

機械工学のための 数理モデリングと 現象解析入門

博士(工学) 中谷 彰宏 著

コロナ社

ま え が き

自然科学を教養として学び身につけ、自然の中に生きるひとや社会と自然科学の関係を考えることは、工学の一つの役割である。機械は、道具を起源とし、自動化・自律化を追求し続けることによって発達してきた。しかし、科学技術が急速に進歩する中で、機械に関連する諸問題を扱う工学である機械工学の概念も、大きく変化しているように思われる。自然の摂理は普遍的であるかもしれないが、自然法則の表現や自然観が時代とともに変化してきたのと同様に、ひととの関わりの中で見出される現象の捉え方もまた、時代とともに変化する。したがって、機械工学を教える者にも、学ぶ者にも、その変容に応じた姿勢が求められる。

一方、モデリングや現象解析の根底にある多様な方法論の基本は、昔も今も大きく変わらないように思われる。レオナルド・ダ・ビンチが「力学は数理学の楽園である」と記しているように、応用力学の先達は、貪欲ともいえる好奇心と、あらゆる現象は数学モデルによって表現できるはずだという信念に基づき、対象を選び好みせず探究してきたように思える。そうした探求心が、いつの時代にも学問を発展させてきた。

本書は、変革の時代にあっても機械工学に携わる技術者・研究者が教養として知っておきたい応用数学の基礎を、応用力学との関係の中で学ぶための教科書として、教室での経験に基づいて講義資料を書き改めたものである。微積分学、線形代数学、連続体力学、熱・流体・固体・機械力学、設計・生産・制御工学など、機械工学の基礎科目を一通り学んだ理工系大学の学部高学年以降の読者を想定し、各科目の中で深めてきた知識を創造的に再配置する一助となることを期待している。

まず、数理モデルとは何かという問いからスタートし、現象をよく表す方程

式をいかに見出すかというモデリングの基本的な考え方を述べる。つぎに、現象を理解するには多変数の関係を捉えることが不可欠であること、また、見通しのよいモデルによって複雑な現象を表現できることを踏まえ、偏微分方程式を中心に述べる。その際、1 階の偏微分方程式の基礎から始め、発展的な内容を、静的・定常的な現象、時間発展する動的な現象、およびその安定性という観点で整理している。また、数理現象解析に欠かせないコンピューターシミュレーションについては、簡単な計算コードを例示し、計算力学への入門として理解しやすいよう配慮している。

クーラン・ヒルベルト『数理解物理学の方法』(1924)、カルマン・ビオ『工学における数学的方法』(1940)、『ソビエト科学アカデミー版 数学通論 — 数学：その内容、方法、意義 —』(1956)といった不朽の名著がある中で、新たに書を著す意義は何かと自問するとき、ありきたりではあるが、21 世紀の今日、コンピューターの発達を中心に私達を取り巻く環境が当時とは本質的に異なっている、というもっともらしい理由をまず思いつく。もう一つは、著者自身がこれらの知の巨人の肩どころか足元にも及ばず、むしろ不器用で人一倍努力して勉強しても理解の不足を思うように補えない苦い経験ばかりをしてきたことである。工学教育の現場では、むしろこのような経験をもつ者からの応援メッセージも、学生諸氏のモチベーションを高め、未来を担う若い世代の奮起を促す一助となるのではないかと考える。

本書は入門書ではあるが、卒業研究・高専専攻科特別研究・修士論文・博士論文研究を行う際、あるいは技術者のリカレント教育などの場面で、ガイドブック・読本としても手にとっていただけるよう、広範性と啓発性を意識している。数学が持つ厳密性の記述を省略して話を進めているところは多く、また著者の浅学から考察に至らない点もあることは承知している。言い訳が過ぎるかもしれないが、歴史的に見れば誤謬は大切なプロセスであり、矛盾点の考察を経て、多様な価値観を尊重した包括的な理解が進むことによって学問は発展してきたことを励みにさせていただきたい。昨今は、よく知られた定理の証明であれば AI を用いることで理解の手がかりを得られる時代であることを踏まえ、検索の

きっかけが知識の引き出しや伏線になるように留意するとともに、随想に近い著者の直感や独自の価値観に基づいた内容もなるべく記している。さまざまな読み方を通して、能動的な考察の動機づけ、将来の課題発見につながる思考力の育成、未来の技術者の知的生産活動の契機として役立てていただけるならば、本書の執筆目的に適うものである。

