工科系学生の
数理物理入門

博士（工学）　片山　登揚
理 学 博 士　有末　宏明
博士（理学）　松野　高典　共著
博士（理学）　稗田　吉成
博士（理学）　佐藤　　修

コ ロ ナ 社

ま　え　が　き

本書は，理学系ではなく工学系のための数理物理学のやさしい入門書である。理工系の大学の 3 年生や 4 年生また工業高等専門学校の 4 年生や 5 年生および専攻科の課程においては，応用数学の知識や考え方を基礎とした物理学を学ぶ。学習すべき物理学の内容は多岐にわたるが，主要なテーマは解析力学，電磁気学，量子力学および統計物理学であり，その記述は応用数学の知識を前提として解説されている。これらを学習する際，カリキュラムの関係で用いられる数学を自学自習する必要があり，そのためには多くの学習時間を必要とする。さらに，学習者に対して必要な項目だけの学習を期待することも難しいと考えられる。そこで，特に工学系で学ぶ者にとって，将来必要となる数理物理学のやさしい入門書が必要である。本書は，あくまでも各物理学分野の入門書であって，学習に必要と考えられる数学の基礎部分をも同時に解説するものである。

そこで，本書では上記の物理学の基礎とそれらを学ぶための数学のテーマを精選して解説する。第 1 部を数理物理のための数学とし，第 2 部を数理物理入門としている。具体的には以下のような項目を記述する。第 1 部においては，線形代数学と微分方程式からテーマを絞って解説する。線形代数学では，行列計算は既習のこととして，量子力学で必要とされる線形空間と線形写像，さらに固有空間と一般固有空間の導入までを記述する。例えば，線形変換における固有ベクトルや固有値の考え方は，量子力学でのシュレディンガー作用素の固有関数やエネルギー固有値に発展していくため，十分な理解が必要である。微分方程式としては，その解法，および微分方程式の解の存在と一意性を中心に丁寧に解説している。また，物理学で現れる微分方程式の解として定義される関数には，特殊関数と呼ばれるものが多く，微分方程式の級数による解法と合わせて簡単に触れている。

第 2 部の数理物理入門では，物理学からのテーマとして，解析力学，電磁気学，量子力学の 3 テーマのみに絞ってそれらの基礎を解説する。解析力学では，力学系としてとらえられる各工学分野からの例と変分原理を示した後，ラグランジュ力学，ハミルトン力学の基礎について記述する。そこでは，一般化座標の考え方，および正準座標の考え方について，座標変換の意味を中心に解説する。ハミルトン形式は量子力学での記述形式には不可欠なものである。また，電磁気学では場の考え方を中心に解説する。ベクトル解析の復習も含め，電磁場の解析を物理的な立場からわかりやすく解説する。さらに，量子力学の項では，古典力学のハミルトニアンから対応原理に基づきシュレディンガー作用素を導く。さらに，シュレディンガー方程式の解についての物理的意味に重点を置いて解説する。

以上，いずれの分野においても，入門部分をわかりやすく解説しており，各分野の専門書への橋渡しの役目をする。さらに各解説において，適切な例および演習問題を付けてやさしい教科書または自習書としても使用できるようにした。

なお，各章の担当はつぎのとおりである。1 章は稗田，2 章は松野，3 章は片山，4 章は有末，さらに 5 章は佐藤がそれぞれ担当した。執筆にあたっては，誤りのないように十分注意するとともに，第 1 部と第 2 部および各章間の連携にも留意したが，著者らの浅学非才のため思わぬ誤りがあるかもしれない。読者の御叱正をいただければたいへんありがたい。また，コロナ社には，企画の段階から本書が完成するまでにたいへんお世話になった。ここに，感謝を申し上げる次第である。

