まえがき

本書の目的は，人間の持つ「あいまいさ」を扱うための数学的・理論的なツールについて説明することである。と簡単に述べたが，執筆する際に一番悩んだのが「人間の持つあいまいさとは何か」という，最も根源的な問題だった。

コロナ社と本書の執筆を打ち合わせたのはじつはかなり前である。そもそも筆者は学生の頃から，ファジィ理論をはじめとするソフトコンピューティングの基礎理論の研究に携わっており，その経緯から，本書の当初のタイトルは「ファジィ理論の数理」であった。しかし，ファジィ理論がもてはやされ流行になったのは 1990 年代で，その後一過性のブームも過ぎ去り，数学理論としての地位を確保したいまとなっては，ファジィ理論に関する書籍は選ぶのに困るくらい出版されている。

折しも筆者が所属している筑波大学大学院システム情報工学研究科リスク工学専攻で「リスク工学シリーズ」を刊行することとなり，それだったらファジィ理論も人間の持つあいまいさをターゲットにしているのだから，「ファジィ理論の数理」を改め，「あいまいさの数理」として，リスク認知に関係する人間のあいまいさを数学的に扱うツールについて概説すればどうか，ということで，そのようなタイトルとして構成を考えることになった。

しかし，確かにファジィ理論があいまいさを扱う数学理論の一つであるとはいえ，ファジィ理論について書くのであれば，それが「あいまいさ」のどの部分と関連するのかを示さなければ，単なる理論の羅列となり，本としてのまとまりがなくなる。少なくとも「あいまいさ」の骨子だけでも示さなければならない。

一方，「人間の持つあいまいさ」はさまざまな様相を持ち，「あいまいさ」を表す言葉は日本語で 150 前後，英語に至っては 440 近くもある。「あいまいさ」

の正体もわからないのに，それを扱う数学理論について述べられるわけがない。

「あいまいさ」の持つ意味のあまりの広さに呆然（ぼうぜん）とし，ほとほと悩んでいたところ，菅野道夫 東京工業大学名誉教授 が 2012 年に国際会議で発表した，とある論文の抄録が目に付いた。この論文は,「あいまいさ」を表す日本語・英語・ドイツ語の言葉を調査し，それを 3 種類に分類することにより,「あいまいさ」の特徴を明らかにした，というものであった。この論文を目にしたことは幸運であった。そうでなければ，いまでも執筆の指針が定まらず，悩んでいたであろう。

執筆しながら,「あいまいさ」の持つ奥深さ，アリストテレスから続く「あいまいさ」の歴史の重さ，論理学と確率論のつながりを改めて認識することができた。その意味で，この本は読者諸兄のためだけでなく，筆者自身のためにも在る。そうはいっても，筆者は学半ばの未熟者である。誤記もあろう。その点は平にお許しの上，ぜひご指摘いただきたい。

最後になったが，本書を執筆するにあたり，適切なご助言を賜った筑波大学の宮本定明教授，芝浦工業大学の神澤雄智准教授，近畿大学の濱砂幸裕講師に深く感謝する。また，執筆の遅れに対して絶えず忍耐強く接して下さったコロナ社に心から感謝する。コロナ社の叱咤（しった）激励とご助言がなければ本書は完成しなかった。

2015 年 2 月

遠藤　靖典

目　　次

1.　あいまいさを扱うための序章

―― 第 I 部【導入】――

2.　古典論理の基礎

3.　集合論の基礎

――第II部【表現のあいまいさ】――

4. 非古典論理への序章

5. 様　相　論　理

6. ファジィ論理

――第 III 部【生起のあいまいさ】――

7.　確率論への序章

8.　確率論黎明期

9.　数学的確率

10.　頻度確率と傾向性解釈

11.　公理主義的確率

12.　条件付き確率とベイズの定理

13.　確率変数と確率密度・確率分布

14.　大数の法則と中心極限定理

15. 主　観　確　率

1 あいまいさを扱うための序章

本書では，「あいまいさ」を扱うための数学的な理論について述べる。そのため，ここではまず，本書で扱う「あいまいさ」とは何かについて簡単に説明しよう。とはいえ，あいまいさを含む形而(けいじ)上の概念は，古代ギリシャの時代より人類が考え続けてきた大問題であり，「あいまいさ」だけで何冊もの本になる内容を含むので，ここで簡単に「あいまいさとは○○である」と言い切ることはできない。もし読者が哲学に精通していれば，ここでの記述に物足りなさを覚えるだろうが，その点はご寛恕(かんじょ)を請う。

