

ま え が き

There is nothing more practical than a good theory.

— James Clerk Maxwell (英, 1831–1879)

本書では、電磁気学の基礎方程式であるマクスウェルの方程式を公理として仮定し、論理的に回路理論を展開していく。電荷密度と電流密度関数によって、電磁気学的なすべての要素が決まるというのがマクスウェルの方程式の意味するところである。

本書での最初の学習は、1.1 節で電圧を定義して、キルヒホッフの法則を導くことである。そのためにはベクトル解析の知識が必要である。キルヒホッフの法則を認めてしまうとベクトル解析に基づく解析は必要ないので、最初はキルヒホッフの法則を認めて学習し、のちに 1.1 節に戻るという学び方もある。ついで、集中定数回路モデルを導入する。電磁波による信号伝搬の速度が非常に速く、扱っている回路内の電磁的信号伝搬遅延が無視できるというモデル化が集中定数回路モデルである。

2 章と 3 章では、線形抵抗回路と非線形抵抗回路について学ぶ。時間的変化のない回路の解析となる。枝電流法と節点解析などの回路方程式の立て方を学ぶ。線形回路方程式は行列によって表される連立一次方程式になる。また、非線形回路については非線形の連立方程式になる。その解法を学ぶ。特に、非線形抵抗としては MOSFET を 3 端子素子としてモデル化して、MOSFET 回路について伝達関数を導く。重要な例としては、MOS 増幅回路、CMOS インバータ回路、差動増幅回路、演算増幅器を挙げる。CMOS インバータ回路を除き、基本的には信号を増幅し、信号処理を行うアナログ電子回路の基礎となるものである。一方、CMOS インバータ回路はコンピュータを構成する基礎となるディ

デジタル電子回路の基礎となる。

4章では、線形回路のダイナミクスを調べる。そのために、回路の状態方程式の導出法を学ぶ。そして、その方程式の初期値問題の解の存在と一意性を証明する。これを基礎として、線形回路のダイナミクスの取扱い法を学ぶ。線形回路方程式の解は特解と行列の指数関数の和となる。ここでは、行列の指数関数の構成法を学ぶ。本書ではラプラス変換によらずに固有値と固有ベクトルを計算して行列の指数関数を構成する方法を説明する。その効用としてディラックのデルタ関数などの超関数を回路入力範囲外とし、リップシッツ連続な入力関数の範囲内に限ることができる。これにより回路方程式の解の一意性の成り立つ範囲内で議論を閉じることが可能となる。特解の求め方として、複素指数関数励起法とフェーザ法の二つの方法を説明する。漸近安定性を示すことによって、特解が定常状態を表す解であることを説明する。そして、パルス回路の解析を例にとって過渡解析法について説明する。

5章では、フィルタの理論について説明する。まず、古典回路理論の主要な結果の一つとなる「 RLC 回路の駆動点インピーダンスは正実関数となる」という定理を証明する。ついで、逆に与えられた正実関数を伝達関数に持つ2ポートを構成する方法について学ぶ。これは逆問題であり、合成される回路は一意的にならない。ここでは、 LC はしご型回路の両端に抵抗を終端する、両抵抗終端 LC 回路の構成法を示す。この回路は入力端からの電力が最大に伝送される条件下では素子の値の誤差について一次感度が零となる良い特性を持つものである。ついで、演算増幅器を用いた能動フィルタの構成法と、受動フィルタのインダクタをジャイレータや OTA , $FDNR$ などの素子を用いてシミュレーションする能動フィルタの構成法を示す。

6章では、周期的信号を与えたときの増幅回路の微小信号解析法がガレルキン法と呼ばれる非線形解析の手法として数学的に解釈されることを述べる。ついで、発振回路の発振条件をホップフ分岐理論により解析する。

本書では、集中定数モデルという回路モデルを扱っている。集中定数回路は一般に非線形の常微分方程式で記述される。したがって、この非線形の常微分

方程式の解析が回路解析の主要なテーマとなる。これは、関数をベクトルとして扱う関数解析と呼ばれる数学的な理論によって統一的に扱うことができる。この立場から、非線形回路の直流解析（動作点の決定）や交流解析はガレルキン法と呼ばれる非線形解析の最低次の近似であることを示す。交流解析では波形のひずみは扱うことができないが、ガレルキン法を用いると精度を上げていけるので波形のひずみも扱うことができる。発振回路の発振条件は従来バルクハウゼンの条件がよく知られているが、これは発振のための必要条件にすぎず、力学系理論のホップフ分岐理論に基づき、二次の高調波の振動成分まで考慮することで、安定なリミットサイクルの存在まで示せる十分条件を導けることを述べている。これは従来の回路理論や電子回路の教科書に記述のない、本書の特色になっている。

回路理論の神髄は工学と技術の総合芸術である電子回路の理論にあると思われるので、本書は電子回路を非線形回路理論の立場から解析し、電子回路の巧みさを解析を通じて理解していくスタイルを採用した。これにより、電気系以外の学生でも本書のみで電気の基礎が応用の先端までわかるように配慮した。また、電気系の学生には回路と電子回路の数学的な取扱いについて他書より詳しく論じることによって貢献することを意図している。

