光の数理

工学博士 左貝 潤一【著】

コロナ社

ま　え　が　き

光学の歴史は古く，その基幹部分の内容は確立されている。そのため，すでに出版されている大抵の光学の書籍では，屈折，反射，干渉，回折や偏光などの内容が章ごとに体系立てて構成されている。そこでは現象の説明や用語の定義に加えて，物理的内容が定性的に説明され，さらに定量性をもたせるために数式で記述されているのが，一般的である。

このように，工学や物理学ではその技術的・物理的内容を数学的に表現することが多く，光に関連する内容を扱う光学もその例外ではない。各分野では特有の物理的内容を含む概念が存在し，当然，数学と関連がある。しかし，数学は抽象化されているため適用範囲が広い反面，各分野における内容に則した意味がわかりにくい。そこで本書では，光学分野を俯瞰（ふかん）する立場で数学的内容を精査し，光学における数学や物理的意味と数学のもつ性質との橋渡しを行い，横断的理解を目指すこととする。

数学のレベルは高校および大学の学部生を想定し，それらと光学の内容を関連付け，光学において数学がどのような形で活用されているかがわかるようにする。単に結果を示すだけでなく，物理的意味が明確になるように，途中の式変形もできるだけ丁寧に記述する。なお，題材は光学を中心として光工学からもとっている。

本書の概要はつぎのとおりである。1 章では，波面，位相，光路長やマクスウェル方程式，境界条件など，以降の章の内容を理解するのに必要な基本概念を説明する。そのため，本書の主旨とは関係なく一般的な内容を述べている。2 章以降の各章では，最初に数学的な説明を行うが，網羅的で厳密な内容ではなく，その章の内容を理解しやすくすることを目標としている。また，類似の内容では最初に詳しく説明し，その後にほかとの関係を説明する。

また，2章以降の各章では，光学の内容を，ベクトル，行列，微積分，微分方程式など，数学的内容を軸として分類している。そのため，同じ光学的・物理的内容を異なる角度から扱う場合もある。光学の内容は，その物理現象をできる限り原理から説明するように心掛ける。なお，本書では解析的内容のみを扱い，数値解法は含めない。

上記の目的を達成するため，本書に以下の特徴をもたせている。

(1)　本書全体を，光学における数理的内容と数学での用語で示される内容や性質などについて，その対応関係で整理している。そのため，数学の用語を軸として章を構成している。

(2)　同じ現象を複数の見方，例えばベクトルとフーリエ変換で扱い，相互の関係を明らかにして，一部の内容については見方を変えることによって，簡単な数学を用いても有用な結果が得られることを実例で示す。

(3)　重要な内容では考え方のプロセスがわかるように，数理的結果を示すだけでなく，式の展開が容易に追えるように，できるだけ丁寧に記述している。

(4)　数学と異なり，光学を含む物理学では近似がしばしば使用される。近似を行う際の物理的根拠や意味を明確にする。

(5)　重要な結果や意義は，節の冒頭や要所で箇条書きなどで示している。

(6)　基本で重要と思われる内容は適宜，例題として学習の便を図っている。

本書を出版するにあたり，終始お世話になったコロナ社の関係各位にお礼を申し上げる。

2021年7月

左貝潤一

目　　次

1. 光学の基礎事項

1.1 光の概要 …… 1

1.1.1 光の特徴 …… 1
1.1.2 屈折率と光速 …… 2

1.2 光の基本概念 …… 3

1.2.1 波動の基礎 …… 3
1.2.2 波面と光線 …… 5
1.2.3 光路長 …… 7

1.3 光学における基本原理・法則 …… 8

1.3.1 ホイヘンスの原理 …… 8
1.3.2 フェルマーの原理 …… 8
1.3.3 スネルの法則 …… 10
1.3.4 マリュスの定理 …… 13

1.4 偏光 …… 13

1.5 マクスウェル方程式と波動方程式 …… 16

1.5.1 マクスウェル方程式と構成方程式 …… 16
1.5.2 波動方程式 …… 18

1.6 電磁波の基本的性質 …… 19

1.6.1 電磁波での電界と磁界 …… 19
1.6.2 電磁波エネルギーと光強度 …… 21

1.7 境界条件 …… 22

2. 光とベクトル

2.1 ベクトルの基礎 …… 25
2.1.1 複素数とベクトル …… 25
2.1.2 スカラー積とベクトル積 …… 27
2.2 ベクトルの光学特性の半定量的理解への利用 …… 28
2.2.1 正弦波・余弦波の表示 …… 28
2.2.2 光波におけるスペクトル幅と時間幅の関係 …… 29
2.2.3 旋光性におけるベクトルの和の利用 …… 31
2.2.4 多重ピンホール干渉における合成波振幅が極大・ゼロの物理的意味 …… 33