1.1　歴史的経緯から見た「あいまいさ」

1.1.1　形而上の概念の数学的表象による記述

形而上の概念は，人や時間，文化によってさまざまに異なる。本書の対象とする「あいまいさ」の場合も同様で，世界共通の「あいまいさ」を定義しようとする場合，人や文化によって違う「あいまいさ」の共通項を抽出することになるが，そのような共通項が存在するかどうかという議論はさておき，その共通項を形而下のものとして具象化しようとしても，もし説明するための言語が違えば，共通項を共通概念として表現したことにはならないであろう。言語は形而上の概念を形而下の文章に変換するほとんど唯一のツールだが，形而上と形而下の対応の困難さ，それぞれの言語による違いにより，世界共通の「あいまいさ」の概念について，日常言語による文章で説明したり定義することは非常に難しい。その問題を少しでも解決する一つとして，数学的表象による記述

がある。特に，近代科学はそのような考えを背景にして発展してきた。

やや話が脇道にそれるが，近代科学について言及することも意味があるだろう。小林は著書「科学哲学」（文献 1)[†]）の中で，近代物理学に代表される近代科学の特徴は以下の 2 点であると記している。

(1)　自然現象のうちで感覚性質のようなものは捨象し，数量化可能な側面にのみ着目する。

(2)　そのような側面を数学的表象によって記述する。

ここでいう感覚性質とは，「人間やわれわれ個々人の知覚様式と不可分であって，物体の普遍的構造を示すものではない」ので，客観性を担保するためには捨象しなければならない。また，『日常言語はわれわれがそこで生きる「いま」，「ここ」の文脈や「環境世界」に本質的に依存しており，物理的現象の普遍的性質を記述するものとしては不適切である』ために，数学的表象による記述が必要となる。ただし，ここでいう「数量化」とは，客観性の担保には必要だが，あくまでも測定器具を介した計量となるので，『厳密にいえば，物理量の数量化は測定装置の「精度」や「誤差」に依存しており，無条件で絶対的なものではない』ことに留意しなければならない。この小林による近代科学の特徴は，一般通念として認めてもよいであろう。

1.1.2　アリストテレスによる偶性の否定

さて，「あいまいさ」について深い洞察を行ったのはギリシャの哲学者だったアリストテレスである。アリストテレスは著書「形而上学」VI 巻で，「本質的なものが存在することと同種の原因と原理は，偶的には存在しない」とし，「正真正銘の偶性と可能性は，事象の範囲から完全に除外すべき」と考えた。そして，「偶性の科学など存在しないことは明らかで」「われわれは偶的なものは科学的に取り扱えないとみなさなければならない」と記しており，完全に偶性

† 巻末の引用・参考文献番号を表す。

の科学を否定している。この「偶性」「偶的」が確率と同種の概念を含んでいることは間違いないであろう。ただしここでいう確率とは，読者諸兄が最初にイメージする「サイコロを振って出る目の数が 1 である頻度」だけではなく，信念の度合いも含むより広範な概念であることに注意してほしい。確率論の章で後述するが，そもそも確率とは，頻度と信念の両方の「あいまいさ」を含む概念である。

また，アリストテレスは論理学の祖でもあるが，様相論理について最初に言及したのも彼であった。様相論理は，論理の枠組みで信念の「あいまいさ」を扱う理論体系として，近年盛んに研究が行われている。

しばしば西洋最大の哲学者の 1 人に数えられ，「万学の祖」とも呼ばれるアリストテレスの思想的影響は現在の科学にも透徹しており，「あいまいさ」に対する考え方も含めて，科学に対する基本的姿勢は変わっていないといっていい。「あいまいさ」とは何かという問いかけは，「あいまいさ」でないものは何かをも併せ考えることによって見えてくる。

「あいまいさ」でないものに関する科学理論は，アリストテレスの思想的庇護（ひご）の下，紀元前から着実に発展してきた。一方，「あいまいさ」に関する科学理論はその間発展せず，ギリシャ，ローマの古典古代文化を復興しようとする文化運動であるルネサンスを契機にして，ルネサンスが西洋世界全体に伝搬した 15 世紀末を過ぎて世に出たはずである。そう考えると，15 世紀末までは顕在化せず，その後に開花した科学理論のうち，信念や頻度に関するものを，「あいまいさ」を扱う科学理論と考えてよい。その代表的理論ははっきりしている。