本書は、通年週1回の講義(90分の講義30回分)を意図している。6章から成り、各章には平均5節あるので平均的には1節を1回の講義で進むような講義展開が想定される。これはかなりの内容を毎週消化していくことになるので学生は本書によって十分に予習と復習されることを望む。また、相当に複雑な問題も含まれることから、演習問題には解答をつけなかった。

付録では、複素数、ベクトル、ベクトル空間、ベクトル解析についてまとめた。マクスウェルの時代における回路理論黎明期の数学の発展についても生き生きと把握できるように志した。

2013年3月

大石 進一

目 次

1. 集中定数回路モデルとキルヒホッフの法則

| | |
|--|----|
| 1.1 集中定数回路モデル | 1 |
| 1.1.1 集中定数回路モデルを導くための仮定 | 1 |
| 1.1.2 キルヒホッフの法則の原型：静電場に対応する回路の場合 | 2 |
| 1.1.3 キルヒホッフの法則の原型：電磁場に対応する回路の場合 | 3 |
| 1.1.4 集中定数回路モデルの定義 | 5 |
| 1.2 集中定数素子モデル | 6 |
| 1.2.1 線形抵抗 | 6 |
| 1.2.2 電源のモデル | 10 |
| 1.2.3 キャパシタ | 12 |
| 1.2.4 インダクタ | 16 |
| 1.3 電 力 | 17 |
| 1.3.1 瞬時電力 | 17 |
| 1.3.2 電磁場のエネルギー保存則 | 18 |
| 1.4 キルヒホッフの法則 | 21 |
| 1.4.1 キルヒホッフの電圧則 | 21 |
| 1.4.2 キルヒホッフの電流則 | 22 |
| 1.4.3 キルヒホッフの法則 | 22 |
| 章末問題 | 23 |

2. 線形抵抗回路

| | |
|-----------------------------|----|
| 2.1 回路理論の用語と独立な KCL, KVL の数 | 25 |
| 2.1.1 回路理論の用語の定義 | 25 |
| 2.1.2 線形独立な KCL, KVL の数 | 26 |
| 2.2 枝電流法 | 26 |
| 2.2.1 枝電流法の手順 | 26 |
| 2.2.2 メッシュ解析法との関係 | 28 |
| 2.2.3 MATLAB による計算例 | 29 |
| 2.2.4 精度保証付き数値計算 | 30 |
| 2.2.5 電流源を含む場合 | 30 |
| 2.3 節点解析法 | 32 |
| 2.3.1 抵抗と独立電流源からなる回路の節点解析 | 32 |
| 2.3.2 独立電圧源が含まれる場合の節点解析 | 35 |
| 2.3.3 枝電圧法との関係 | 37 |
| 2.4 回路のグラフ | 37 |
| 2.4.1 グラフの用語 | 39 |
| 2.4.2 グラフの基本的な性質 | 39 |
| 2.4.3 キルヒホッフの法則の位相構造 | 41 |
| 2.4.4 接続行列による節点方程式の導出 | 45 |
| 2.5 線形受動回路の諸定理 | 45 |
| 2.5.1 テレヘンの定理 | 45 |
| 2.5.2 テブナンの定理 | 46 |
| 章末問題 | 47 |

3. 非線形抵抗回路

| | |
|-------------------------------------|----|
| 3.1 非線形抵抗素子 | 52 |
| 3.1.1 2端子非線形抵抗 | 52 |
| 3.1.2 3端子非線形抵抗 | 53 |
| 3.1.3 MOSFETの素子モデル | 54 |
| 3.2 非線形抵抗回路方程式 | 60 |
| 3.2.1 節点方程式 | 60 |
| 3.2.2 タブロー方程式 | 61 |
| 3.2.3 ニュートン法 | 62 |
| 3.2.4 MATLABによるニュートン法のプログラム | 62 |
| 3.3 MOSFET回路 | 63 |
| 3.3.1 ソース共通MOSFET回路 | 64 |
| 3.3.2 MOSFETのダイオード接続 | 68 |
| 3.3.3 能動負荷を持つnMOS増幅回路 | 70 |
| 3.3.4 デプレッションモードnMOS能動負荷回路 | 72 |
| 3.3.5 CMOSインバータ | 76 |
| 3.3.6 CMOS論理回路 | 81 |
| 3.4 差動増幅器 | 82 |
| 3.4.1 MOSFET差動増幅回路 | 82 |
| 3.4.2 MOSFETカレントミラー回路 | 84 |
| 3.4.3 カレントミラー能動負荷MOSFET差動増幅回路 | 85 |
| 3.5 演算増幅器 | 87 |
| 3.5.1 電圧ホロワ回路 | 88 |
| 3.5.2 反転増幅回路 | 89 |
| 3.5.3 加算回路 | 91 |