2012 年 9 月

片山登揚　有末宏明　松野高典　稗田吉成　佐藤　修

目　　次

1. 線 形 代 数 学

1.1　は じ め に ……………………………… *1*
1.2　行 列 の 復 習 ……………………………… *2*
1.3　ベクトル空間と線形写像 ……………………………… *5*
　1.3.1　ベクトルとベクトル空間 ……………………………… *5*
　1.3.2　線形写像と表現行列 ……………………………… *15*
　1.3.3　連立方程式と解空間 ……………………………… *25*
1.4　内 積 空 間 ……………………………… *30*
1.5　固有値，固有ベクトル，および行列の対角化 ……………………………… *36*
　1.5.1　固有値，固有ベクトル，および固有空間 ……………………………… *36*
　1.5.2　行 列 の 対 角 化 ……………………………… *39*
1.6　最小多項式，一般固有空間，およびジョルダン標準形 ……………………………… *45*
章 末 問 題 ……………………………… *51*

2. 微 分 方 程 式

2.1　は じ め に ……………………………… *52*
2.2　1 階常微分方程式 ……………………………… *53*
　2.2.1　変 数 分 離 形 ……………………………… *53*
　2.2.2　1 階線形微分方程式 ……………………………… *55*
2.3　解析学の基礎的事項 ……………………………… *57*

2.3.1　実　　数　　列 …… 57
2.3.2　関　　数　　列 …… 63
2.4　1 階常微分方程式の解の存在と一意性 …… 70
2.4.1　1 階線形微分方程式の解の存在と一意性 …… 70
2.4.2　リプシッツ条件を満たす 1 階微分方程式の解の存在と一意性 …… 74
2.5　ベクトル値関数の微分方程式 …… 78
2.5.1　2 次元のベクトル値関数の微分方程式 …… 78
2.5.2　高階の微分方程式 …… 85
2.6　2 階線形微分方程式 …… 86
2.6.1　2 階同次線形微分方程式 …… 86
2.6.2　2 階同次線形微分方程式の解がつくるベクトル空間 …… 88
2.6.3　ロ ン ス キ ア ン …… 90
2.6.4　定数係数 2 階線形微分方程式 …… 93
2.6.5　非同次の 2 階線形微分方程式 …… 98
2.7　級数による解法 …… 100
2.7.1　級数による解法の基礎 …… 100
2.7.2　級数による解法では解けない例 …… 102
2.7.3　ルジャンドルの微分方程式 …… 102
章　末　問　題 …… 104

3. 解析力学入門

3.1　は　じ　め　に …… 106
3.2　連立線形微分方程式 …… 107
3.2.1　行列の指数関数 …… 107
3.2.2　ラプラス変換による解法 …… 114
3.3　力 学 系 の 例 …… 117

3.3.1　工学分野からの例 …… 117
3.3.2　ケプラー運動 …… 121
3.4　相空間と平衡点 …… 124
3.4.1　相　空　間 …… 125
3.4.2　保存力学系 …… 126
3.4.3　平衡点の安定性 …… 129
3.5　変　分　法 …… 133
3.5.1　汎　関　数 …… 133
3.5.2　オイラー–ラグランジュの方程式 …… 134
3.6　ラグランジュ力学 …… 138
3.6.1　ラグランジュの運動方程式 …… 138
3.6.2　座標変換 …… 141
3.7　ハミルトン力学 …… 144
3.7.1　ハミルトンの運動方程式 …… 144
3.7.2　正準変換の例 …… 150
章末問題 …… 152

4. 電磁気学入門

4.1　は じ め に …… 154
4.2　スカラー場とベクトル場 …… 155
4.2.1　スカラー場の勾配と等位面 …… 155
4.2.2　ガウスの定理と発散の物理的意味 …… 156
4.2.3　ストークスの定理と回転の物理的意味 …… 160
4.3　電荷と静電場 …… 164
4.3.1　クーロンの法則 …… 164
4.3.2　ガウスの法則 …… 168