また、理工系の学生向けの偏微分方程式の教科書や参考書として活用していただけることを念頭に、基礎的な事項を丁寧に記すよう心がけたが、例題や章末問題は材料力学や計算力学に関係する内容に偏ってしまっている。もし工学教育にご関係の先生方にお願ひできるのであれば、講義や研究指導では、参考文献に挙げさせていただいている多くの良書をご紹介いただくとともに、必要に応じて数学的な厳密性を補っていただき、ご自身の見識に基づく良問に置き換えて活用いただければ幸いである。

なお、付録に「ギリシア文字」「接頭辞」「無次元量」の表を示している。ギリシア文字については、ネット検索や AI 活用が身近になった時代とはいえ、早見表として役立てていただければと、読み方や綴り方の一覧を記した。接頭辞は用語の性質や概念を豊かに表現する修辞の魔法であり、無次元数はゆかりの科学者の名とともに変化を見極める現象解析の羅針盤となる。これらの表には、未来を担う若者たちが新しい理論や用語の名付け親になるような活躍をしてほしい、との願ひも込めている。

末筆になりましたが、本書の執筆の機会を下さり、企画段階から辛抱強く激励下さいましたコロナ社の関係各位に深く御礼申し上げます。

2026 年 7 月

中谷 彰宏

目 次

1. 数理モデリングとは何か — 現象解析序論 —

1.1 序説 — ひと・物理機械・情報機械の共存の時代の機械工学 —	1
1.2 数理モデルを通して「もの」を見る	2
1.3 モデリングと現象解析の役割と分類	4
1.4 モデリングのフィロソフィー	7
1.4.1 オッカムの剃刀でシンプルに	7
1.4.2 内と外の境界をどこに設けるか	7
1.4.3 不完全な外延/内包としてのモデル	10
1.4.4 物理量・局所モデルと大域モデル	10
1.4.5 モデリングに方法論はあるのか	11
1.4.6 モデリングの検証と妥当性確認	14
1.5 数式モデルとデータ科学	14
1.5.1 数式モデルによる関数近似	15
1.5.2 データによる関数近似として見た機械学習	16
1.6 物理法則と構成関係のモデリング	20
1.6.1 力学現象を扱う学問体系 — 運動学と力学 —	20
1.6.2 連続体モデルの保存則を基礎とする輸送現象論	21
1.6.3 構成関係式 — システムの固有の特性を表すモデル —	23
章 末 問 題	25

2. 物理量の関係性 — 次元解析と無次元数 —

2.1	物理量の次元と次元解析：次元で見る物理量の関係性	26
2.1.1	知識の共有のための物理量	26
2.1.2	次元・単位と次元解析によるモデルの精緻化	26
2.1.3	テンソルの不変量で普遍的な法則を見つける	30
2.2	無次元化によって本質を見つけ出す	32
2.2.1	バッキンガムの π 定理と無次元数	32
2.2.2	減衰振りの問題に現れる時間の定数	36
章 末 問 題		39

3. システムの状態の偏微分方程式による記述

3.1	システムの状態を表現する変数の空間	42
3.2	偏微分と偏微分方程式	43
3.2.1	偏微分と変数空間の幾何	43
3.2.2	偏微分方程式	51
3.3	1 階偏微分方程式の特徴と物理的意味	55
3.3.1	準線形方程式の特性曲線と一般解 — 曲線の集まりとしての曲面 —	55
3.3.2	一般的な非線形方程式と完全解	60
3.4	多様な現象を記述する 2 階偏微分方程式	68
3.4.1	解の存在と一意性	68
3.4.2	線形方程式の重ね合わせの原理	69
3.4.3	2 階線形偏微分方程式の分類と標準形	70
3.5	ラプラス方程式	74
3.5.1	ラプラス方程式とその境界値問題	74