3. 光と行列・ベクトル

3.1 行列・ベクトルの基礎 …… 36
3.1.1 ベクトルと行列 …… 36
3.1.2 行列と行列式の性質 …… 37
3.1.3 固有値と固有ベクトル …… 38
3.1.4 行列の対角化 …… 39
3.1.5 2次曲面と2次曲線 …… 41
3.2 異方性媒質における電磁波エネルギーとエルミート行列の関係 …… 43
3.3 異方性媒質における伝搬特性の行列表示の対角化と固有偏光 …… 45
3.3.1 固有偏光 …… 45
3.3.2 行列の対角化と固有偏光の関係 …… 47
3.3.3 固有偏光の直交性と形状 …… 49
3.3.4 旋光性媒質における固有偏光の具体例 …… 50
3.4 異方性媒質における屈折率楕円体と2次曲面・2次曲線 …… 52
3.4.1 異方性媒質での屈折率楕円体 …… 52
3.4.2 屈折率楕円体の標準形への変換 …… 53
3.4.3 直交変換の幾何学的意味 …… 55
3.5 2次曲面とメタマテリアルでの分散曲線 …… 57
3.6 球面レンズ光学系における結像特性の行列表現 …… 60
3.6.1 行列法を用いた球面レンズによる結像 …… 60
3.6.2 厚肉レンズにおける主要点と焦点距離 …… 64

3.6.3　厚肉レンズにおける像作図法 …… 66

4. 光と数列・級数

4.1　数列・級数の基礎 …… 68
4.2　sinc 関数の出現：干渉と回折 …… 69
4.2.1　多重ピンホールによる干渉 …… 69
4.2.2　有限幅単スリットによる回折 …… 73
4.2.3　複数開口による回折 …… 76
4.2.4　方形開口による回折 …… 79
4.3　平行平面板による多重波干渉：無限等比級数の利用 …… 80
4.3.1　多重反射による透過波に基づく干渉 …… 81
4.3.2　多重反射による反射波に基づく干渉 …… 85

5. 光と微積分

5.1　微積分の基礎 …… 88
5.1.1　微分 …… 88
5.1.2　偏微分 …… 89
5.1.3　極値 …… 91
5.1.4　条件付き極値問題：ラグランジュの未定乗数法 …… 92
5.1.5　積分 …… 93
5.1.6　ベクトルの微積分 …… 94
5.2　包絡線による光学特性の解釈 …… 95
5.2.1　ホイヘンスの原理と包絡線 …… 95
5.2.2　多色光における包絡線と群速度 …… 98
5.3　プリズムにおける最小偏角 …… 100
5.4　ラグランジュの未定乗数法の異方性媒質の特性解析への利用 …… 103
5.4.1　異方性媒質における電磁界の関係 …… 103
5.4.2　異方性媒質における屈折率楕円体の条件付き極値問題への置換 …… 104
5.5　部分積分の利用 …… 108
5.5.1　導波構造における伝搬定数 …… 108
5.5.2　方形導波管における伝送エネルギー …… 111