4.4 電　　位 …… 174
4.4.1 電場と電位 …… 174
4.4.2 電気双極子モーメントによる電場と電位 …… 176
4.5 導体と誘電体 …… 179
4.6 電流と静磁場 …… 182
4.6.1 電　　流 …… 182
4.6.2 ビオ–サバールの法則 …… 183
4.6.3 円電流がつくる磁場と磁気双極子 …… 186
4.6.4 アンペールの法則 …… 189
4.6.5 ローレンツ力 …… 191
4.7 電磁誘導 …… 192
4.8 変位電流とマックスウェル方程式 …… 194
4.8.1 変位電流の導入によるアンペールの法則の拡張 …… 194
4.8.2 マックスウェル方程式 …… 196
4.9 マックスウェル方程式と電磁波 …… 198
章末問題 …… 202

5. 量子力学入門

5.1 はじめに …… 205
5.2 粒子性と波動性の二重性 …… 206
5.3 シュレディンガー方程式 …… 208
5.4 波動関数の意味と性質 …… 211
5.5 波束の広がりと不確定性原理 …… 215
5.6 自由粒子の波束の運動 …… 217
5.7 確率の流れ …… 219
5.8 時間に依存しないシュレディンガー方程式 …… 220

5.9　1 次元無限大箱形ポテンシャルに束縛された粒子 …… 222
5.10　3 次元無限大箱形ポテンシャル中に束縛された粒子 …… 227
5.11　1 次元調和振動子 …… 229
5.12　物理量と演算子 …… 234
5.13　ト ン ネ ル 効 果 …… 242
章　末　問　題 …… 248

引用・参考文献 …… 251

各章の問の解答 …… 253

章末問題の解答 …… 261

索　　　　　引 …… 269

1 線形代数学

1.1 はじめに

本章では，以降の章での準備として線形代数に関する基本的事項をまとめた。線形代数とは，矢印として実現したベクトル全体のつくる空間を一般化したベクトル空間（線形空間）と，ベクトル空間の間の関数にあたる線形写像を取り扱う分野であり，その諸概念は物理，工学に限らず，経済学などのさまざまな分野で用いられ，きわめて応用範囲が広い。そこでは「線形」という言葉（「線形性」という性質）が鍵となる。ベクトル空間の間の線形性をもつ写像（線形写像）が行列によって表記され，逆に行列から線形写像が得られる。つまり，行列は線形写像であるという見方が重要である（この視点に立つと，行列の積が線形写像の合成から自然に定義されていることも実感できるであろう）。

そこで行列とベクトルに関して簡単に振り返り，ベクトル空間を定義する。ベクトル空間を定義した後のベクトルとは，ベクトル空間の元として定義されるものであり，例えば関数は関数空間におけるベクトルといえる。これらの概念を用いると連立 1 次方程式は行列とベクトルで表され，その解法も線形代数の言葉使いで統一的に扱うことができる。実際，2，3 章でも線形微分方程式の解法に利用している。さらに行列の固有値と固有ベクトルを扱いながら，行列を対角化することも含めたある種の仲間分け（その代表がジョルダン標準形）を考える。これは一般固有空間の理論とも関連する重要なものである。

1.2　行 列 の 復 習

まず，**行列**（数を長方形の形に並べて ( ) あるいは [ ] でくくったもの）に関する基本的な用語，記号，演算などを思い出そう。

例 1.1　(行列の例)　(1) 2×3 型行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ の **転置行列**（すべての行と列を入れ替えてできる行列）は 3×2 型行列 $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ である。

(2) 3 次正方行列 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ は，**対角成分**（右斜め下への対角線上にある (i,i) 成分）に関して成分が対称になっているので **対称行列** である。特に，後者のように対角成分以外がすべて 0 の対称行列を **対角行列** という。

行列 A の転置行列を ${}^{T}\!A$ で表す[†1]。この記号を用いると，A が対称行列であることは ${}^{T}\!A = A$ と表すことができる。また，対角成分がすべて 1 の n 次対角行列を n 次**単位行列**といい，E_n あるいは I_n で表す。

さて，行列と **スカラー**[†2]にはつぎの演算が定義されている。

定義 1.1　(行列の加法，スカラー倍，乗法)

$A = (a_{ij})\,, B = (b_{ij})$ とし，k をスカラーとする。

加法：A と B が同じ型のとき，**和** $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$ と定義する。