3.5.2 2次元ラプラス方程式と解析関数	75
章 末 問 題	76

4. 発展方程式による未来予想

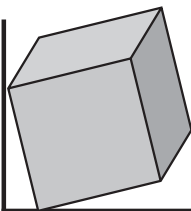
4.1 時間の矢と先読み未来予想のためのモデル	78
4.2 力学系の発展方程式と偏微分方程式の関係	79
4.2.1 力学系と常微分方程式の初期値問題	79
4.2.2 相空間の時間発展とハミルトン系の性質	80
4.2.3 力学系の背後にある偏微分方程式	82
4.3 波動伝ばの問題	87
4.3.1 運動学的波動方程式	87
4.3.2 交通流と交通渋滞の問題	88
4.3.3 衝撃波とランキン・ユゴニオ条件	89
4.4 波 動 方 程 式	91
4.4.1 波動方程式の導出	91
4.4.2 ダランベールの解とストークスの公式	93
4.4.3 依存領域と影響範囲	96
4.5 熱伝導・拡散方程式	97
4.5.1 熱伝導・拡散方程式	97
4.5.2 無次元化と相似解	98
4.6 フーリエの方法	100
4.6.1 波動方程式についてのフーリエの方法	100
4.6.2 熱伝導方程式についてのフーリエの方法	103
4.7 積分変換による解法	107
章 末 問 題	112

5. 隠れた系の存在と力学の安定性問題

5.1 エネルギー地形と配置力と現象解析の関係性	114
5.1.1 現象の駆動力とエネルギー地形	114
5.1.2 汎関数の停留問題	115
5.1.3 特異点の運動 — 結晶体の格子欠陥から台風の目まで —	120
5.1.4 移動界面のフェーズフィールドモデル	121
5.1.5 マルチスケールモデリング	121
5.2 グリーン関数	127
5.2.1 線形演算子と随伴演算子	127
5.2.2 線形演算子のグリーン関数	128
5.2.3 グリーン関数と行列の対比	129
5.2.4 偏微分方程式のグリーン関数法	129
5.2.5 偏微分方程式の基本解	130
5.3 ルジャンドル変換・ラグランジュ関数法と双対性	133
5.3.1 ルジャンドル変換と双対性	133
5.3.2 熱力学ポテンシャルと駆動力	136
5.3.3 ラグランジュ関数法	139
5.4 不安定現象のモデリングと解析	149
5.4.1 力学系の安定性	149
5.4.2 周期解の安定性と積分可能性	153
5.4.3 非保存系の安定性	155
5.4.4 構造不安定性と材料不安定性	156
5.4.5 カタストロフ理論による不安定性の分類	165
5.4.6 不安定現象を積極的に利用する技術	166
章 末 問 題	167

6. コンピューターによる現象解析

6.1 時間発展方程式の数値計算	170
6.1.1 差分と差分商	170
6.1.2 時間積分器	171
6.1.3 熱伝導・拡散方程式の解	173
6.1.4 波動方程式の解	178
6.2 2次元ラプラス方程式の数値計算	182
6.2.1 離散化による解法	182
6.2.2 離散ラプラシアンと差分法	183
6.2.3 ランダムウォーク — モンテカルロ法 —	184
6.2.4 有限要素法	186
6.2.5 境界要素法	188
6.2.6 解法の適用と結果の可視化	189
6.3 AI 共生時代のモデリングと現象解析の未来	199
付 録	201
引用・参考文献	203
章末問題解答	209
索 引	218



1.

数理モデリングとは何か — 現象解析序論 —



1.1

序説 — ひと・物理機械・情報機械の共存の時代の機械工学 —

現代社会は、狩猟社会、農耕社会、工業社会、情報社会に続く第5の社会（Society 5.0）といわれる。そこでは第4次産業革命（製造業のデジタル化, Industry 4.0), モノのインターネット（internet of things, IoT), デジタルトランスフォーメーション（digital transformation, DX), デジタルツイン（digital twin）などが重要な概念として語られている。つまりフィジカル空間（現実空間）の物理機械とサイバー空間（仮想空間）の情報機械が連携して社会を支える時代に入っている。

工学では、産業革命以降、ひとと機械の関わりが重要なテーマの一つであった^{†1}。さらに中村が前世紀末に予見したとおり、現代社会ではひとの脳機能の一部も情報機械によって外部化されつつあり^{2)†2}, 工学そのものも変容が求められている（図1.1）。

ひとと脳機能を担う情報機械・自律機械がネットワークで結ばれ、相互作用する関係を工学の専門知として扱う学問が**知能・機能創成工学**（intelligent and functional systems engineering）である。そこでは古代ギリシャのエピクロ

^{†1} 例えばハイデガー、マルクス、戸坂潤、西田幾太郎、三木清らによる技術論を参照してほしい。これらは巻末の「引用・参考文献」に示す文献1) によくまとめられている。