| | |
|---------------|----|
| 3.5.4 非反転増幅回路 | 92 |
| 章末問題 | 93 |

4. 線形回路ダイナミックスの解析

| | |
|-------------------------------|-----|
| 4.1 回路の状態方程式 | 97 |
| 4.1.1 状態方程式の自由度 | 97 |
| 4.1.2 抵抗回路に変換することによる状態方程式の導き方 | 100 |
| 4.1.3 状態方程式の初期値問題の解の存在と一意性 | 101 |
| 4.2 線形回路の状態方程式の基本解行列 | 106 |
| 4.2.1 変係数線形常微分方程式の基本解行列 | 106 |
| 4.2.2 行列の指数関数による主要解行列の表現 | 107 |
| 4.2.3 固有値がすべて異なる場合 | 109 |
| 4.3 線形回路の状態方程式の初期値問題の解 | 111 |
| 4.3.1 線形方程式の初期値問題の解とその構造 | 111 |
| 4.3.2 線形回路の特解の漸近安定性 | 111 |
| 4.3.3 線形回路ダイナミックス解析法のまとめ | 113 |
| 4.4 線形回路の状態方程式の特解 | 114 |
| 4.4.1 複素指数関数励起 | 114 |
| 4.4.2 フェーザ法 | 116 |
| 4.5 共振回路の性質 | 119 |
| 4.5.1 無損失共振回路とリアクタンス特性 | 119 |
| 4.5.2 損失を含む共振回路 | 120 |
| 4.5.3 損失を含む並列共振回路 | 121 |
| 4.6 過渡現象 | 121 |

| | | |
|---------|--------------------|-----|
| 4.6.1 | コンデンサの充放電 | 121 |
| 4.6.2 | CMOS インバータのスイッチモデル | 122 |
| 章 末 問 題 | | 124 |

5. フィルタ回路

| | | |
|-------|--------------------------------|-----|
| 5.1 | 二次の受動フィルタ回路 | 130 |
| 5.1.1 | 低域通過フィルタ | 130 |
| 5.1.2 | 高域通過フィルタ | 132 |
| 5.1.3 | 帯域通過フィルタ | 133 |
| 5.2 | 周波数変換 | 134 |
| 5.2.1 | 遮断周波数の変換 | 134 |
| 5.2.2 | 低域通過フィルタから高域通過フィルタへ | 135 |
| 5.2.3 | 低域通過フィルタから帯域通過フィルタへ | 135 |
| 5.3 | リアクタンス回路の合成 | 136 |
| 5.3.1 | 正実関数 | 136 |
| 5.3.2 | 与えられた正実奇関数をイミタンスとする LC 回路の合成 | 140 |
| 5.4 | 与えられた正実関数を伝達関数とする回路の合成 | 148 |
| 5.4.1 | 片抵抗終端 LC 回路の合成 | 148 |
| 5.4.2 | 抵抗両終端 LC 回路の合成 | 156 |
| 5.4.3 | バターワースフィルタ | 166 |
| 5.5 | 能動フィルタ | 169 |
| 5.5.1 | 低域通過能動フィルタ | 170 |
| 5.5.2 | 反転増幅回路を用いた一次 RC 低域通過フィルタ | 171 |
| 5.5.3 | 非反転増幅回路を用いた一次 RC 能動フィルタ | 171 |
| 5.5.4 | サレン・キー (Sallen-Key) フィルタ | 172 |
| 5.5.5 | 多重帰還トポロジー二次の能動 RC 低域通過フィルタ | 174 |

| | |
|---|-----|
| 5.5.6 高次の RC 能動フィルタ | 175 |
| 5.6 インダクタンスシミュレーション | 177 |
| 5.6.1 インピーダンススケーリング | 177 |
| 5.6.2 理想ジャイレータ | 178 |
| 5.6.3 OTA (電圧制御電流源 (VCCS)) によるジャイレータの合成 | 180 |
| 5.6.4 OTA- C フィルタ | 183 |
| 章 末 問 題 | 187 |

6. 非線形回路ダイナミックスの解析

| | |
|--------------------------------|-----|
| 6.1 ガレルキン法の概要 | 193 |
| 6.2 ガレルキン法による増幅回路の定常解析 | 195 |
| 6.3 発振回路とホップフ分岐定理 | 200 |
| 6.3.1 時間領域ホップフ分岐理論 | 201 |
| 6.3.2 ウィーンブリッジ発振回路 | 203 |
| 6.3.3 トンネルダイオード発振回路 | 207 |
| 6.4 周波数領域のホップフ分岐定理 | 209 |
| 6.4.1 ウィーンブリッジ発振回路 | 211 |
| 6.4.2 バッファ付き RC 移相発振回路 | 213 |
| 章 末 問 題 | 214 |