---

†1　t を用いたり，右肩に書くことも多いが，3 章以降との関係からこの表記とした。
†2　行列やベクトルに対して，その成分などひとつの数をスカラーという。

スカラー倍：A と k に対して，スカラー倍 $kA = (ka_{ij})$ と定義する。

乗法：A が $m \times l$ 型，B が $l \times n$ 型のとき，**積** AB は，その (i, j) 成分を $\displaystyle\sum_{k=1}^{l} a_{ik}b_{kj}$ とする $m \times n$ 型行列として定義する。

加法の「同じ型で同じ位置の成分の和をとる定義」は自然であるが，乗法は「前の行列の列の数と後ろの行列の行の数が一致している場合」にしか定義していないうえに，不自然に感じる（複雑に見える）かもしれない。しかし，それは後に学習する線形写像の合成や連立方程式の行列表示を見れば納得してもらえるものと思うので，まずは慣れてほしい。

（**注意**）行列の乗法に関しては一般には交換法則 $AB = BA$ は成り立たない。さらに積 AB あるいは 積 BA が定義できない場合もある。これは数の乗法と特に異なるところであるので，注意が必要である。

問 1.1　つぎの行列の和と積を求めよ。

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

問 1.2　$m \times n$ 型行列 A, B と $n \times l$ 型行列 C に対して，つぎが成り立つことを示せ。　(1) ${}^T(A + B) = {}^TA + {}^TB$　　(2) ${}^T(AC) = {}^TC\ {}^TA$

行列の加法とスカラー倍，乗法に関してつぎの 2 つの定理が成り立つ。ただし，O はすべての成分が 0 の行列（これを**零行列**という）とする。

定理 1.1　(行列の加法とスカラー倍の性質)

同じ型の任意の行列 A, B, C とスカラー k, k' に対してつぎが成り立つ。

(1) $(A + B) + C = A + (B + C)$　　(2) $A + B = B + A$

(3) $A + O = O + A = A$　　(4) $A + (-A) = (-A) + A = O$

(5) $k(k'A) = (kk')A = k'(kA)$　(6) $k(A+B) = kA + kB$

(7) $(k+k')A = kA + k'A$

定理 1.2　(行列の乗法の性質)

以下の積が定義できる任意の行列 A, B, C に対してつぎが成り立つ。

(1)　$(AB)C = A(BC)$

(2)　$E_m A = A, \quad AE_n = A$　ここで，A は $m \times n$ 型行列である。

(3)　$A(B+C) = AB + AC, \quad (A+B)C = AC + BC$

定理 1.1 (3) と定理 1.2 (2) から，行列にも複素数における 0 と同じような性質をもつ零行列 O と，1 と同じような性質をもつ単位行列 E_n が存在する。さらに，複素数における「逆数」に対応するものとしてつぎを定義する。

定義 1.2　(逆行列)

n 次正方行列 A に対して，$AX = XA = E_n$ を満たす n 次正方行列 X が存在するとき，X を A の **逆行列** といい，A^{-1} で表す†。

また，A が逆行列をもつとき，A は **正則** であるという。

A の正則性と A の **行列式** $|A|$（ det A と表すこともある）との間には，つぎの定理が成り立つ。

定理 1.3　(逆行列をもつ条件)

正方行列 A について，A が正則であることと $|A| \neq 0$ は同値である。

問 1.3　正則な n 次正方行列 A, B に対して，つぎが成り立つことを示せ。

† 逆行列は正方行列に対してしか定義されていない。また，逆行列は存在するとは限らないが，存在すればただひとつである。

(1)　積 AB も正則で，$(AB)^{-1} = B^{-1}\,A^{-1}$ である。

(2)　転置行列 ${}^T\!A$ も正則で，$\left({}^T\!A\right)^{-1} = {}^T\!\left(A^{-1}\right)$ である。

1.3　ベクトル空間と線形写像

1.3.1　ベクトルとベクトル空間

平面または空間内の矢印のように，「方向と大きさをもつ量」を（**幾何**）**ベクトル** という。ただし平行移動により重なるものは同じベクトルであるとする。つまり幾何ベクトルとは，位置を気にせず，「方向」と「長さ（大きさ）」をもつ量であり，有向線分で表されるものである†。幾何ベクトルにはベクトルの演算としての加法とスカラー倍が定義されている。

