【10】===

送信する符号は，上から下に以下の通りである．

0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	0
0	1	1	0	0

奇数パリティビット

奇数パリティ語

すなわち，

(00100 01101 00111 10011 01110 01100)

である．

【11】===

(i) =====================================

4 ビットの情報記号 $(a_1\ a_2\ a_3\ a_4)$ から，7 ビットのハミング符号 $(a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ c_1\ c_2\ c_3)$ が，生成行列 H を用いて次式で計算されていることから，

$$(a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ c_1\ c_2\ c_3) = (a_1\ a_2\ a_3\ a_4)\cdot H = (a_1\ a_2\ a_3\ a_4)\cdot\begin{pmatrix} 1\,0\,0\,0 & 1\,0\,1 \\ 0\,1\,0\,0 & 1\,1\,0 \\ 0\,0\,1\,0 & 1\,1\,1 \\ 0\,0\,0\,1 & 0\,1\,1 \end{pmatrix} \quad \bmod 2$$

検査記号 c_1 は $(a_1\ a_2\ a_3)$ に対する偶数パリティ，c_2 は $(a_2\ a_3\ a_4)$ に対する偶数パリティ，c_3 は $(a_1\ a_3\ a_4)$ に対する偶数パリティになっていることが分かる．言い換えると，下の表の各行において，1 が入っているビットの 1 の個数が偶数個になるように，c_1，c_2，c_3 が定められている．

	a_1	a_2	a_3	a_4	c_1	c_2	c_3
F_{123}	1	1	1		1		
F_{234}		1	1	1		1	
F_{134}	1		1	1			1

従って，受信した符号が正しいか否かは，$(a_1\ a_2\ a_3\ c_1)$，$(a_2\ a_3\ a_4\ c_2)$，および $(a_1\ a_3\ a_4\ c_3)$ の中の 1 の個数を調べてやれば良い．そこで，$(a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ c_1\ c_2\ c_3) = (0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1)$ に対してこれを調べると，

$(a_1\ a_2\ a_3\ c_1) = (0\ 1\ 1\ 1)$

$(a_2\ a_3\ a_4\ c_2) = (1\ 1\ 1\ 0)$

$(a_1\ a_3\ a_4\ c_3) = (0\ 1\ 1\ 1)$

となり，全て 1 の個数が奇数となる．従って，受信した符号は正しくない．

単一誤り（誤りが 1 ビットだけである）とすると，(a_1 a_2 a_3 c_1)，(a_2 a_3 a_4 c_2)，および (a_1 a_3 a_4 c_3) の中の 1 の個数が全て奇数であることより，これらに共通のビットに誤りがあったことが分かる．すなわち，上の表の全ての行において 1 が入っている前から 3 つ目のビット a_3 が誤りであることが分かる．従って，正しい符号は，a_3 の値を反転した (0 1 0 1 1 0 1) である．

(ii) ====================================

今，f_{123}, f_{234}, f_{134} を下記のように定めると，

$$f_{123} = a_1 + a_2 + a_3 + c_1 \quad (\mathrm{mod}\ 2)$$

$$f_{234} = a_2 + a_3 + a_4 + c_2 \quad (\mathrm{mod}\ 2)$$

$$f_{134} = a_1 + a_3 + a_4 + c_3 \quad (\mathrm{mod}\ 2)$$

2 進数 $(f_{123}\, f_{234}\, f_{134})_2$ が 0 のとき誤りは無く，0 でないとき誤りが生じていることが分かる．そこで，この 2 進数が誤り位置を示すようにするには，(a_1 a_2 a_3 a_4 c_1 c_2 c_3) を次のように置換すればよい．すなわち，下の表の a_1 a_2 a_3 a_4 c_1 c_2 c_3 を並べ替え，

	a_1	a_2	a_3	a_4	c_1	c_2	c_3
F_{123}	1	1	1		1		
F_{234}		1	1	1		1	
F_{134}	1		1	1			1

c_3 c_2 a_4 c_1 a_1 a_2 a_3 とすると，

	c_3	c_2	a_4	c_1	a_1	a_2	a_3
F_{123}				1	1	1	1
F_{234}		1	1			1	1
F_{134}	1		1		1		1

この表の各列は 2 進数の 1 から 7 を表すビット系列になり，2 進数 $(f_{123}\, f_{234}\, f_{134})_2$ と誤り位置が一致する．

従って，(a_1 a_2 a_3 a_4) から (c_3 c_2 a_4 c_1 a_1 a_2 a_3) を生成するための生成行列 G は，

$$(c_3\ c_2\ a_4\ c_1\ a_1\ a_2\ a_3) = (a_1\ a_2\ a_3\ a_4)\cdot \mathrm{G} = (a_1\ a_2\ a_3\ a_4)\cdot \begin{pmatrix} 1\,0\,0\,1\,1\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,1\,0\,1\,0 \\ 1\,1\,0\,1\,0\,0\,1 \\ 1\,1\,1\,0\,0\,0\,0 \end{pmatrix} \quad \mathrm{mod}\ 2$$

より，$\mathrm{G} = \begin{pmatrix} 1\,0\,0\,1\,1\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,1\,0\,1\,0 \\ 1\,1\,0\,1\,0\,0\,1 \\ 1\,1\,1\,0\,0\,0\,0 \end{pmatrix}$ であれば良い．