5.6 鞍 点 法 …… 114

6. 光とフーリエ変換

6.1 フーリエ変換とフーリエ逆変換 …… 117
6.1.1 フーリエ変換とフーリエ逆変換の基礎 …… 117
6.1.2 デルタ関数とフーリエ変換の関係 …… 120
6.2 畳み込み積分，相関関数とフーリエ変換の関係 …… 121
6.2.1 畳み込み積分 …… 121
6.2.2 相関関数 …… 123
6.3 光学的フーリエ変換 …… 124
6.3.1 回折現象がフーリエ変換で表せることの半定量的説明 …… 124
6.3.2 レンズの位相変換作用と結像 …… 125
6.4 凸レンズを用いた光学系におけるフーリエ変換作用 …… 128
6.4.1 球面凸レンズの前後焦点面における複素振幅の関係 …… 128
6.4.2 光学系におけるフーリエ変換とデルタ関数の関係 …… 130
6.5 畳み込み積分の光画像評価への応用 …… 131
6.5.1 光学伝達関数 …… 132
6.5.2 点像分布関数 …… 132
6.6 フーリエ分光における自己相関関数の利用 …… 134
6.7 波動におけるスペクトル幅と時間幅の積 …… 136
6.7.1 方形波スペクトルの場合の積 …… 137
6.7.2 一般の場合のスペクトル幅と時間幅の積に対する表現 …… 138
6.7.3 ローレンツ形とガウス形スペクトルの場合の $\delta\nu\delta t$ …… 140

7. 光と微分方程式

7.1 微分方程式の分類と解法 …… 144
7.1.1 微分方程式の分類 …… 144
7.1.2 定数係数の 2 階常微分方程式 …… 145
7.1.3 同次常微分方程式 …… 146
7.1.4 変数分離法 …… 146
7.1.5 非同次常微分方程式：定数変化法 …… 147

7.2　変数分離法の波動解析への利用 …… 148
7.2.1　1 次 元 波 動 …… 148
7.2.2　円筒座標系における波動 …… 150
7.3　定数変化法の球面波解析への利用 …… 151
7.4　フーリエ変換の非同次偏微分方程式解法への利用：電磁ポテンシャル … 153
7.4.1　電磁ポテンシャルに対する基本式 …… 154
7.4.2　フーリエ変換による定式化 …… 155
7.4.3　グリーン関数と波動に対する一般解の導出 …… 156
7.5　ガウス関数：近軸近似での波動 …… 158
7.5.1　ガウス形ビームに対する波動方程式 …… 158
7.5.2　ガウス形ビームの基本式 …… 159
7.5.3　ガウス形ビームの物理的意味 …… 162
7.5.4　実用上現れるガウス形ビーム …… 163
7.6　非線形波動方程式 …… 166
7.6.1　光 カ ー 効 果 …… 166
7.6.2　非線形波動方程式の導出 …… 166
7.6.3　光 ソ リ ト ン …… 170

8. 光 と 変 分 法

8.1　変分法の基礎：極値問題 …… 173
8.2　フェルマーの原理と光線方程式 …… 176
8.2.1　フェルマーの原理の数式表現 …… 176
8.2.2　光 線 方 程 式 …… 177
8.3　フェルマーの原理と幾何光学の三法則 …… 179
8.3.1　一様媒質中での光の直進：オイラー方程式の利用 …… 179
8.3.2　反 射 の 法 則 …… 180
8.3.3　屈 折 の 法 則 …… 180
8.4　フェルマーの原理と 2 次曲線による反射鏡 …… 181
8.4.1　2 次曲線による無収差反射鏡 …… 181
8.4.2　球 面 反 射 鏡 …… 183
8.5　球面レンズによる結像：第 2 変分の利用 …… 184

8.5.1 幾何学的関係による定式化の準備 …… 184
8.5.2 球面レンズ光学系における物点から像点までの光路長 …… 187
8.5.3 薄肉レンズによる結像 …… 188
8.5.4 厚肉レンズによる結像 …… 189

8.6 オイラー方程式の不均一媒質中での光線伝搬への適用 …… 193

8.7 波動方程式の変分問題への変換 …… 196

8.7.1 1次元波動方程式 …… 196
8.7.2 2次元波動方程式：デカルト座標系 …… 198
8.7.3 2次元波動方程式：円筒座標系 …… 198
8.7.4 三つの変数がある場合のオイラー方程式 …… 200