さて，空間に座標が入っていて，x, y, z 軸方向の **単位ベクトル**（大きさ 1 のベクトル）を，それぞれ $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ で表すとき，原点 O を始点とし，点 $\mathrm{A}(a_1, a_2, a_3)$ を終点とする有向線分の表すベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ (これを原点 O に関する点 A の**位置ベクトル**という) を $\boldsymbol{a}$ とすると，$\boldsymbol{a} = a_1\boldsymbol{e}_1 + a_2\boldsymbol{e}_2 + a_3\boldsymbol{e}_3$ が成り立つ。これを $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$ と表し，$\boldsymbol{a}$ の（ $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ に関する）**成分表示** という。ここで幾何ベクトルを原点を始点としたベクトルと考えれば，ベクトルとその成分表示は 1 対 1 に対応していることがわかる。

さらにベクトルの演算としての加法とスカラー倍は成分表示を用いると，任意のベクトル $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3)$ とスカラー k に対して

(1)　加法：$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

(2)　スカラー倍：$k\boldsymbol{a} = (ka_1, ka_2, ka_3)$

と表せる。これはベクトルの成分表示を 3 項 **行ベクトル**（1×3 型行列）と考えたときの加法とスカラー倍と一致している。つまり，幾何ベクトルと 3 項行ベクトルは，加法とスカラー倍という演算も含めて同一視できる。そこで行列のもつ性質を抽出してベクトル空間を定義し，ベクトルの概念を拡張する。

† 正確には有向線分の平行移動による同値類のことであるが，その代表元である有向線分をベクトルと考えてよい。

定義 1.3 (ベクトル空間とベクトルの定義)

空でない集合 V について，任意の $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{v}' \in V$ と スカラー k に対して，加法 $\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}' \in V$ とスカラー倍 $k\boldsymbol{v} \in V$ という 2 つの演算が定義されていて，つぎの 8 つの性質を満たすとき，この加法とスカラー倍をもつ集合 V を**ベクトル空間** あるいは **線形空間**といい，その元を **ベクトル** という。

任意の $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}'$, $\boldsymbol{v}'' \in V$ とスカラー k, k' に対して

(1) $(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}') + \boldsymbol{v}'' = \boldsymbol{v} + (\boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}'')$ (2) $\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}$

(3) $\boldsymbol{v} + \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}$ を満たす $\boldsymbol{x} \in V$ が存在する。

(4) $\boldsymbol{v} + \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{v} = \boldsymbol{x}$ を満たす $\boldsymbol{y} \in V$ が存在する。

（ここで，$\boldsymbol{x}$ は (3) で示されたものである。）

(5) $k(k'\boldsymbol{v}) = (kk')\boldsymbol{v} = k'(k\boldsymbol{v})$ (6) $k(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}') = k\boldsymbol{v} + k\boldsymbol{v}'$

(7) $(k + k')\boldsymbol{v} = k\boldsymbol{v} + k'\boldsymbol{v}$ (8) $1\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}$

（**注意**） 本来ベクトル空間を定義するには，スカラーの集合 K（例えば実数全体の集合 $\mathbb{R}$ や複素数全体の集合 $\mathbb{C}$ のような四則演算の入った集合[†]）を決め，「K 上のベクトル空間」あるいは「K ベクトル空間」として定義する（$\mathbb{R}$ 上のベクトル空間を**実ベクトル空間**，$\mathbb{C}$ 上のベクトル空間を**複素ベクトル空間** ともいう）。しかし，本章ではおもに $K = \mathbb{R}$ を考えて，K の記載を省略する。

例題 1.1 (零ベクトルと逆ベクトルの一意性)

ベクトル空間 V に対して，つぎが成り立つことを示せ。

(1) 定義 1.3 (3) の $\boldsymbol{x}$ はただひとつ存在する（これを V の **零ベクトル** といい，$\boldsymbol{0}_V$ あるいは簡単に $\boldsymbol{0}$ で表す）。