付 録

| | |
|------------------------|-----|
| A.1 複 素 数 | 217 |
| A.1.1 オイラーの公式 | 218 |
| A.1.2 複 素 平 面 | 218 |
| A.2 複素関数とその微分可能性 | 221 |

x 目 次

| | | |
|-------|---------------|-----|
| A.2.1 | 複素数列の収束 | 221 |
| A.2.2 | 複素関数 | 223 |
| A.2.3 | コーシー-リーマンの関係式 | 224 |
| A.3 | コーシーの定理 | 225 |
| A.3.1 | 線積分 | 225 |
| A.3.2 | グリーンの定理 | 227 |
| A.3.3 | 複素積分とコーシーの定理 | 230 |
| A.4 | 四元数からベクトルへ | 235 |
| A.4.1 | 四元数 | 236 |
| A.4.2 | 四元数と相対性理論 | 238 |
| A.4.3 | 四元数からベクトルへ | 238 |
| A.4.4 | ベクトル解析の始まり | 239 |
| A.5 | ベクトル空間 | 240 |
| A.5.1 | ノルム空間 | 240 |
| A.5.2 | 線形作用素 | 243 |
| A.5.3 | 内積空間 | 244 |
| A.6 | ベクトル解析 | 245 |
| A.6.1 | マクスウェルの方程式 | 246 |
| A.6.2 | 積分定理 | 247 |
| | 章末問題 | 249 |
| | 引用・参考文献 | 250 |
| | 索引 | 252 |

1

集中定数回路モデルと キルヒホッフの法則

集中定数回路モデルを定義する。集中定数回路モデルに対するキルヒホッフの法則をマクスウェルの方程式から導く。

1.1 集中定数回路モデル

1.1.1 集中定数回路モデルを導くための仮定

本書ではマクスウェルの方程式を公理として仮定する。そして集中定数回路を定義し、その上で成り立つキルヒホッフの法則を導く。以下、(P*i*) は *i* 番目の仮定である。

(P1) 回路は、 \mathbb{R} を実数の集合として、四次元のデカルト座標系 $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ 内に置かれるとする。

(P2) 電荷分布 $\rho(x, y, z, t) \in \mathbb{R}$ と電流分布 $\mathbf{J}(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^3$ が \mathbb{R}^4 上で与えられ、電荷保存の法則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{J} = 0 \quad (1.1)$$

が満たされているとする。このとき、四つのベクトル場 $\mathbf{E}(x, y, z, t)$, $\mathbf{B}(x, y, z, t)$, $\mathbf{D}(x, y, z, t)$, $\mathbf{H}(x, y, z, t)$ が、つぎのマクスウェルの方程式の適切な境界条件の下での解として決定される。

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (1.4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1.5)$$

回路はマクスウェルの方程式に従う電磁気学的な対象とする。

- (P3) (電流の定義) 空間三次元内に有界な領域 V をとり、その表面は滑らかな閉曲面 S をなすとする。 S の各点では曲面の外側に向けての法線 $\mathbf{n}(x, y, z)$ が定義できるとする。

$$Q(t) = \iiint_V \rho(x, y, z) dV \quad (1.6)$$

を領域 V 内の全電荷量という。

$$I(t) = \iint_S \mathbf{J}(x, y, z, t) \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.7)$$

を領域 V から閉曲面 S を通って流れ出す電流という。電荷保存の法則とガウスの定理から

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \iiint_V \operatorname{div} \mathbf{J} dV \\ &= - \iint_S \mathbf{J}(x, y, z, t) \cdot \mathbf{n} dS = -I \end{aligned} \quad (1.8)$$

が成り立つ。電荷が保存するというのが物理学の最も基本とする保存則であり、ここでもそれを仮定する。回路において重要な量の一つである電流は、このように導入される。

1.1.2 キルヒホッフの法則の原型：静電場に対応する回路の場合

ここでは、電圧[†]の定義を行い、回路がマクスウェルの方程式に従うという (P1), (P2) の仮定の下で、キルヒホッフの電圧則と電流則 (の原型) が成り立つことをみる。

[†] 英語で電圧を voltage というが、これは電池の発明者 Alessandro Antonio Volta (1745–1827) に因む。単位に人名を用いることは多いが、電圧というような普通名詞に人名を当てるのは珍しい。電圧の単位ボルト (volt) も Volta に敬意を表してのことである。電池の発見に至る歴史はきわめて興味深い。カエルの解剖の実験に絡むその歴史をぜひたどって欲しい。ボルタの電池の発明は 1796 年でそれを発表したのは 1800 年である。回路理論の誕生の年であるといっても過言ではない。

まず、時間的な変化のない静電場の場合を考える。ファラデーの法則は磁束密度 \mathbf{B} が時間的に変化しないときには $\text{rot}\mathbf{E} = 0$ となって、 $\mathbf{E} = -\text{grad}\phi$ となる静電ポテンシャル ϕ が存在する。これから

$$\int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1.9)$$

となって、静電場が保素的（任意の周回積分が0となること）となる。よって、空間中の任意の点を P_1 とし、基準点を P_0 とするとき

$$\phi(P_1) - \phi(P_0) = - \int_{P_0}^{P_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1.10)$$