8.8 伝搬定数（固有値）の変分表現 …… 200

8.8.1 変分表現の一般式 …… 201
8.8.2 光導波路と光ファイバにおける変分表現 …… 202

9. 光と摂動法

9.1 摂動法 …… 204

9.1.1 摂動法における基本式 …… 205
9.1.2 伝搬定数と波動関数に対する表現 …… 206

9.2 摂動法の楕円コア光ファイバの直線複屈折への適用 …… 207

9.2.1 楕円コア光ファイバに対する定式化 …… 208
9.2.2 楕円コア光ファイバにおける複屈折 …… 210

9.3 摂動法の曲がり光導波路への適用 …… 215

9.3.1 等価直線導波路近似 …… 215
9.3.2 摂動法による基本式 …… 217
9.3.3 定数変化法による摂動解（電磁界）の導出手順 …… 218
9.3.4 三層スラブ光導波路の曲げ状態でのコア近傍における電磁界 …… 220

付録：三層スラブ光導波路の特性 …… 224
参考図書 …… 225
索引 …… 226

1. 光学の基礎事項

本章では，以降の章を理解するうえで必要な，光学における基礎事項を説明する。そのため，書名とは関係なく，光学の標準的な内容を取り上げ，特に数理的な内容には立ち入らない。前半では波面，位相，光路長など，光の基本概念を述べた後，光学における基本原理・法則および偏光を説明する。後半では，電磁波の一種である光を電磁界理論で扱うため，マクスウェル方程式と波動方程式を提示し，電磁波の基本的性質を述べた後，境界条件を説明する。

1.1 光の概要

1.1.1 光の特徴

光は電磁波の一種であるが，波長帯によって他の電磁波と区別されている。隣接する電波やX線との境界は明確ではないが，おおむね波長λが10 nm～数百 μm 程度の電磁波を光と呼ぶことが多い。光の特徴を以下に示す。

(1) 光は波動性と粒子性の両面をもつ**量子**（quantum）である。波動性を強調するときは**光波**（optical wave）と呼び，これは干渉や回折などに関係する。光を波動的側面から考える分野を**波動光学**という。粒子性を強調するときは**光子**（photon）と呼び，これは光と物質との相互作用や光電効果などに関係し，光の発生や検出に利用される。本書では，波動性を中心として記述する。

(2) 光の波長が対象とする空間よりも十分に小さいとき，光の伝搬をあたかも線のようにして扱える光線の概念が使える（1.2.2 項参照）。光を光

線で扱う分野を**幾何光学**または光線光学と呼ぶ。

(3)　光は目に見える可視光を包含しているため応用上重要である。ちなみに，**可視光**（visible light）は個人差があるが 380 nm≦λ≦780 nm 程度である。

(4)　光の振舞いを調べる際には屈折率が多用され，通常 n で表される。屈折率は元来，異なる境界面での光の屈折の仕方を表す概念であるが，さまざまな物理的・電磁気的側面をもっている（次項参照）。

(5)　光を含めて電磁波はエネルギーをもつ（1.6.2 項，5.5.2 項参照）。

(6)　光速は観測系の速度によらずつねに一定値となり，これは**光速度不変の原理**（principle of constancy of light velocity）と呼ばれる。

1.1.2　屈折率と光速

光の屈折は日常生活でも体験できる。太陽光が金魚鉢に当たると，光が空気と水の境目で屈折して進行しているのがわかる。このように，異なる媒質間での光の屈折現象を，光線の角度と関連付けて定量化した概念が**屈折率**（refractive index）である（1.3.3 項参照）。屈折率は光の振舞いを記述する際に，媒質を特徴付ける特性としてよく用いられる。

媒質中での光速 v は真空中に比べて遅くなる。この媒質中と真空中の光速 c の比がちょうど屈折率 n に相当しており，次式で表される。

$$n=\frac{c}{v} \tag{1.1}$$

真空中の光速（light velocity of vacuum）c は，電磁気量を用いて

$$c\equiv\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=2.997\,924\,58\times10^8\ \mathrm{m/s}\fallingdotseq3.0\times10^8\ \mathrm{m/s} \tag{1.2}$$

$$\varepsilon_0=8.854\,188\times10^{-12}\ \mathrm{F/m}\left(=\frac{10^7}{4\pi c^2}\right) \tag{1.3}$$

$$\mu_0=1.256\,637\times10^{-6}\ \mathrm{H/m}\ (=4\pi\times10^{-7}) \tag{1.4}$$

で定義されている。ここで，ε_0 は**真空の誘電率**（permittivity of vacuum），μ_0

は**真空の透磁率**（permeability of vacuum）である。c と μ_0 は実測値に基づいた定義値である。光速の c は「速い」を意味するラテン語 celer に由来する。