(2) 定義 1.3 (4) の $\boldsymbol{y}$ は $\boldsymbol{v}$ に対してただひとつ存在する（これを $\boldsymbol{v}$ の **逆ベクトル** といい，$-\boldsymbol{v}$ で表す）。

---

† このような集合を **体** という。

索　　引

【数字】

1 次関係式　*10*
1 次結合　*9*
1 次写像　*17*
1 次従属　*10, 89*
1 次独立　*10, 89*
1 次変換　*17*
1 階常微分方程式　*53*
1 階線形微分方程式　*55*
1 周積分　*160*
2 階常微分方程式　*85*
2 階線形微分方程式　*86*
n 項数ベクトル　*7*
n 次元実ベクトル　*7*
n 次元数ベクトル　*7*

【あ】

鞍形点　*132*
鞍状点　*132*
安定な渦状点　*132*
安定な結節点　*132*
アンペールの法則　*189*

【い】

位置エネルギー　*127, 174*
位置ベクトル　*5*
一様収束　*64*
一般解　*89*
一般化運動量　*145*
一般化座標　*138*
一般化速度　*138*
一般固有空間　*48*

【う】

上に有界　*58*
渦　量　*161*
運動エネルギー　*127*
運動の恒量　*127*

【え】

エネルギー固有値　*221*
エネルギー量子　*207*
エルミート演算子　*234, 238*
エルミート行列　*43*
エルミート多項式　*233*
エルミート内積　*32*
エルミートの微分方程式　*230*

【お】

オイラーの公式　*95*
オイラーの微分方程式　*105*
オイラーの方程式　*136*
オイラー–ラグランジュの方程式　*136*

【か】

解　*53*
解空間　*28*
階　数　*26*
回　転　*161*
ガウスの定理　*160*
ガウスの法則　*168*
核　*16*
角運動量　*123*
角振動数　*118*
拡大係数行列　*26*
確率密度関数　*212*
確率密度に関する連続の方程式　*220*
確率密度の流れ　*220*
重ね合わせの原理　*165, 212*
渦心点　*132*
加　法　*2*

【き】

規格化　*212*
——された波動関数　*212*
幾何ベクトル　*5*
基準点　*174*
期待値　*237*
基　底　*11*
基本解　*28, 89*
基本行列　*115*
基本ベクトル　*10*
逆行列　*4*
逆　像　*16*
逆ベクトル　*6*
級数による解法　*101*
境界条件　*106*
行基本変形　*27*
強制振動　*119*
強制力　*119*
共通部分　*9*
行ベクトル　*5*
共役転置行列　*32*
行　列　*2*
——の表す線形写像　*19*
行列式　*4*
行列単位　*11*
行列表示　*19*

極限関数 *64*
距　離 *78*

【く】

クーロンの法則 *164*
クーロン場 *165*
クーロン力 *164*
区間縮小法の原理 *59*
クロネッカーのデルタ *35*
群速度 *218*

【け】

係数行列 *26*
ケイリー–ハミルトンの定理 *46*
計量ベクトル空間 *30*
ケプラー運動 *122*
減衰震動 *119*

【こ】

広義固有空間 *48*
光　子 *207*
合成写像 *17*
光　速 *200*
合同変換 *43*
光量子 *207*
光量子説 *207*
コーシー列 *59*
コーシー–シュワルツの不等式 *33, 51*
固有関数 *221*
固有空間 *36*
固有状態 *235*
固有多項式 *37*
固有値 *36*
固有ベクトル *36*
固有方程式 *37*
コンプトン効果 *207*