^{†2} 肩付番号は、巻末の引用・参考文献の番号を示す。

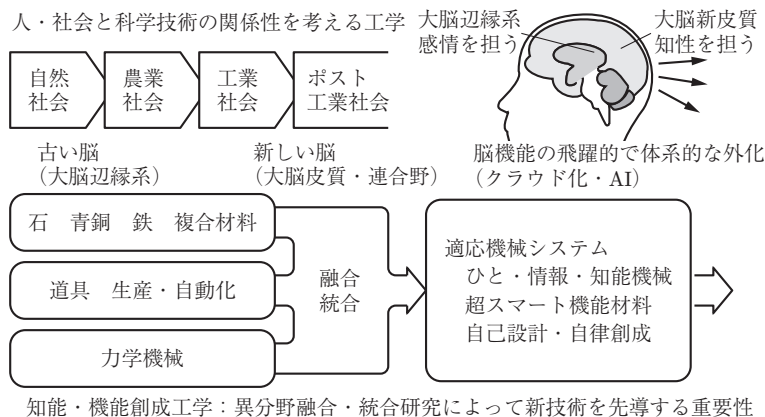


図 1.1 機械とひとの関わりの変容

ス、レオナルド・ダ・ヴィンチ、デカルト、ラ・メトリーに続く機械論の世界観³⁾や、ウィーナーによるサイバネティクスに始まるシステム論⁴⁾を源流として、それらを脱した新しい機械工学が探求され、**適応機械システム** (adaptive machine systems) の実現に向けた学際融合的な方法論の重要性が強調されている。

本書でいう**現象** (phenomena) とは、ひとが現実に知覚するものを指す。今日では情報デバイスや仮想現実 (virtual reality)・拡張現実 (augmented reality)・複合現実 (mixed reality) といったシミュレーションを介した知覚も重要であり、このような背景を踏まえ、数学とモデルを通して現象を考える。

1.2

数理モデルを通して「もの」を見る

システム論では対象を相互に関係性を持つ「もの」の集合として捉え、これをシステム (系, system) という。またシステムを構成する「もの」を構成要素 (component) という。「もの」には物質や物体などの (狭義の) 物だけでなく、思考、感情、行動など客観的に計量することが容易ではない事柄を含める[†]。

[†] 狭義には「もの」と「こと」は区別できるが、ここでは広義の「もの」に狭義の「こと」を含める。

システムと深い関係にある概念に**構造** (structure) があり、ピアジェ⁵⁾ によれば、全体性、変換性、自律性を持ち、数学的あるいは情報科学的に、広い意味で**定式化** (formulation) できる^{†1}。マッハからフッサールを源流とする現象学によれば、現象は構造の一部であり、五官で直接知覚されるものだけでなく、電磁波、超音波のように装置を介して知覚されるものも含まれ⁶⁾、これらは広い意味で**ゲシュタルト** (Gestalt) として捉えられる⁷⁾。

モデル (model) は現象を理解するためのシステムの表現であり、**数理モデル**、**数学モデル** (mathematical model) は、その数学的表現である。何を知り、理解したいかという主観的意識を内包する^{†2}。

モデルを提案・作成することを**モデリング**、**モデル化** (modeling) という。モデリングは、現象の本質を理解するために、しばしば対象を**代理モデル** (surrogate model) に置き換える。その際には**抽象化** (abstraction)、**近似** (approximation)、**理想化** (idealization) が行われる。

ある条件の下で現象を観察することを**実験** (experiment) といい、モデルの上で行う実験を**シミュレーション** (simulation)⁸⁾、そのうち計算機を用いるものを**コンピュータシミュレーション**という^{9)†3}。

図 1.2(a) はシロハラ (野鳥) が土の中からミミズを引っ張り出そうとしているイラスト、図 (b) はその機械要素とキーワードによる分析のためのモデルを示している。図 (c) は模倣からの創造が試みられたヴォーカンソンのあひる¹⁰⁾ を例示している。多くの場合、モデリングでは、対象の仕組みを理解し、それ

^{†1} 『構造主義』と題されたピアジェの書はソシュールをヒントにレヴィ・ストロースらに始まる構造主義とその批判を含むポスト構造主義とは一線を画しているように思えるが、本書では構造をこのように捉えてもさしずめ問題が生じない。

^{†2} 環境がひとに与える意味は**アフォーダンス** (affordance) と呼ばれ、工学では重要な概念である。モデルはいわば現象に対するアフォーダンスの表現の仕方であり、ひとの知覚の仕方や洞察に依存し多様性がある。