と定義すると、これは P_1 と P_0 を結ぶどんな滑らかな積分路によっても値が変わらないことを意味している。こうして定義される値 $\phi(P_1) - \phi(P_0)$ を電位差あるいは電圧という。このとき、式 (1.9) はキルヒホッフの電圧則である。

式 (1.3) から、 \mathbf{D} の時間的な変化がないとき、 $\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J}$ が成り立つ。この式の発散を取ると、任意の滑らかなベクトル場 \mathbf{H} について $\text{div rot}\mathbf{H} = 0$ となることから、 $\text{div}\mathbf{J} = 0$ を得る。いま、三次元空間内の一点 P_1 を含む滑らかな表面（閉曲面とする） S を持つ有界領域を V として

$$\iiint_V \text{div}\mathbf{J} dV = 0 \quad (1.11)$$

が成り立つ。ガウスの定理により

$$\iiint_V \text{div}\mathbf{J} dV = \iint_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (1.12)$$

となる。こうして回路の一部を含む任意の閉曲面 S について

$$\iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1.13)$$

が成り立つ。これはキルヒホッフの電流則の原型となる。

1.1.3 キルヒホッフの法則の原型：電磁場に対応する回路の場合

時間的に変化する場合を考えよう。この場合はマクスウェルの方程式は電場と磁場がたがいに影響し合って電磁場を形成することを示している。

〔1〕 キルヒホッフの電圧則 (KVL) ベクトル解析によれば、式 (1.5) から、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} が存在して $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$ と表される。これを式 (1.5) に代入すると $\text{rot}(\mathbf{E} + \partial\mathbf{A}/\partial t) = 0$ が成り立つことがわかる。すなわち、 $\mathbf{E} + \partial\mathbf{A}/\partial t$ が保存場となり、スカラーポテンシャル ϕ が存在して

$$-\text{grad } \phi = \mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.14)$$

となることがわかる。これから、ストークスの定理により滑らかな任意の閉路 C について

$$\begin{aligned} \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{d}{dt} \int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} &= \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{d}{dt} \iint_S \text{rot}\mathbf{A} \cdot n dS \\ &= \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \frac{d}{dt} \Phi = 0 \end{aligned} \quad (1.15)$$

となることがわかる。これが時間的に変化する回路のキルヒホッフの電圧則の原型となる。 $v(t) = d\Phi(t)/dt$ の部分をあとに述べるようにインダクタとして一つの素子としてモデル化するのが回路モデリングである。このように、誘導起電力部分をインダクタ素子として取り出せば、式 (1.15) は静電場のときのキルヒホッフの電圧則の拡張になっていることがわかる。

〔2〕 キルヒホッフの電流則 (KCL) 式 (1.3) から、 \mathbf{D} が時間的に変化するとき $\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} + \partial\mathbf{D}/\partial t$ が成り立つ。この式の発散を取ると、任意の滑らかなベクトル場 \mathbf{H} について $\text{div } \text{rot}\mathbf{H} = 0$ となることから、 $\text{div } \mathbf{J} + \partial\text{div}\mathbf{D}/\partial t = 0$ を得る。いま、三次元空間内の一点 P を含む滑らかな表面 (閉曲面とする) S を持つ有界領域を V として

$$\iiint_V \text{div } \mathbf{J} dV + \frac{d}{dt} \iiint_V \text{div}\mathbf{D} = 0$$

が成り立つ。ガウスの定理により

$$\iiint_V \text{div } \mathbf{J} dV = \iint_S \mathbf{J} \cdot n dS$$

となる。また、ガウスの法則により

$$\iiint_V \rho \, dV = Q$$

となる。よって、 V 内の総電荷を Q とするとき

$$\iint_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{dQ}{dt} = 0 \tag{1.16}$$

を得る。これは時間的に変化する回路に対するキルヒホッフの電流則の原型である。

1.1.4 集中定数回路モデルの定義

ここで、集中定数回路 (lumped constant circuits) を定義しよう。マクスウェルの方程式は電磁的な現象が有限の伝搬速度で伝わることを示している^{†1}。これに対して、集中定数回路は電磁的な現象が無限の速度で一瞬にして伝わるという近似的なモデルである。

集中定数回路モデルを定義するために、まず、理想導体モデルを導入する。

(P4) (理想導体) 理想導体とは、無限の速度で自由に動き回る電荷分布が存在し、つぎの事項が成り立つものである。

- (a) 導体内部に電場は存在しない。
- (b) 導体表面での電場の向きは面の法線方向である。
- (c) 導体全体は瞬時に等電位となる。

理想導線は、理想導体を長く伸ばした円柱のような三次元空間内の領域で、その表面は滑らかな閉曲面を成すものとする。

(P5) (集中定数回路素子) 回路を構成する部品である回路素子を定義する。ここでは、図 1.1 のような 2 端子素子 (1 ポート) を定義する^{†2}。二つの端子を p_0 と p_1 とする。端子を形作っている理想導線を通して p_1 から p_0 の方向に向かう電流密度を、理想