【さ】

最小多項式 *46*
最速降下線 *137*
座標空間 *7*
座標平面 *7*
三角化 *40*
三角不等式 *33, 51, 79*

【し】

磁　荷 *186*
磁　界 *184*
時間に依存しないシュレディンガー方程式 *221*
磁気双極子 *186*
磁気双極子モーメント *186*
次　元 *11*
次元解析 *190*
次元公式 *15*
次元定理 *25*
自己インダクタンス *194*
自己共役演算子 *234, 238*
自然力学系 *139*
磁　束 *193*
磁束密度 *184*
下に有界 *58*
実数の完備性 *62*
実ベクトル空間 *6*
自明な解 *27*
写　像 *15*
周　期 *199*
集積値 *60*
自由電子 *179*
自由度 *117*
周波数 *199*
重複度 *37*
縮　退 *222*
シュミットの直交化法 *34*
シュレディンガー方程式 *210*
循　環 *161*
循環座標 *144*
商空間 *25*
状態遷移行列 *115*
乗　法 *3*
初期条件 *106*
ジョルダン基底 *48*
ジョルダン鎖 *49*
ジョルダン細胞 *49*
ジョルダン標準形 *49*
ジョルダン分解 *49*
自律系 *125*
真　空 *198*
真電荷密度 *181*

【す】

随伴行列 *32*
スカラー *2*
スカラー倍 *3*
ストークスの定理 *164*

【せ】

正規化 *34*
正規直交基底 *34*
正準変換 *151*
正準変数 *148*
正準方程式 *148*
生成する *9*
正　則 *4*
静電誘導 *179*
静ひずみ *119*
成分表示 *5, 12*
積 *3*
積分曲線 *126*
積分の平均値の定理 *68*
絶対一様収束 *66*
絶対収束 *65*
全エネルギー *127*
線形化方程式 *129*
線形関係式 *10*
線形空間 *6*
線形結合 *9*
線形写像 *17*
線形従属 *10*
線形性 *17*
線形独立 *10*
線形微分方程式の解の存在と一意性 *70*
線形変換 *17*
全　射 *16*
全単射 *17*

【そ】

像　16
相曲線　126
相空間　125
相　似　23
相平面　125

【た】

体　6
第一積分　127
対角化　39
対角化可能　39
対角行列　2
対角成分　2
対称行列　2
対称性　144
単位行列　2
単位ベクトル　5
単　射　17
単純力学系　139
単振動　118
単調減少　58
単調増加　58
単振り子　120

【ち】

逐次近似法　70
中間値の定理　67
調和振動子　118, 229
直　和　9
直交基底　34
直交行列　35
直交する　33
直交変換　35
直交補空間　51

【て】

定常解　129
定数変化法　55, 99
ディラック定数　210
停留する　134
デュフィングの方程式　120
電　位　174
電荷密度　169
電気感受率　180
電気双極子　176
電気双極子モーメント　176
電気力線　166
電磁誘導　193
電束密度　181
転置行列　2
電　場　165
電　流　182
電流密度　182

【と】

透過率　244
同　形　24
同形写像　24
動径方向　156
同次形　55, 86
同次方程式　28
導　体　179
同　値　23
等方的調和振動子　127
特殊解　98
ド・ブロイ波　208
トレース　51
トンネル効果　242, 247

【な】

内　積　30
内積空間　30

【の】

ノルム　30, 78, 235

【は】

掃き出し法　27
波　数　199
波数ベクトル　199
波　束　215
——の崩壊　218
波　長　199
発　散　157
波動関数　209
ハミルトニアン　145, 211
ハミルトンの運動方程式　148
ハミルトンの原理　139
ハミルトン力学　148
張　る　9
汎関数　134
反射率　244

【ひ】

ビオ–サバールの法則　184
非自律系　125
微積分学の基本定理　69
微分方程式を解く　53
表現行列　19
標準基底　12
標準内積　31
標準複素内積　32

【ふ】

ファラデーの電磁誘導の法則　193
不安定な渦状点　132
不安定な結節点　132
ファン・デル・ポールの方程式　121
不確定性原理　217
複素内積　32
複素ベクトル空間　6
物質波　208
物理量を表す演算子　238
部分空間　8
部分線形空間　8
部分ベクトル空間　8
不変性　144
プランク定数　207
プランクの量子仮説　207
フレミングの法則　192
分極ベクトル　180
分散関係　210