^{†3} 例えば映画『アポロ 13』(1995) では宇宙機の損傷事故から無事生還を果たすために、厳しい付帯条件下での解を見つけ出すミッションのために、地上のシミュレーター (実機と同じ、いわば〈アナログ〉ツイン) でのシミュレーションが描かれている。映画『ハドソン川の奇跡』(2016) では事故検証のフライトシミュレーターと現実の本質的な相違点が論点になる様子が描かれている。

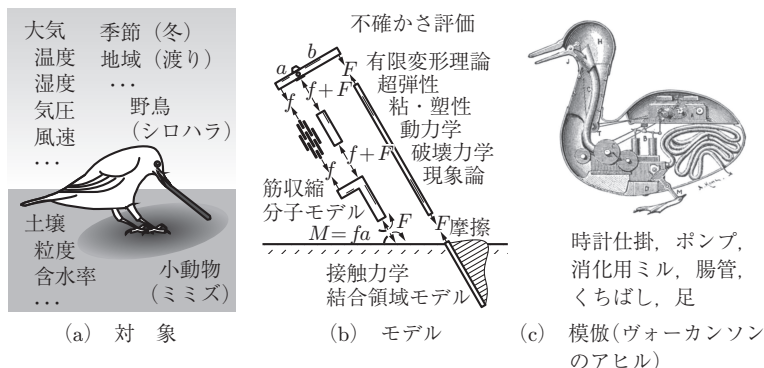


図 1.2 モデリングと模倣

を模倣する過程を通じて、知識を整理し、特徴を再現することが重要になる。

システムはしばしば上位のシステムと下位の部分システムからなる階層システム (hierarchical system) として捉えられる。部分システムを組み合わせる上位システムを構成することを統合 (integration) という⁸⁾。

異なる物理理論で表現された複数の下位システムとそれらを統合する上位システムからなる階層システムを多重物理システムといい、そのモデルをマルチフィジックスモデル (multi-physics model) という^{†1}。さらに、複数の下位システムが同一の構成要素を共有するような多重物理システムを連成システム (coupled system) という^{†2}。

1.3

モデリングと現象解析の役割と分類

現象解析の主要な目的の一つは、何がどのようにして起こるのかというメカニズム (mechanism) を明らかにすることである^{†3}。例えば、図 1.3 に示すよ

^{†1} エネルギーやエントロピーなどの状態量の存在はシステムの統合の基本概念になりうる。

^{†2} 統合の程度 (近似度) によって、強連成、弱連成と区別されることがある。

^{†3} 「何が起ってるのか誰にもわからない。いいことが起こるようにただ願うだけさ」¹¹⁾ という歌詞は言い得て妙である。何が起っているのかを解明する努力をし、獲得した知識の総合によって、豊かさを希求することが工学の役目といえる。

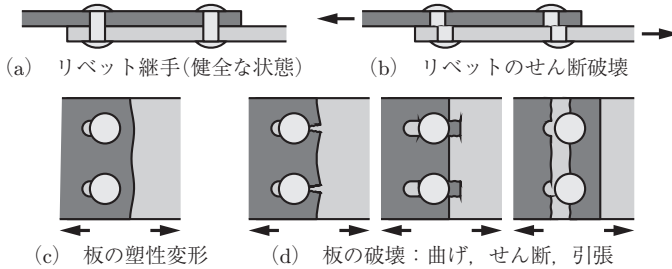


図 1.3 リベット継手と機能の喪失におけるさまざまなメカニズム

うなりリベット継手の破損問題¹²⁾で、条件と結果の対応がわかれば、対策を講じ、安全・安心を担保できる^{13),14)}。

モデルを用いた現象解析にはメカニズムの解明と、理論の構築・体系化という二つの大きな役割がある。「失敗は成功のもと」といわれるように技術は失敗を教訓にし克服して発展してきたが、現代社会では事故の未然防止のために、現実そのものではなく代理モデル上での実験（シミュレーション）が重要になる¹¹⁾。

ワイスバーグによればモデルは具象モデル（concrete model）、数理モデル、計算モデル（computational model）の三つに大別される¹⁵⁾。表 1.1 にモデルの分類例を示し、図 1.4 にモデリングから理論化、現象解析、妥当性確認、不確かさ評価を経て応用に至る流れを整理する¹²⁾。

ペイジは、モデリングが、データ（data）、情報（information）、知識（knowledge）、知恵（wisdom）という知的活動の階層性を表した **DIKW** モデルと呼ばれる包括的な考え方の帰結であるとし、推論（reason）、解説（explain）、設計（design）、コミュニケーション（communication）、行動（act）、予測（predict）、探索（explore）という七つの用途の意義を述べている¹³⁾。