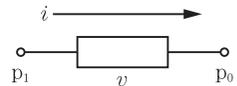


図 1.1 2 端子集中定数回路素子

^{†1} 光速で伝搬する。章末問題を参照のこと。

^{†2} あとで 3 端子素子を定義する。

導線の長軸方向と横断的に切った断面にわたり積分したものを理想導線を通る電流 i という。これを端子 p_1 から出て端子 p_0 に入り込む電流 i と呼ぶ。また、 ϕ をスカラーポテンシャルとする。 $\phi(p_0)$ を端子 p_0 での値、 $\phi(p_1)$ を端子 p_1 での値とする。 $v = \phi(p_1) - \phi(p_0)$ によって端子 p_0 と p_1 の端子間電圧 v を定義する。 i も v も時間変数 t について微分可能とする^{†1}。 x を i と di/dt のいずれか、 y を v と dv/dt のいずれかとする。このとき、 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ として

$$f(x, y) = 0$$

という関係が満たされるとき、これを2端子集中定数回路素子という。 f を素子特性という。

(P6) (集中定数回路) 複数の集中定数素子の端子間を理想導線で結合したシステムを集中定数回路という。

1.2 集中定数素子モデル

1.2.1 線形抵抗

基本的な素子モデルを導入しよう。まず、抵抗素子を導入する。ベクトルポテンシャルの効果は、インダクタンスとして、別途モデル化して取り入れるとして考える。金属中などでは、多くの場合、電流密度 \mathbf{J} が外場となる電場 \mathbf{E} に比例し、 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ となるのが現象論的に見られる^{†2}。これを微視的なオームの法則という^{†3}。 σ を導電率と呼ぶ。図 1.2 のような長さ l の円柱上の導体に一様な準静的電場 \mathbf{E} が加わっているとすると

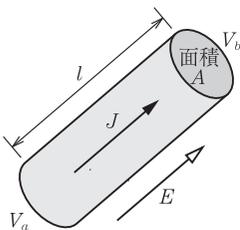


図 1.2 長さ l の導体

^{†1} マクスウェルの方程式が満たされることから、このように仮定しても自然であろう。

^{†2} より正確には金属中の速度 \mathbf{v} で動く電荷量 q の導電電荷は $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ というローレンツ力を受けるので、この式において $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ に比例する項も現れるが、それは \mathbf{v} が小さいので無視するという近似を用いていると考える。

^{†3} この関係式を導くには物質のモデルが必要で、マクスウェルの方程式だけからは導けないので、数理モデルとしてこれが成り立つと仮定しよう。

索引

| | | | | | |
|--------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|--------|
| 【あ】 | | 回路のダイナミックス | 97 | 極 | 114 |
| | | 回路のトポロジー | 25 | 曲線 | 245 |
| アドミタンス | 118 | カウエル構成法 | 145 | 虚数 | 217 |
| アドミタンス行列 | 149 | ガウスの法則 | 246 | 虚数単位 | 116 |
| アナログフィルタ | 130 | カオス | 194 | 虚部 | 116 |
| 安定 | 112 | 拡張されたキルヒホッフの電圧則 | 21 | キルヒホッフの電圧則 | 21 |
| アンペアの法則 | 246 | 加算回路 | 91 | キルヒホッフの電流則 | 22 |
| 【い】 | | 仮想短絡 | 88 | キルヒホッフの法則 | 23 |
| イミタンス | 118 | カットセット | 40 | 【く】 | |
| インダクタ | 16 | 過渡解析 | 113 | 空乏層 | 55 |
| インダクタだけの カットセット | 97 | ガレルキン法 | 193 | グロンウォールの不等式 | 104 |
| インダクタンス | 16 | カレントミラー回路 | 85 | 【け】 | |
| インバータの出力容量 | 122 | 関数空間 | 241 | 計算代数 | 125 |
| インピーダンス | 118 | 関数ハンドル | 63 | ゲート | 55 |
| インピーダンス行列 | 148 | 完全 (論理) | 94 | ゲート酸化膜 | 55 |
| 【う】 | | 【き】 | | ゲート電圧 | 57 |
| ウォリス | 217 | 木 | 39 | ケーリー-ハミルトンの 定理 | 127 |
| 【え】 | | 基底 | 244 | ケネリー | 124 |
| 枝 | 26 | 基本解 | 106 | 【こ】 | |
| 枝電流法 | 26 | 基本解行列 | 106 | 高調波 | 194 |
| 演算増幅回路 | 87 | 基本カットセット | 41 | 勾配 | 244 |
| エンハンスメント型 | 57 | 基本カットセット系 | 41 | 交流理論 | 116 |
| 【お】 | | 基本閉路 | 40 | コーシー-リーマンの 関係式 | 224 |
| オイラーの公式 | 218 | 基本閉路系 | 40 | コーシー列 | 243 |
| オームの法則 | 7 | 逆飽和電流 | 53 | コンダクタンス | 7, 118 |
| 【か】 | | キャパシタ | 12 | コンタクト | 8 |
| 回転 | 248 | キャパシタだけからなる 閉路 | 97 | 【さ】 | |
| 回路のグラフ | 38 | キャパシタンス | 13 | 最大値ノルム | 242 |
| | | キャベンディッシュ | 9 | | |
| | | 境界写像 | 42 | | |
| | | 行列の指数関数 | 108 | | |