【へ】

閉曲線　160

閉曲面 157
平衡点 129
並進不変性 173
平面波 199, 209
ベクトル 6
ベクトル空間 6
ベクトル値関数 78
——の1階常微分方程式 80
ベクトル場 125
ベルヌーイの微分方程式 104
変位電流 195
変　換 16
変換行列 22
変数分離形 53

【ほ】

ポアソン括弧 148
ポインティングベクトル 202
補助方程式 28
保存力学系 126
保存量 127
保存力 127
ポテンシャル関数 127
ボルテラ方程式 121

【ま】

マックスウェル方程式 198

【む】

無限次元 12

【め】

面積分 157

【も】

モニック 46

【や】

ヤコビの恒等式 149

【ゆ】

優級数定理 66
ユークリッド空間 31
有限次元 12
誘電体 179
誘電分極 179
誘電率 181
ユニタリー行列 36

【よ】

横　波 200

【ら】

ラグランジアン 139
ラグランジュ力学 139

【り】

リーマン計量 139
力学系 106
離心率 123
リッカチの微分方程式 104
リプシッツ条件 74, 80
リプシッツ連続 74, 80
流　束 157
量子化 213
量子数 224

【る】

ルジャンドル多項式 103
ルジャンドルの微分方程式 102
ルンゲ–レンツベクトル 123

【れ】

零行列 3
零空間 7
零点振動エネルギー 232
零ベクトル 6
列ベクトル 7
連　続 63
——の方程式 182
連続関数 63
レンツの法則 194

【ろ】

ローレンツ力 192
ロンスキアン 90

【わ】

和 2
ワイエルストラスの定理 60
湧き出し量 157
和空間 9

—— 著 者 略 歴 ——

片山　登揚（かたやま　のりあき）

1981 年　京都大学大学院工学研究科修士課程修了（数理工学専攻）
1997 年　博士（工学）（京都大学）
2001 年　大阪府立工業高等専門学校教授
2011 年　大阪府立大学工業高等専門学校教授
　　　　現在に至る

有末　宏明（ありすえ　ひろあき）

1982 年　京都大学大学院理学研究科博士後期課程修了（物理学第 2 専攻素粒子論），理学博士
2000 年　大阪府立工業高等専門学校教授
2011 年　大阪府立大学工業高等専門学校教授
　　　　現在に至る

松野　高典（まつの　たかのり）

1997 年　大阪大学大学院理学研究科博士後期課程単位取得退学（数学専攻）
1997 年　博士（理学）（大阪大学）
2003 年　大阪府立工業高等専門学校助教授
2007 年　大阪府立工業高等専門学校准教授
2011 年　大阪府立大学工業高等専門学校准教授
　　　　現在に至る

稗田　吉成（ひえだ　よしまさ）

1997 年　大阪市立大学大学院理学研究科後期博士課程単位取得退学（数学専攻）
2003 年　大阪府立工業高等専門学校助教授
2005 年　博士（理学）（大阪市立大学）
2007 年　大阪府立工業高等専門学校准教授
2011 年　大阪府立大学工業高等専門学校准教授
　　　　現在に至る

佐藤　　修（さとう　おさむ）

1996 年　新潟大学大学院自然科学研究科博士後期課程修了（生産科学専攻），博士（理学）
2004 年　大阪府立工業高等専門学校助教授
2007 年　大阪府立工業高等専門学校准教授
2011 年　大阪府立大学工業高等専門学校准教授
　　　　現在に至る

工科系学生の数理物理入門

Introduction to Mathematical Physics for Students in Engineering Course

2012 年 11 月 30 日　初版第 1 刷発行　★

検印省略

著　者　片　山　登　揚
有　末　宏　明
松　野　高　典
稗　田　吉　成
佐　藤　　　修

発 行 者　株式会社　コ ロ ナ 社
代 表 者　牛 来 真 也

印 刷 所　三 美 印 刷 株 式 会 社

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10

発行所　株式会社　**コ　ロ　ナ　社**

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)

ホームページ http://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–06623–4　（新宅）（製本：愛千製本所）

Printed in Japan