¹¹⁾ このようなひとの生産的活動である計算機実験や理論的考察においても、倫理指針が意識される。

¹²⁾ 表と図はそれぞれ、近藤¹⁶⁾、バージェスとポリー¹⁷⁾の書を参考に加筆した。工学はカテゴリーの学問といわれる。カテゴリーの設定や例示が思考を矮小化しては本末転倒だが、語句を検索しつつ整理に役立ててほしい。

¹³⁾ ホウィソン¹⁸⁾もモデルが解説的、予測的、コミュニケーション的であるべきであると強調し、例を挙げて記している。

索引

【あ】	
アイコナール方程式	63
アジョイント法	140
アナロジー	12
アフォードダンス	3
安定枝	149, 159
安定性	150
安定点	149
鞍点	149

【い】	
依存領域	96
一般解	58
一般化力	114
移流拡散方程式	34
因果推論	10
因果律	10
陰関数定理	47

【う】	
ウィルティンガーの微分	49
運動学的波動方程式	87

【え】	
影響係数	188
影響範囲	96
エネルギー運動量テンソル	120
エネルギー原理	115
エネルギー地形	114

【お】	
オイラー法	171
オイラー・ラグランジュの 方程式	117
横断性条件	118
オッカムの剃刀	7
重み関数	16
重み付き残差法	16
オンサーガーの最小散逸の 原理	139
オンサーガーの相反定理	139

【か】	
解	52
——の一意性	68
——の存在	68
——の唯一性	68
解曲面	52, 55, 56
階数	51
解析関数	50
階層システム	4
回転	47
カイネティクス	24
解の一意性	149
開放系	9, 155
外乱	8
核関数	69
拡散係数	98
拡散方程式	98
核生成	160
拡張現実	2
確率過程	79
確率論的こう配降下法	19
重ね合わせの原理	69
可算無限	20
可積分	82
仮想現実	2
カタストロフ理論	165
活性化関数	18
可展面	53
過渡現象	78
ガラキン法	16
カラーユニバーサルデザイン	199

境界値問題	43
境界値問題	74
第1——	74
第2——	74
境界要素法	182, 188
共時的モデル	7
強だ円性	162
局所化	125
ギリシア文字	201
キルヒホッフの公式	132
キルヒホッフの第1法則	143
キルヒホッフの第2法則	143
き裂	160
近似	3
均質化	125

【く】	
クーラン条件	179
クーラン数	179
駆動力	114, 149
クライン・ゴルドン方程式	92
グリーンの定理	50
グリーン関数	128, 130, 133, 188
グリーン関数法	130
グリーンの公式	188
クレローの方程式	135

【け】	
計算連続体	126
経路依存	78
ゲージ固定	54
ゲージ変換	54
ゲシュタルト	3
決定方程式	15
弦	91
現象	2, 3

【き】	
機械学習	17
記号計算	111
基準モード	103
基底関数	15

現象解析	5
検証と妥当性確認	14
【こ】	
格子点	183
構成関係	23
構成作用素	161
構成式	23
構成要素	2
構造	3
構造敏感性	126
構造不安定性	156
高速フーリエ変換	111
こう配	22, 45
国際単位系	26
誤差関数	99
誤差逆伝ば法	19
コーシー・コワレフスカヤ	
の定理	68
コーシーの積分定理	50
コーシー問題	56, 63
コーシー・リーマンの微分	
方程式	50, 75
個体群動態学	84
固有角振動数	103
固有関数	102, 106
固有振動	103
固有値	102, 106
固有値問題	102, 106
固有特性	8
混合境界値問題	74
コンシデールの理論	164
コンビネーション	13
【さ】	
サイエンティフィック	
ビジュアリゼーション	199
最小二乗法	16
最小ポテンシャルエネルギー	
の原理	118
材料不安定性	161
作業仮説	12
差分	170
差分商	170
差分法	170, 182, 184
サポートベクターマシン	216
作用関数	83
散逸関数	143
散逸ポテンシャル	142
散逸力	142
【し】	
時間の矢	79
時間発展	78
示強変数	11
時系列	78