| | | | | | |
|------------|--------|------------|----------|---------------|---------|
| 最大電力供給定理 | 49 | 正 則 | 224 | 定常解 | 115 |
| サセブタンズ | 118 | 静電ポテンシャル | 3 | デプレション型 | 57 |
| サレン・キー | | 精度保証付き数値計算 | 30 | デプレションモード | |
| RC 能動フィルタ | 172 | 絶対温度 | 53 | nMOSFET ダイオード | |
| サレン・キーフィルタ | 174 | 節 点 | 25 | 接続 | 72 |
| 散乱行列 | 159 | 節点方程式 | 33, 61 | 電 圧 | 2, 3 |
| | | 漸近安定 | 113 | 電圧源 | 10 |
| 【し】 | | 漸近安定性 | 112 | 電圧ホロワ | 88 |
| シート抵抗 | 8 | 線形回路 | 111 | 電位差 | 3 |
| しきい値電圧 | 56 | — のダイナミックス | 106 | 電荷分布 | 1 |
| 次 元 | 241 | 線形代数の基本定理 | 249 | 電荷保存の法則 | 1 |
| 実対称行列 | 125 | 線形抵抗回路 | 25 | 電磁場のエネルギー | |
| 実 部 | 116 | 全電荷量 | 2 | 保存則 | 19 |
| 私的な極 | 148 | | | 伝達関数 | 64, 115 |
| ジャイレータ | 179 | 【そ】 | | 伝導チャネル | 55 |
| 収 束 | 242 | 双対基底 | 244 | 電 流 | 2 |
| 従属電圧源 | 11 | 双対性 | 8 | 電流から電圧への | |
| 従属電流源 | 12 | 増幅率 | 67 | 変換回路 | 96 |
| 集中定数回路 | 6 | ソース | 55 | 電流源 | 11 |
| ジュール熱 | 20 | 素子のエネルギー | 18 | 電流分布 | 1 |
| 縮小写像原理 | 101 | 素子モデル | 6 | | |
| 主要解行列 | 107 | ソレノイド | 16 | 【と】 | |
| 瞬時電力 | 18 | | | 動作点 | 67 |
| 小信号交流解析 | 195 | 【た】 | | 導電率 | 6 |
| 定数変化法 | 107 | ダイオード | 53 | 特 解 | 111 |
| 状態方程式 | 97 | ダイオード接続 | 69 | トランジスタ | 52 |
| 初期値への連続依存性 | 105 | 対角化可能 | 109 | トランスリニア | 95 |
| ジョルダンの標準形 | 128 | 対角優位性 | 34 | ドレーン | 55 |
| | | 多項式 | 223 | ドレーン電圧 | 57 |
| 【す】 | | 多重帰還 | | ドレーン電流 | 57 |
| 数式処理 | 125 | RC 能動フィルタ | 174 | | |
| スーパーノード | 36 | 多結晶シリコン | 54 | 【に】 | |
| スーパーメッシュ | 32 | | | ニュートン | 62 |
| スカラーポテンシャル | 4 | 【ち】 | | ニュートン法 | 62 |
| スタインメッツ | 124 | チャネル長変調 | | | |
| ステファン | 217 | パラメータ | 58 | 【ね】 | |
| ストークスの定理 | 248 | チャネル幅 | 56 | 熱電圧 | 53 |
| | | 直流解析 | 195 | | |
| 【せ】 | | | | 【の】 | |
| 正規行列 | 125 | 【て】 | | 能動素子 | 54 |
| 正規直交基底 | 244 | 低域通過フィルタ | 130, 131 | 能動フィルタ | 169 |
| 正弦波 | 117 | 抵 抗 | 7 | 能動負荷 | 70 |
| 正 孔 | 15, 54 | デジタルフィルタ | 130 | ノルム | 242 |