式 (1.1) からわかるように，自然界の物質の屈折率の値は $n \geqq 1$ で，高々 4 程度である。空気では $n = 1.000\,28$ であり，厳密な議論をしない限りは，真空と同一視しても問題がない。水は $n = 1.33$，ガラスは $n = 1.45 \sim 1.80$ 程度である。

1.2 光の基本概念

1.2.1 波動の基礎

光の振舞いは，後述するように，マクスウェル方程式から導かれる波動方程式を解いて求めることができる（1.5 節参照）。ここではその導出過程を示さないが，波動の形式は正弦波または余弦波で表現できる（2.2.1 項，7.2.1 項参照）。本項では，光の基本概念を説明するため，単一の周波数あるいは波長で振動する光波である**単色光**（monochromatic light）を 1 次元で扱う。

単色光が z 軸方向に伝搬しているとすると，時刻 t，位置 z での波動が

$$u = \begin{cases} A\sin\phi = A\sin(\omega t - kz) \\ A\cos\phi = A\cos(\omega t - kz) \end{cases} \tag{1.5 a}$$

$$\phi \equiv \omega t - kz = 2\pi\left(\nu t - \frac{z}{\lambda}\right) \tag{1.5 b}$$

で表せる。ここで，A は振幅を表す。式 (1.5 a) は，波動が時空間に対して周期的に変動していることを示す。式 (1.5) での ϕ は**位相**（phase）を表す。波動で位相が一定な面を**波面**（wave-front）または**等位相面**（constant phase plane）と呼ぶ。位相が 2π の整数倍だけ異なる時空間の状態は同位相にあるという。

波動の時空間での波形例を**図 1.1** に示す。式 (1.5) で時刻 t を固定するとき，位置 z から同位相にある隣接位置までの距離を**波長**（wavelength）と呼ぶ。これを λ で表すと，次式で書ける。

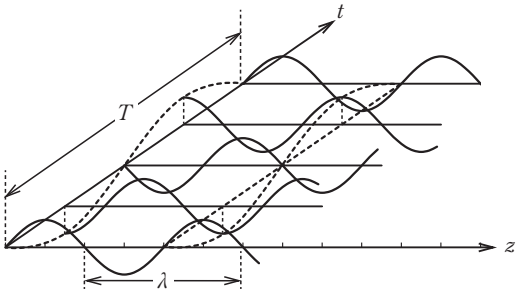

図 1.1　波動の時空間波形（T：周期，λ：波長，$\omega=2\pi/T$：角周波数）

$$\lambda=\frac{2\pi}{k} \tag{1.6}$$

k は**波数**（wavenumber）と呼ばれ

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.7}$$

で書き表せる。これは単位距離当りに含まれる波の数を表す。

式 (1.5) で位置 z を固定するとき，波動が単位時間当りに振動する回数を**周波数**（frequency）または振動数と呼び，ν で表す。周波数を位相角で表したものを**角周波数**（angular frequency）または角振動数と呼び，ω で表す。角周波数と周波数は次式で関係付けられる。

$$\omega=2\pi\nu \tag{1.8}$$

周波数と角周波数は，真空中でも媒質中でも不変である。

光の速さや波長，波数は真空中と媒質中で異なる値となることを以下で示す。媒質中での光速 v，つまり波面の速度は，式 (1.5) で時間 δt の間に進む波面の距離 δz を考え，$\omega\delta t-k\delta z=0$，$v=\delta z/\delta t$ より，式 (1.7)，(1.8) を利用すると

$$v=\frac{\omega}{k}=\nu\lambda \tag{1.9}$$

で表される。この波面速度は**位相速度**（phase velocity）とも呼ばれる。媒質中と真空中での光速を同形とするため，真空中での値に下付き添え字 0 を付すと，式 (1.9) に対応する関係はつぎのように書ける。

$$c = \nu\lambda_0 \tag{1.10}$$

式 (1.9)，(1.10) を式 (1.1) に代入すると，波長が次式で表される。

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{v\lambda_0}{c} = \frac{\lambda_0}{n} \tag{1.11}$$

これは，媒質中での波長 λ が真空中の値 λ_0 よりも短くなることを表す。式 (1.11) を式 (1.7) に代入すると，次式が得られる。

$$k = nk_0 = \frac{\omega}{v}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c} \tag{1.12 a, b}$$

これは，媒質中での波数 k が真空中の値 k_0 よりも大きくなることを表す。

単色光は現実には存在せず，光波は一般に多くの周波数成分からなる**多色光**（polychromatic light）である。単色光に近いのは人工的に作り出されたレーザ光であり，周波数幅 $\delta\nu$ が中心周波数 ν_c に比べて極度に狭い（$\delta\nu/\nu_c \ll 1$）光を**準単色光**（quasi-monochromatic light）と呼ぶ。

1.2.2 波面と光線

前項では 1 次元波動で光の基本パラメータを説明したが，これは 2 次元または 3 次元空間の波動に拡張できる。図 1.1 からわかるように，空間における波動の山に着目すると，その近傍でも山の部分があり，位相が等しい部分を空間的に連ねていくことができる。したがって，位相が一定な面である波面が 2 次元・3 次元空間でも存在する。

波面の形状が平面をなす波動を**平面波**（plane wave），球面をなす波動を**球面波**（spherical wave）と呼ぶ（**図 1.2**）。平面波は 1 方向に伝搬する波動を表し，式 (1.5) で振幅 A が伝搬方向に垂直な面内で定数となる。球面波は一点 O を中心として球面を描いて発散する，あるいは集束する波動であり，振幅が波源からの距離に反比例する。平面波の定量的な説明は 5.2.1 項〔1〕と 7.2.1 項で行い，球面波の定量的な説明は 5.2.1 項〔2〕と 7.3 節で行う。

波面は光を波動，つまり光波として扱うときの概念である。波動としての扱いは厳密ではあるが，物理的直観に欠けるきらいがある。光が屈折率の一様な

索　　引

【あ】

厚肉レンズ　62, 189, 192
鞍　点　91, 115
鞍点法　115

【い】

異常波　58
位　相　3
位相速度　4, 100
位相伝達関数　132
異方性媒質　17
インパルス応答関数　121

【う】

ウィーナースペクトル　118
ウィーナー–ヒンチンの定理　136
後側主点　191
後側焦点　190
薄肉レンズ　188

【え】

エネルギー保存則　21, 87, 118
エルミート行列　40, 44
円筒座標系　150, 198
円複屈折　47
円偏光　14, 31

【お】

オイラーの公式　26
オイラー方程式　175, 179, 194, 197
オイラー–ラグランジュ方程式　175
凹レンズ　66

【か】

開　口　73, 97
階　数　144
外　積　28
回　折　73, 98
回折角　76
回折限界　76
回　転　94
ガウス形スペクトル　142
ガウス関数　143, 163
ガウス光学　185
ガウス定数　62
ガウスの定理　95
ガウスのレンズ公式　188
角周波数　4
角振動数　4
角倍率　65
可視光　2
干　渉　70

【き】

幾何光学　2
基本ソリトン　172
逆行列　38
逆進性　13, 64, 130
級　数　68
球面凸レンズ　128
球面波　5, 97, 153
球面反射鏡　183
球面レンズ　61, 184
境界条件　22, 112, 222
共　役　183
共役点　64
共役複素数　25
行　列　36
行列式　37
極座標系　151
極　値　91
極値問題　173
虚　像　181
近軸近似　159
近軸光学　185
近軸光線　61, 185

【く】

空間周波数　118, 125, 130
屈折行列　62
屈折の法則　11, 180
屈折率　2, 17
　絶対——　10
　線形——　166
　相対——　10
　非線形——　166
屈折率楕円体　53, 104
グリーン関数　155
グリーンの定理　94
群速度　100, 114

【け】

欠　線　79

結　像 63
結像作用 126, 196
結像式 63, 192
原始関数 93

【こ】

光学距離 7, 177
光学的フーリエ変換 125
光学伝達関数 132
光　子 1
後進波 19, 149
合成関数 88
構成方程式 17
光　線 6
光線方程式 60, 178
光速度不変の原理 2
光　波 1
勾　配 94
公　比 68
光路長 7, 177
誤差関数 116, 142
固有値 38
固有値方程式 38
固有ベクトル 38
固有偏光 31, 47, 49, 52
孤立波 170
コントラスト 132

【さ】

最小時間の原理 9
最小偏角 101
最小偏角法 102
三角関数 146
三層スラブ光導波路 220

【し】

磁　化 17
磁化率 17
時間幅 30, 138
子午光線 61
自己相関関数 124, 135
指数関数 145
システム行列 62
自然境界条件 197, 199
実２次形式 41, 53
実　像 181
実対称行列 39, 53
弱導波近似 110, 203, 218
収　差 181
重積分 94
周波数 4
周波数スペクトル 118
縮　退 209
主屈折率 55
主軸方位角 15
主　点 64, 190
主要点 64
シュライエルマッヘルの
　方程式 63
準単色光 5
条件付き極値問題 92
焦　点 42, 64
焦点距離 66
常微分方程式 144
真空インピーダンス 20
真空中の光速 2
真空の透磁率 3
真空の誘電率 2
振動数 4

【す】

数　列 68
スカラー積 27
スカラー波動方程式 19
スカラーポテンシャル 154
ステップ形光ファイバ 208
ストークスの関係式 82
ストークスの定理 95
スネルの法則 12
スペクトル幅 30, 138
スペクトル密度 136
スポットサイズ 162

【せ】

正弦波 3, 28, 149
正常波 58
正方行列 37
積　分 93
積分定数 93
絶対屈折率 10
絶対値 25, 26
節　点 65
摂　動 206
摂動法 207, 217
漸化式 150, 213
線　形 144
線形屈折率 166
旋光性 31
旋光性媒質 31, 50
旋光能 33, 52
前進波 19, 149
全反射 12
全微分 89

【そ】

双曲線 42, 182
双曲線関数 145
双曲面 41, 59
相互相関関数 123
相対屈折率 10
ソリトン 170

【た】

第１変分 174
第２変分 174, 187
対角化 39
楕　円 42, 181
楕円ガウスビーム 164
楕円コア 208
楕円偏光 15
楕円面 41, 59
多重波干渉 80
多重ピンホール干渉 33, 70

多色光 5, 98
畳み込み積分 122, 134
単位行列 37
単位ベクトル 26
単色光 3
単スリット 73, 76

【ち】

遅延ポテンシャル 157
直線複屈折 47, 209, 215
直線偏光 14
直交行列 39, 56

【て】

定数変化法 148, 152, 219
定積分 93
テイラー展開 89
停留位相法 116
停留値 100, 174
デルタ関数 120, 130
電気感受率 17
電気伝導度 17
電気分極 17
伝送エネルギー 112
転送行列 62
点像分布関数 133
転　置 37
伝搬定数 108, 150, 201

【と】

等位相面 3
等価直線導波路近似 216
導関数 88
峠　点 91, 115
同　次 144
同次常微分方程式 146
同次偏微分方程式 148
導電率 17
導波構造 108, 168
等比数列 68, 72
等方性媒質 17
特殊解 147
特性方程式 145
特　解 147
凸レンズ 66

【な】

内　積 27

【の】

ノイマン関数 150

【は】

波　数 4
波数ベクトル 19
パーセバルの等式 118, 139
波　束 99
波　長 3
発　散 94
発散定理 95
波動インピーダンス 20
波動光学 1
波動方程式 196
波　面 3, 215
波面の曲率半径 163
波面変換作用 126
波面法線ベクトル 20
波　連 99
パワスペクトル 118, 136
汎関数 173, 196
反射の法則 12, 180

【ひ】

光カー効果 166
光強度 21
光強度透過率 84
光強度反射率 86
光ソリトン 170
光短パルス 169
光導波路 108, 197, 202
光の直進 179
光ファイバ 199, 203, 208
　ステップ形―― 208
比屈折率差 208
被積分関数 93
非線形 144
非線形屈折率 166
非線形シュレディンガー方程式 171
非線形微分方程式 169
非同次 144
非同次常微分方程式 147, 218
非同次偏微分方程式 154, 207
比透磁率 17
微　分 88
微分方程式 144
ビームウェスト 162
比誘電率 17
比誘電率テンソル 43
ピンホール 33, 69, 121