次 元	21, 27, 28, 29, 42
基本	27
——解析	29
——指数	27
——定数	31
——的に同次	29, 51
二次的な	28
試験片	7
試行関数	16
自己随伴	128, 130
自己相似解	100
システム	2
システム同定	25
自然境界条件	117
実験	3
時定数	37
シミュレーション	3
自明解	101
弱形式	16, 117
周期	37
周期境界条件	9
自由度	21
従動力	156
準線形	51
衝撃波	89
状態変数	78
状態方程式	25
状態量	78
初期値境界値問題	84
初期値問題	56
自律系	79
示量変数	11
人工知能	16
深層学習	17
シンプレクティック	81
【す】	
随伴演算子	127, 129
随伴グリーン関数	128, 130
数学的均質化法	123
数学的ホイヘンスの原理	97
数学モデル	3
数式処理	111
数値グリーン関数	130
数理モデル	3
スカラー関数	45
スカラーポテンシャル	45, 54
スキーム	171
スツルム・リウヴィル方程式	105
ストークスの公式	94
ストリップ	63
ストリップ条件	63
スナップショット	7
スパースモデリング	19

【せ】	
生産的思考	12
生成 AI	17
正定性	161
積分	52
積分器	
時間	171
シンプレクティック	172
積分曲面	52
設計	7
節 点	186
摂 動	153, 155
接頭辞	201
セレンディピティ	12
漸近解析	122
漸近展開	122
線 形	51
線形化	37
潜在価格	147
選点法	16
【そ】	
双曲型	72
相空間	43, 80
総 合	12
相似解	100
双対性	134
相補誤差関数	99
総和規約	23
粗視化モデル	21, 126
その場観察	9
損失関数	18
【た】	
第 1 積分	82
ダイバージェンス不安定性	156
代表体積要素	9, 123
代理モデル	3
だ円型	72
だ円性	162
多重物理システム	4
多峰性	166
ダランベール作用素	92
ダランベールの解	93
多連結領域	44
単 位	26
弾性体	30
単連結領域	44
【ち】	
力定数	152, 162
知能・機能創成工学	1
抽象化	3
跳躍不連続	89

調和関数	75	バイコーデニング	199		
調和振動	103	バーガース方程式	90	【へ】	
		バタフライ効果	10	平衡	78
【て】		バックンガムの π 定理	32	平衡点	149
定在波	103	発散	47	ヘヴィサイドの階段関数	98
定式化	3	発展方程式	78	べき乗則	164
定常	78	波動方程式	92	ベクトル空間	42
ディリクレ問題	74	ハミルトンの原理	118	ベクトルポテンシャル	47, 54
停留点	149	ハミルトンの主関数	83	ベクレ数	35
適応機械システム	2	ハミルトンの力学	135	ヘリンガー・ライスナーの	
適合条件	20	ハミルトン・ヤコビの理論	83	原理	141
デジタルツイン	1, 200	はり理論	169	ヘルムホルツ方程式	93
データ駆動	17, 106, 126	汎関数	115, 186	変関数	115
電信方程式	92	半線形	52	変数低減法	21, 131
		万能近似定理	17	変数分離	100, 101
【と】				偏導関数	44, 51
トイモデル	13	【ひ】		偏微分	44
統合	4	非可算無限	20	偏微分方程式	51
同次	51	非自明解	101	変分	116
解く	52	非線形	51	第1——	116
特異性	120	左進行波	93	第2——	116
特異点	50	ビッグデータ	18	変分学における	
特異点の分類	51	非同次	51	基本補助定理	117
特性基礎曲線	59	非同次項	51	変分原理	115
特性曲線	56, 57, 63, 72	非特異性	161	変分法	117
特性指数	153	非保存力	115, 155	変分方程式	153
特性乗数	153	標準形	72	変分問題	115
特性ストリップ	63	標本	7		
特性微分方程式	62	ヒルの意味での安定性	164	【ほ】	
飛移り	156, 158			ポアソンの公式	132
トンティ線図	147	【ふ】		ポアソン方程式	74
		不安定枝	149	方向微分	46
【な】		不安定点	149	法線微分	46
内挿関数	186	不安定モード	149	方程式フリー法	126
		フィックの拡散則	98	放物型	72
【に】		フーリエの方法	102	母関数	83
ニューラルネットワーク	16	フェーズフィールド法	121	母集団	7
ニュートンの冷却法則	105	不確かさの定量化	14	保存則	22, 23
		物質時間微分	22	保存量	82
【ね】		物理リザーバーコンピュー		保存力	115
ネーターの定理	23, 82	ティング	13	ポテンシャル論	75
熱拡散係数	30	物理量	10, 26	【ま】	
熱伝達	105	不変量	31	マイクロ動力学	126
熱伝達率	105	ブラックボックス	17	マクスウェル構成	158, 215
熱伝導方程式	98	フラクチャー不安定性	156, 162	マクスウェルの関係式	138
熱伝導率	29	フーリエ変換	108	マクスウェルの方程式	53
熱力学的力	114	フロク乗数	153	マルチスケールモデル	125
熱力学ポテンシャル	114	フー・驚津の変分原理	141	マルチフィジックスモデル	4
		分岐	149, 156, 159	【み】	
【の】		分岐後	159	右進行波	93
ノイマン問題	74	分岐後挙動	149	ミーゼスのトラス	157
濃度	20	分岐点	149	未知係数	15
ノルム	43	分子動力学	120		
		分数階微積分学	112		
【は】		分析	12		
配置力	114				