| | | | | | |
|-------------|--------|-------------|----------|------------|----------|
| ノルム空間 | 242 | 負性抵抗回路 | 96 | | |
| 【は】 | | 不動点 | 101 | 【む】 | |
| パス | 39 | 不動点定理 | 101 | 無限次元空間 | 241 |
| バナッハ空間 | 243 | 部分グラフ | 39 | 【め】 | |
| ハミルトン | 217 | 部分分数展開 | 144 | メッシュ | 26 |
| 反転層 | 55 | 分数調波 | 194 | メッシュ解析法 | 28 |
| 反転増幅回路 | 89 | | | メッシュ電流 | 28 |
| 【ひ】 | | 【へ】 | | 【ゆ】 | |
| ピカール-リンドレフ | | 閉集合 | 242 | 有界 | 242 |
| の定理 | 102 | 閉路 | 26, 39 | 有界実関数 | 159 |
| 引き算回路 | 95 | 閉路法 | 29 | ユークリッドの互除法 | 145 |
| 非線形回路の状態方程式 | | ベクトル | 217 | 有向閉路 | 39 |
| の初期値問題 | 102 | ベクトル空間 | 240 | 優対角行列 | 99 |
| 非線形方程式 | 62 | ベクトル場 | 245, 246 | 有理関数 | 114, 223 |
| 非反転加算回路 | 96 | ベクトルポテンシャル | 4 | 【ら】 | |
| 非反転型 | | ヘビサイド | 118 | ラグランジュ補間 | 128 |
| RC 能動フィルタ | 171 | ——の演算子法 | 129 | ラプラス変換 | 128 |
| 非反転増幅回路 | 92 | ベルヌーイ | 218 | 【り】 | |
| 微分形式 | 244 | 【ほ】 | | リアクタンス | 118 |
| 非飽和領域 | 56 | ポインティングベクトル | 18 | 理想導体 | 5 |
| ピンチオフ | 56, 67 | 飽和領域 | 57 | リプシッツ連続 | 104 |
| 【ふ】 | | 補木 | 39 | リンク | 39 |
| ファラデーの | | 補償の定理 | 51 | 【れ】 | |
| 電磁誘導の法則 | 247 | ホモロジー群 | 43 | 連結 | 39 |
| 不安定 | 112 | ポリシリコン | 8 | 連分数展開 | 145 |
| ファンデルモンド行列 | 127 | ポリシリコンキャパシタ | 15 | 【ろ】 | |
| フーリエ級数 | 194 | ボルツマン定数 | 53 | ローレンツ力 | 17 |
| ブール代数 | 94 | 本質的枝 | 26 | 論理回路 | 81 |
| フェーザ形式 | 116 | 本質的節点 | 25 | 論理関数 | 94 |
| フェーザ図 | 118 | 【ま】 | | 論理ゲート | 79, 94 |
| フェーザ法 | 116 | マクスウェルの方程式 | 1, 249 | 論理変数 | 94 |
| フェルミ準位 | 54 | マクスウェルの | | 【わ】 | |
| 複素 KVL, KCL | 115 | ループ電流法 | 28 | ワイドラー電流源回路 | 94 |
| 複素指数関数励起 | 114 | 【み】 | | | |
| 複素数 | 116 | ミクシンスキーの | | | |
| ——の極形式 | 116 | 演算子法 | 128 | | |
| ——の直交形式 | 116 | | | | |
| 複素テレヘンの定理 | 115 | | | | |

| | | | | | |
|--------------|-----|---------------|---------|--------------------|-----|
| | | \\(MATLAB) | 30 | | |
| | | MOSFET | 52, 54 | 【Q】 | |
| | | ——のダイオード接続 | 68 | Q(動作点) | 67 |
| 2 酸化シリコン | 54 | MOSFET 回路 | 63 | Q (quality factor) | 120 |
| 2 端子素子 | 7 | MOSFET ソース | | 【R】 | |
| 2 端子非線形抵抗 | 52 | 共通回路 | 64 | RC 能動フィルタ | 171 |
| 3 端子非線形抵抗 | 53 | MOS 集積回路 | 8 | 【S】 | |
| 【A】 | | 【N】 | | 【S】 | |
| AND | 94 | NAND ゲート | 81 | syms(MATLAB) | 125 |
| 【C】 | | nMOS | 55 | 【V】 | |
| $C^1[a, b]$ | 249 | nMOSFET の出力抵抗 | 67 | VCCS | 180 |
| $C[a, b]$ | 249 | nMOSFET の | | verifylss(INTLAB) | 30 |
| CMOS インバータ | 76 | 線形化モデル | 68 | 【w】 | |
| 【E】 | | NOR ゲート | 81 | W/L | 58 |
| eig(MATLAB) | 126 | NOT | 94 | 【ギリシャ】 | |
| expm(MATLAB) | 125 | n 型反転層 | 54 | Δ -Y 変換 | 50 |
| 【F】 | | 【O】 | | π 型回路 | 127 |
| FDNR | 185 | OR | 94 | | |
| 【I】 | | OTA | 86, 180 | | |
| INTLAB | 30 | 【P】 | | | |
| 【M】 | | pMOS | 55 | | |
| MATLAB | 29 | pMOSFET | 60 | | |
| | | pn 接合ダイオード | 52 | | |
| | | p 型半導体 | 55 | | |

— 著者略歴 —

- 1976年 早稲田大学理工学部電子通信学科卒業
1981年 早稲田大学大学院博士後期課程修了（電子通信学専攻）
工学博士（早稲田大学）
1984年 早稲田大学助教授
1989年 早稲田大学教授
現在に至る

回路理論

Circuit Theory

© Shin'ichi Oishi 2013

2013年5月9日 初版第1刷発行

検印省略

著者 おお いし しん いち
大 石 進 一
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-00849-4 (新宅) (製本：牧製本印刷)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします