B} + \overline{x_B} \cdot q_A \cdot \overline{q_z} \quad , \quad q_B' = x_B \cdot q_z + x_B \cdot \overline{q_A} + \overline{x_A} \cdot q_B \cdot \overline{q_z} \quad , \quad q_z' = x_A \cdot q_A \cdot \overline{q_z} + x_B \cdot q_B \cdot \overline{q_z}$$

$$q_A' = \overline{\overline{x_A \cdot q_z + x_A \cdot \overline{q_B} + \overline{x_B} \cdot q_A \cdot \overline{q_z}}} = \overline{(x_A \cdot q_z) \cdot (x_A \cdot \overline{q_B}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_A \cdot \overline{q_z})}$$

$$q_B' = \overline{\overline{x_B \cdot q_z + x_B \cdot \overline{q_A} + \overline{x_A} \cdot q_B \cdot \overline{q_z}}} = \overline{(\overline{x_B} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_A} \cdot q_B \cdot \overline{q_z})}$$

$$q_z' = \overline{\overline{x_A \cdot q_A \cdot \overline{q_z} + x_B \cdot q_B \cdot \overline{q_z}}} = \overline{(x_A \cdot q_A \cdot \overline{q_z}) \cdot (x_B \cdot q_B \cdot \overline{q_z})}$$

次に、出力表から、出力変数 z_A , z_B のカルノー図を作るが、出力は入力に依存しないので、下図となる。



$$z_A = q_A \cdot q_z$$

$$z_A = \overline{(q_A \cdot q_z)}$$

$$z_B = q_B \cdot q_z$$

$$z_B = \overline{(q_B \cdot q_z)}$$

さらに、初期化信号 reset が 1 のときに、3 つの D フリップフロップを初期状態 $q_A = q_B = q_z = 0$ にする初期化回路は、各 D フリップフロップの入力 d_A , d_B , および d_z に、それぞれ次式の値を入れればよい。

デジタル回路設計 <第5章：順序回路> 解答例

$$d_A = \overline{\text{reset}} \cdot D_A = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_A)}, \quad d_B = \overline{\text{reset}} \cdot D_B = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_B)}, \quad d_z = \overline{\text{reset}} \cdot D_z = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_z)}$$

ここで、 D_A 、 D_B 、および D_z は、それぞれ q'_A 、 q'_B 、および q'_z の右辺

$$D_A = \overline{(\overline{x_A} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_A} \cdot \overline{q_B}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_A \cdot \overline{q_z})} = q'_A$$

$$D_B = \overline{(\overline{x_B} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_A} \cdot q_B \cdot \overline{q_z})} = q'_B$$

$$D_z = \overline{(\overline{x_A} \cdot q_A \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_B \cdot \overline{q_z})} = q'_z$$

である。

これらを用いて、順序回路を構成することは容易であろう。そこで、その図は省略し、インバータと 2 入力 NAND ゲートだけを用いたときの回路を設計してみる。出力は直ちにインバータと 2 入力 NAND ゲートだけで構成できるので、D フリップフロップへの入力である D_A 、 D_B 、および D_z を次のように書き換える。

$$D_A = \overline{(\overline{x_A} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_A} \cdot \overline{q_B}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_A \cdot \overline{q_z})} = \overline{A \cdot X_{BQ}},$$

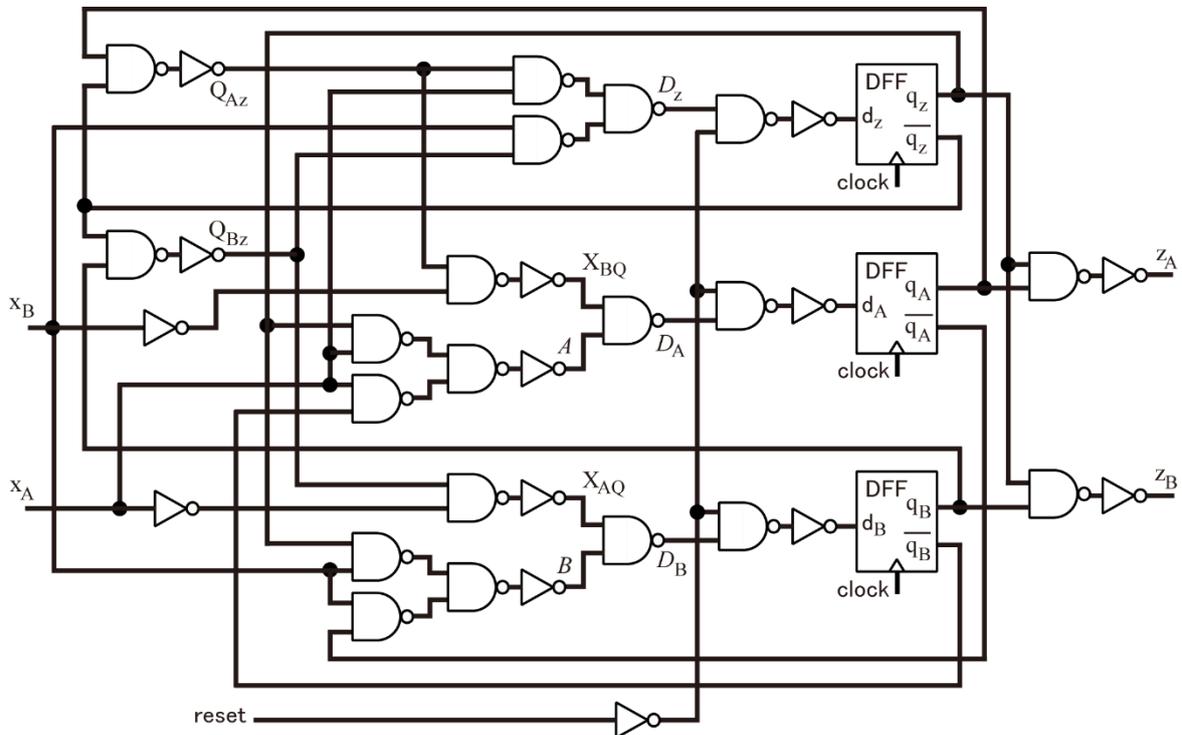
$$A = \overline{(\overline{x_A} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_A} \cdot \overline{q_B})}, \quad X_{BQ} = \overline{(\overline{x_B} \cdot q_A)}, \quad Q_{Az} = \overline{(q_A \cdot \overline{q_z})}$$

$$D_B = \overline{(\overline{x_B} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_A} \cdot q_B \cdot \overline{q_z})} = \overline{B \cdot X_{AQ}}$$

$$B = \overline{(\overline{x_B} \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_A})}, \quad X_{AQ} = \overline{(\overline{x_A} \cdot q_B)}, \quad Q_{Bz} = \overline{(q_B \cdot \overline{q_z})}$$

$$D_z = \overline{(\overline{x_A} \cdot q_A \cdot \overline{q_z}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_B \cdot \overline{q_z})} = \overline{(X_{Az} \cdot Q_{Bz})}$$

そうすると、下図を得る。



【8】 ===== 別解 =====

問題【8】の問題文は、設計すべき順序回路の条件を詳細に指定していない。従って、上に示した解以外の解も考えられる。

ムーア型の順序回路では、勝敗が出力される時刻は、勝敗を決するジャンケン結果が入力された時刻の次の時刻であることを考慮し、勝敗が出力される時刻の入力を無視することとする。すなわち、設計するジャンケン判定回路は、問題【7】や上記の解答例のように、連続して入力を受け付けるのではなく、勝敗が決したら終わる1回の勝負だけを処理するものとする。ただし、次の勝負に備えて、状態を初期状態 Q_0 にしておくことにしよう。

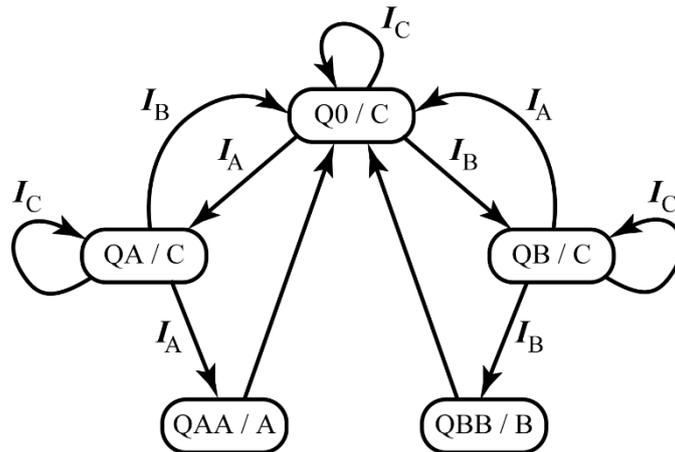
そこで、上の解答例と同様、入力集合 $I = I_A \cup I_B \cup I_C$ 、出力集合 $O = \{A, B, C\}$ 、および状態集合 Q_{Moore} を考える。各状態の意味は上の解答例と同じである。

- Q_0 : 勝ち負けの回数が同じ : 出力は C (初期状態)
- Q_A : Aさんが1回勝ち越している : 出力は C
- Q_B : Bさんが1回勝ち越している : 出力は C
- Q_{AA} : Aさんが2回勝ち越している : 出力は A
- Q_{BB} : Bさんが2回勝ち越している : 出力は B

そうすると、以下のような状態遷移表を作成できる。ただし、状態が Q_{AA} あるいは Q_{BB} のときには、入力は無視される。

現状態	次状態				出力
	入力	$I_A = \{RS, SP, PR\}$	$I_B = \{RP, SR, PS\}$	$I_C = \{RR, SS, PP\}$	
Q_0		Q_A	Q_B	Q_0	C
Q_A		Q_{AA}	Q_0	Q_A	C
Q_B		Q_0	Q_{BB}	Q_B	C
Q_{AA}		Q_0	Q_0	Q_0	A
Q_{BB}		Q_0	Q_0	Q_0	B

これより、下の状態遷移図を得る。各有向枝に付けた入力のラベルには、入力記号ではなく、部分集合名を書いているが、状態が Q_{AA} および Q_{BB} から出ている有向枝に何も書いていないのは、入力に依存しないことを意味する(ただし、実際は入力が無視される)。



上の解答例では、初期状態を Q0 にするための初期化回路を導入し、reset を 1 にすることにより状態を Q0 にしていた。そこで、勝敗を出力する状態 QAA および QBB の次状態を Q0 にするため、この初期化回路を用いてみる。すなわち、上の解答例の回路における $\overline{\text{reset}}$ を 0 にすることにより、各 DFF の次状態を 0 にし、初期状態にする。そうすると、上の解答例の回路における論理変数 D_A , D_B , および D_z の値は 0 でも 1 でもどちらでもよくなるので、 D_A , D_B , および D_z の入力方程式を求めるために作成する論理変数を用いた状態遷移表は、下記ようになる。すなわち、状態 QAA および QBB をドントケアとできる。なお、各状態、入力記号、および出力記号の符号は、上の解答例と同じである。

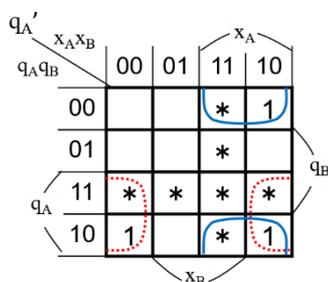
現状態 q_A, q_B, q_z	x_A, x_B	次状態 q_A', q_B', q_z'				出力 z_A, z_B
		0, 0 (I_C)	0, 1 (I_B)	1, 0 (I_A)	1, 1	
0, 0, 0 (Q0)		0, 0, 0	0, 1, 0	1, 0, 0	*, *, *	0, 0
0, 1, 0 (QB)		0, 1, 0	0, 1, 1	0, 0, 0	*, *, *	0, 0
0, 1, 1 (QBB)		*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *, *	0, 1
1, 0, 0 (QA)		1, 0, 0	0, 0, 0	1, 0, 1	*, *, *	0, 0
1, 0, 1 (QAA)		*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *, *	1, 0
(0, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)		*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *

そうすると、 $q_z = 1$ のときは全てドントケアとなっているから、状態遷移表を下記のように簡略化できる。

現状態 q_A, q_B	x_A, x_B	次状態 q_A', q_B', q_z'			
		0, 0 (I_C)	0, 1 (I_B)	1, 0 (I_A)	1, 1
0, 0 (Q0)		0, 0, 0	0, 1, 0	1, 0, 0	*, *, *
0, 1 (QB)		0, 1, 0	0, 1, 1	0, 0, 0	*, *, *
1, 0 (QA)		1, 0, 0	0, 0, 0	1, 0, 1	*, *, *
1, 1		*, *, *	*, *, *	*, *, *	*, *, *

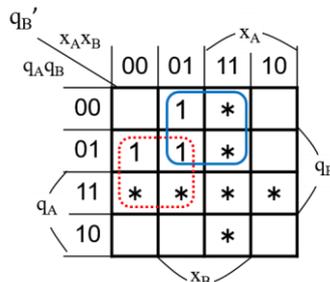
デジタル回路設計 <第5章：順序回路> 解答例

この状態遷移表から、次状態の状態変数 q_A' , q_B' , q_z' のカルノー図は、下図となる。従って、これらより、最簡な積和形論理式が得られる。各論理式はカルノー図の下に示す。さらに、これらの論理式を NAND 演算に変えた式も、積和形論理式の下に示す。



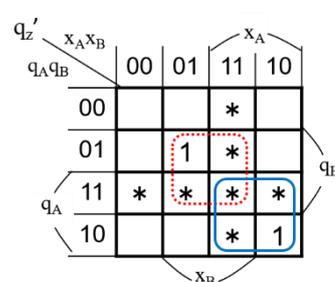
$$q_A' = x_A \cdot \overline{q_B} + \overline{x_B} \cdot q_A,$$

$$q_A' = \overline{(x_A \cdot \overline{q_B}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_A)},$$



$$q_B' = x_B \cdot \overline{q_A} + \overline{x_A} \cdot q_B,$$

$$q_B' = \overline{(x_B \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_A} \cdot q_B)},$$



$$q_z' = x_A \cdot q_A + x_B \cdot q_B$$

$$q_z' = \overline{(\overline{x_A} \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_B})}$$

出力は入力に依存せず、上の解答例と同じである。カルノー図は省略する。

$$z_A = q_A \cdot q_z$$

$$z_B = q_B \cdot q_z$$

$$z_A = \overline{(\overline{q_A} \cdot \overline{q_z})}$$

$$z_B = \overline{(\overline{q_B} \cdot \overline{q_z})}$$

次に、初期化信号をどのように作成すればよいかを考える。上の解答例の回路では、各 D フリップフロップの入力 d_A , d_B , および d_z に、それぞれ次式の値が入っている。

$$d_A = \overline{\text{reset}} \cdot D_A = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_A)}, \quad d_B = \overline{\text{reset}} \cdot D_B = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_B)}, \quad d_z = \overline{\text{reset}} \cdot D_z = \overline{(\overline{\text{reset}} \cdot D_z)}$$

そこで、 $\overline{\text{reset}}$ を、論理変数 R を用いて \overline{R} に変えた式

$$d_A = \overline{R} \cdot D_A = \overline{(\overline{R} \cdot D_A)}, \quad d_B = \overline{R} \cdot D_B = \overline{(\overline{R} \cdot D_B)}, \quad d_z = \overline{R} \cdot D_z = \overline{(\overline{R} \cdot D_z)}$$

を考え、 $R = 1$ とならなければならない場合を考える。明らかに、 $\text{reset} = 1$ のとき、 $R = 1$ とならなければならない。 $\text{reset} = 0$ のときに、 $R = 1$ とならなければならないのは、状態が QAA あるいは QBB のときであり、これらはドントケアを考慮すれば、 $q_z = 1$ のときであることが分かる。さらに、 $\text{reset} = 0$ かつ $q_z = 0$ のとき、ドントケアを除くと、 $R = 0$ でなければならないことも分かる。すなわち、R を次式で決定すれば、各 D フリップフロップを初期化でき、初期化を行わない場合には、上で定めた状態遷移をすることが分かる。

$$R = \text{reset} + q_z = \overline{(\overline{\text{reset}} + \overline{q_z})} = \overline{\overline{\text{reset}} \cdot \overline{q_z}}$$

また、 D_A , D_B , および D_z は、それぞれ q_A' , q_B' , および q_z' の右辺

$$D_A = \overline{(x_A \cdot \overline{q_B}) \cdot (\overline{x_B} \cdot q_A)},$$

$$D_B = \overline{(x_B \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_A} \cdot q_B)},$$

$$D_z = \overline{(\overline{x_A} \cdot \overline{q_A}) \cdot (\overline{x_B} \cdot \overline{q_B})}$$

とする。

これらを用いて順序回路を構成すると、下図を得る。