1.1.3　歴史的経緯から見た「あいまいさ」の科学理論

一つはライプニッツを祖とする数理論理学，その中でも非古典論理である。アリストテレスは「偶性の否定」の観点から，「曖昧性」を極力排除して古典論理を構築したが，非古典論理は古典論理に対するアンチテーゼとして，人間の信念を扱うために発展してきた。現在では，ルイスによって定式化された様相論理や，ウカシェヴィッツによって提案された多値論理，ザデーによって提唱

されたファジィ集合に基づくファジィ論理など，多様な理論展開がなされている。特に言語表現においては，ファジィ論理は非常に強力な体系を持っている。

もう一つはカルダーノやパスカル，フェルマーによって端緒が開かれ，ラプラス，ミーゼスらによって発展し，測度論を背景とする理論体系を構築したコルモゴロフによって一つの頂点を極めた確率論である。確率論で扱う「あいまいさ」は古来より哲学の対象ともなり，やはりアリストテレスによって，人間の認知と深く結び付いていることが指摘されてきた。その流れから，ベイズやラプラスによって示されたベイズの定理を始点とした主観確率がラムゼイやデ・フィネッティらによって 1930 年代に広く提唱されるようになり，コルモゴロフを頂点とする測度論を背景とした確率論とは一線を画している。

「あいまいさ」の正体をはっきり見ないまま，歴史的経緯に着目して「あいまいさ」を扱う科学理論を挙げたが，それでは落ち着きが悪いので，わずかではあるが，言語的側面から見た「あいまいさ」について見ていこう。

1.2　言語的側面から見た「あいまいさ」

言語の面から「あいまいさ」について見ていくとはいえ，いつも用いている数理・数学体系はインド・ヨーロッパを中心に展開されてきたものである。また一方で，多くの読者にとっての常用言語は日本語であろう。そのため，「あいまい」という言葉の解釈に関しても，英語と日本語を基本にして考えざるを得ない。そこで，英語と日本語における「あいまいさ」の意味について概観しよう。

1.2.1　英 語 の 場 合

「あいまい」に相当する英単語は 440 近くあるといわれており，代表的なものの一部として以下が挙げられる†。

† この中には，日本語の「あいまい」よりはむしろ「疑わしい」「不正確」の意味での単語も入っているが，異なる言語における単語が 1 対 1 に対応しないことを考えれば当然であろう。

ambivalet, ambiguous, dubious, equivocal, fuzzy, hazy, indefinite, indistinct, inexact, murky, noncommittal, obscure, questionable, suspicious, uncertain, vague

この中でも，特にアンダーラインを引いた五つの単語が重要である。

(1) **Obscure, Vague:** 境界がはっきりしないという「漠然性」のあいまいさ。obscure の方が先に現れたが，現在は vague の方が使われる。
(2) **Equivocal, Ambiguous:** 二つ以上の意味を持つという「多義性」のあいまいさ。equivocal の方が先に現れたが，現在は「多義性」の意味では ambiguity の方が使われる。
(3) **Fuzzy:** 現在は，equivocal, ambiguous, obscure, vague の差はほとんどなくなり，現在の欧米哲学界においては vague が「あいまい」を示す言葉として使われている。fuzzy は上述の二つの意味を包含する高次の概念として位置付けられ始めている。

すなわち，英語で「あいまい」という場合は vague，もしくは fuzzy を用いるが，その場合，「漠然性」と「多義性」の二つの意味を持つことが共通認識として存在し，必要であればそのつど区別して用いていることになる。

1.2.2　日本語の場合

一方，「あいまい」に相当する日本語は 150 前後あるといわれている。代表的な語彙の一部として以下を挙げよう。

あいまい，あやふや，うやむや，おぼろ，多義的，漠然，不確実，不確定，不明瞭，茫漠（ぼうばく），ぼんやり，紛らわしい

これらを意味によって分類すると，**表 1.1** のようになる。

英語の場合，「あいまいさ」は上述のように漠然性と多義性の二つの意味を区別して使われるのに対して，表 1.1 からもわかるように，日本語では「あいまい」

表 1.1　「あいまい」の類語の分類

意　味	語　句
二つまたはそれ以上の解釈の余地がある	あいまい，多義的，紛らわしい
明確に理解・表現されない	あいまい，あやふや，うやむや，漠然，不明瞭
固有・客観的な意味を持たない	あいまい，あやふや，漠然，不明瞭，茫漠，紛らわしい
明快さ・特異性の不足	あいまい，あやふや，おぼろ，不確実，茫漠
正確な制限・決定・区別がない	あいまい，あやふや，不確定，不明瞭