【む】	無次元数	35, 202	ユニットセル	9	離散化	14, 182
	無次元量	27	ユニバーサリティクラス	164	離散フーリエ変換	111
【め】			【よ】		離散ラプラシアン	183
	メカニズム	4	要素	186	理想化	3
【も】	メタマテリアル	73	余誤差関数	99	流束	22
	メッシュ	187	余次元	165	良設定問題	7, 70
【も】			【ら】		臨界現象	164
	目標指向モデリング	10	ラグランジュ関数	118	臨界指数	164
【も】	モデリング	3	ラグランジュ・シャルピ法	65	【る】	
	モデル	3	ラグランジュ乗数	140	ルジャンドル変換	134
【も】	モノドロミー行列	153	ラグランジュの未定乗数法	140	【れ】	
	モノのインターネット	1	ラグランジュの力学	135	レアイベント	126
【も】	モンジュ曲線	61	ラプラシアン	47	レイリー関数	142
	モンジュ錐	60	ラプラス・カーソン変換	110	レイリー・ラグランジュの式	143
【も】	モンジュの方向	61	ラプラスの魔	10	レイリー・リッツ法	16
	モンテカルロ法	186	ラプラス変換	108	レナード・ジョーンズポテンシャル	167
【や】			ラプラス方程式	74	レベルセット法	121
	焼きなまし法	98	ランキン・ユゴニオ条件	90	レベル面	45
【や】	ヤコビ行列式	57	乱数	184, 186	連成システム	4
			乱数生成器	184	連続体力学	23
【ゆ】			ランダウの二次相転移理論	163	連続微分可能	45
	有界	44	ランダムウォーク	184	【わ】	
【ゆ】	有限要素法	16, 182, 188	【り】		ワイエルシュトラスの近似	15
	輸送現象論	23	リアプノフ指数	153	定理	
			リウヴィルの定理	81		
			力学系	79		

【A】			FEM	188	【S】	
	AI	200	【G】		SIR モデル	85
【B】			GPU	17	【U】	
	BEM	188	【N】		UQ	14
【C】			n 階偏微分方程式	51	【V】	
	CAS	111	【P】		VVUQ	14
【C】	C^m 級	45	P 波 (primary wave)	30	【数字】	
			Python 言語	37	1 パラメーター族	45, 56
【D】			【R】		2 階線形偏微分方程式	70
	DIKW モデル	5	RVE	9, 123		
【F】						
	FDM	184				

—— 著 者 略 歴 ——

1988年 大阪大学工学部機械工学科卒業
1990年 大阪大学大学院工学研究科博士前期課程修了（機械工学専攻）
1993年 大阪大学大学院工学研究科博士後期課程修了（機械工学専攻），博士（工学）
1993年 大阪大学助手
1995年 大阪大学講師
1997年 大阪大学助教授
1999年 米国ブラウン大学客員准教授（2000 年まで）
2004年 大阪大学教授
現在に至る

機械工学のための数理モデリングと現象解析入門

Introduction to Mathematical Modeling and Analysis of Phenomena
for Mechanical Engineers

© Akihiro Nakatani 2026

2026 年 9 月 25 日 初版第 1 刷発行



検印省略

著 者	なか たに あき ひろ 中 谷 彰 宏
発 行 者	株式会社 コ ロ ナ 社
代 表 者	牛 来 真 也
印 刷 所	三 美 印 刷 株 式 会 社
製 本 所	有限会社 愛 千 製 本 所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発 行 所 株式会社 コ ロ ナ 社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-06137-6 C3041 Printed in Japan

(柏原)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。