【3】==

この問題は分数の変換であり，答えを分数の形で書いてよいならば，$(11/15)_{10} = (1011/1111)_2$ と書ける．

そうではなく，小数で表すならば，11/15 は 1 より小さいので，小数部を求める手法を利用して計算すればよい．すなわち，2 を繰り返し掛けることにより，小数点以下の桁の数字が順に整数部に現れる．ただし，この操作を，分数を小数に変換してから行うと，循環小数になってしまうため，分数のまま行う．

$$
\begin{aligned}
11/15\times 2 &= 1 + 7/15 \\
7/15\times 2 &= 0 + 14/15 \\
14/15\times 2 &= 1 + 13/15 \\
13/15\times 2 &= 1 + 11/15
\end{aligned}
$$

ここで，同じ値 11/15 が現れたため，循環小数になることが分かり，$(11/15)_{10} = (0.\dot{1}01\dot{1})_2$　となる．

この解が正しいことを検証する．

$$
\left(0.\dot{1}01\dot{1}\right)_2 = \lim_{\mathrm{n}\to\infty}\left[\sum_{i=1}^{\mathrm{n}}(8+2+1)\cdot 2^{(-4)\cdot i}\right] = \lim_{\mathrm{n}\to\infty}\left[\sum_{i=1}^{\mathrm{n}}(11)\cdot 16^{-i}\right] = \lim_{\mathrm{n}\to\infty}\left[11\cdot\sum_{i=1}^{\mathrm{n}}16^{-i}\right]
$$

であるから，$\mathrm{S} = \sum_{i=1}^{\mathrm{n}} 16^{-i}$　と置くと，

$$
\mathrm{S} - \mathrm{S}/16 = \{16^{-\mathrm{n}} + 16^{-(\mathrm{n}-1)} + \cdots + 16^{-1}\} - \{16^{-(\mathrm{n}+1)} + 16^{-\mathrm{n}} + 16^{-(\mathrm{n}-1)} + \cdots + 16^{-2}\} = 16^{-1} - 16^{-(\mathrm{n}+1)}
$$

となり，$(15/16)\mathrm{S} = (1 - 16^{-\mathrm{n}})/16$　となる．従って，$\mathrm{S} = (1 - 16^{-\mathrm{n}})/15$　を代入すると，

$$
\left(0.\dot{1}01\dot{1}\right)_2 = \lim_{\mathrm{n}\to\infty}\left[11\cdot\sum_{i=1}^{\mathrm{n}}16^{-i}\right] = \lim_{\mathrm{n}\to\infty}\left[11\cdot\frac{1-16^{-\mathrm{n}}}{15}\right] = \frac{11}{15}
$$

であることが分かる．

【4】==

$(35.42)_9$ を 10 進数に変換し，それを 3 進数に変換してもよいが，9 が 3 の 2 乗であることに気がつけば，次のように変換できる．

$$
\begin{aligned}
(35.42)_9 &= 3\cdot 9^1 + 5\cdot 9^0 + 4\cdot 9^{-1} + 2\cdot 9^{-2} = 3\cdot 3^2 + (3+2)\cdot 3^0 + (3+1)\cdot 3^{-2} + 2\cdot 3^{-4} \\
&= 1\cdot 3^3 + 1\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0 + 1\cdot 3^{-1} + 1\cdot 3^{-2} + 2\cdot 3^{-4} = (1012.1102)_3
\end{aligned}
$$