（参考：独立行政法人情報通信研究機構）

という言葉はそれらの区別なく，すべてに共通して使われる言葉である。つまり，vague と ambiguous のどちらに対しても「あいまい」とされる。ただし，日本哲学界で「あいまいさ」という場合は陰に「多義性」のことを指し，「あいまい」に対応する英語として ambiguous が用いられており，vague が用いられることはあまりない。

個数の比較においても，英語は日本語の 3 倍前後あることを考えると，日本語ではさまざまな「あいまいさ」を 1 単語で表している一方で，英語ではさまざまな「あいまいさ」のそれぞれに単語を付けている，ということだろう。

1.2.3　言語的側面から見た「あいまいさ」の科学理論

ここまで，「あいまい」という言葉における英語と日本語の違いについて概観した。ではつぎに，言語的側面から，あいまいさを扱うための数理・数学理論にはどのようなものがあるかについて考えたい。

菅野は，国際会議での講演 “On Structure of Uncertainty”（文献 2)）および関連著物の中で，不確かさを意味する日本語の形容詞・形容動詞（152 語），英語（436 語），ドイツ語（150 語）などを収集し，KJ 法によって分類することにより，不確かさのカテゴリーおよびその構造を同定している。その結果，不確かさは七つのカテゴリーに分類され，そこに人が認識している本質的不確かさとして次ページの (1)〜(3) が存在することを見いだした。

(1)　言葉の表現における曖昧性（fuzziness of wording）
(2)　現象の生起における蓋然性（probability of phenomenon）
(3)　人間の意識における漠然性（vagueness of consciousness）

前 2 者について,「言葉の表現における曖昧性」を扱う科学理論は非古典論理であり,「現象の生起における蓋然性」を扱う科学理論は確率論である。これは 1.1 節で示した結論と一致する。

最後の「人間の意識における漠然性」だが，これこそが最も重要な問題として，ソクラテス以来数多の哲学者たちによって思惟の対象となってきたことであり，現在の科学において最も解き明かしたいことの一つである。しかし残念ながら，この漠然性を扱うことのできる数学理論に関してはいまだ存在していないし，これからも難しいだろう。

1.3　本書で扱う「あいまいさ」の科学理論

ここまで「あいまいさ」について早足で眺めてきて,「あいまいさ」を扱う科学理論は非古典論理と確率論であることがわかった。そこで，本書ではこの二つの理論に主軸を置き，それぞれの理論とそれらから派生したあいまいさを扱う理論について述べていくことにしよう。

ただし，どちらの理論についても，古典論理と集合論についての予備知識がないと理解が難しい。これらの理論のみならず，数学は古典論理と集合論をその礎としている。そもそも数学の表現はほとんどすべて古典論理の記法に基づいているし，本書の記述も，基本的に記号論理の書き方を踏襲している。また，非古典論理は古典論理で扱えないあいまいさを扱うために発展してきたものであり，確率論は集合論を基礎として作られた厳密な数学体系の中であいまいさを表現する理論である。

そこで，非古典論理と確率論について述べる前に，本書で必要な記号論理と

索　　　　引

—— 著者略歴 ——

1990 年　早稲田大学理工学部電子通信学科卒業
1994 年　早稲田大学助手
1995 年　早稲田大学大学院理工学研究科博士
　　　　後期課程修了（電気工学専攻）
　　　　博士（工学）
1997 年　東海大学講師
2001 年　筑波大学講師
2004 年　筑波大学助教授〜准教授
2013 年　筑波大学教授
　　　　現在に至る

あいまいさの数理
Mathematical Principles of Fuzziness and Probability

2015 年 4 月 30 日　初版第 1 刷発行

検印省略

著　者　遠（えん）藤（どう）靖（やす）典（のり）
発 行 者　株式会社　コロナ社
　　　　代 表 者　牛来真也
印 刷 所　三美印刷株式会社

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10
発行所　株式会社　**コ ロ ナ 社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)
ホームページ　http://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–07925–8　　（横尾）（製本：SBC）
Printed in Japan

落丁・乱丁本はお取替えいたします