【ふ】

フェルマーの原理 8, 176, 187, 216
複屈折 47
　円―― 47
　直線―― 47, 209, 215
複素共役 25
複素数 25
物質方程式 17
不定積分 93, 213
部分積分 93, 108
フラウンホーファー回折 125
フーリエ逆変換 118, 155
フーリエスペクトル 118
フーリエ成分 167
フーリエ分光 134
フーリエ変換 118, 155
分　散 170
分散関係 58

分布屈折率レンズ 196

【へ】

平行平面板 80
平面波 5, 96, 149
ベクトル 26, 36
　――の微積分 94
ベクトル積 28
ベクトルポテンシャル 154
ベッセル関数 150, 213
ベッセルの微分方程式 150
ヘルムホルツ方程式 19
偏　角 25, 101
変曲点 91
変形ベッセル関数 151, 213
偏　光 13
　円―― 14
　楕円―― 15
　直線―― 14
偏光楕円率 16
偏光面 14
変数分離形 146, 148, 168, 171
変数分離法 147
変調伝達関数 132
偏導関数 89
偏微分 89
偏微分方程式 144
変　分 174
変分表現 201
変分法 174

【ほ】

ホイヘンスの原理 8, 95
ホイヘンス–フレネルの原理 8
ポインティングベクトル 21, 114
方形開口 79
方形導波管 111
方形波スペクトル 137
放物線 42, 182
放物面 41
包絡線 90, 99
包絡線近似 159, 167
包絡線ソリトン 172

【ま】

前側主点 191
前側焦点 190
曲がり光導波路 215
マクスウェル方程式 16
マリュスの定理 13, 181

【む】

無限等比級数 68, 83
無収差反射鏡 183

【め】

メタマテリアル 57

【ゆ】

ユニタリー行列 40

【よ】

余関数 147, 219
余弦波 3, 28, 149
横倍率 64, 189, 190
横方向ラプラシアン 201

【ら】

ラグランジュの未定乗数法 92, 105
ラプラス方程式 200

【り】

理想光学系 63
量　子 1, 204
臨界角 12, 87

【れ】

連鎖定理 90
連鎖律 90, 170
連続の方程式 16

【ろ】

ローレンツ形スペクトル 140

【F】

F パラメータ 160

【G】

GRIN レンズ 196

【L】

LP_{01} モード 203, 210

【S】

sinc 関数 71, 137

【V】

V パラメータ 211, 224

【数字】

2 階線形常微分方程式 145
2 次曲線 42, 181
2 次曲面 41, 58
2 次形式 41
2 次波面 8, 96
2 乗分布形 193

——著 者 略 歴——

1973 年　大阪大学大学院工学研究科修士課程修了（応用物理学専攻）
1982 年　工学博士（大阪大学）
1995 年　立命館大学教授
2013 年　立命館大学名誉教授

著書　「位相共役光学」朝倉書店（1990）
「光学の基礎」コロナ社（1997）
「導波光学」共立出版（2004）
「メタマテリアルのための光学入門」森北出版（2017）
ほか

光 の 数 理
Mathematical Optics

© Jun-ichi Sakai 2021

2021 年 9 月 10 日　初版第 1 刷発行　★

検印省略

著　　者　左貝潤一（さかい じゅんいち）
発 行 者　株式会社　コ ロ ナ 社
　　代 表 者　牛 来 真 也
印 刷 所　新日本印刷株式会社
製 本 所　有限会社　愛千製本所

112-0011　東京都文京区千石 4-46-10
発 行 所　株式会社　**コ ロ ナ 社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140-8-14844・電話 (03) 3941-3131 (代)
ホームページ　https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-06658-6　C3042　Printed in Japan　（齋藤）

JCOPY ＜出版者著作権管理機構 委託出版物＞
本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は，そのつど事前に，出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088，FAX 03-5244-5089，e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー，スキャン，デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は，いかなる場合も認めていません。
落丁・乱丁はお取替えいたします。