

工学につながる 数学・物理入門演習

— 技術系公務員 工学の基礎 —

土井 正好【著】

コロナ社

ま え が き

私は機械工学科の教員として20年近く勤めています。それ以前は防衛省研究職技官として10年間、さらにその前は2万トン級大型船舶の機関士として勤めました。私は中学校卒業後、高等専門学校に入学したため、工学とのつき合いはもう40年近くなります。私が防衛省で戦闘機のレーダー研究の担当をしていた頃、メーカー技術者は渾身のレーダーを開発しました。技術者が言うには、「レーダー画面には小数点一桁の精度で多数ターゲットとの距離が表示されます」と自信満々でした。しかし、パイロットの感想は「ごめん。見づらい。」と返ってきました。話は変わりますが、私の自宅には特徴の異なる二つのリモコンがあります。一つはテレビとビデオ操作ができるリモコンで、50個以上のボタンがあります。二つ目はYouTubeやNetflixなど4番組が見られる小さなリモコンで、ボタンは10個しかありません。前者のリモコンを操れるのは家族の中では私だけです。何が言いたいかというと、難しい解法能力を競っても、良いものづくりには繋がっていないのでは？と私は疑問に思うのです。複雑な技術は故障確率も上がります。20世紀は「無理をしてでも、月に立ちたい！」と高度技術を競いました。しかし、現在はほどほどに使えるスペックを、省エネルギー・省材料・単純機構で実現できる“スマート技術”が求められています。「Simple is best!」の“スマート技術”です。

私の専門は制御工学ですが、物理や機械工学4力学（材料力学・機械力学・流体力学・熱力学）を大学3年生に教えています。学生らは大学1、2年においてすでに講義で習った内容にもかかわらず、多くの基礎問題を解けません。そこで私は“鉄板の基礎固め”の必要性を痛感しています。本書は、国家公務員採用一般職試験の問題を取り上げました。ただし、実際の過去問では解答が5択になっています。本書には問題解答で用いる公式を集めた公式集も掲載しています。各問題の解答は数式展開だけでなく、解答する前の物理現象のイメージ図を示すように心がけました。公式を記号羅列のまま暗記しても、問題

ii まえがき

の解法では使えません。物理現象をイメージするように公式を体感できれば、問題を正解へと導けます。

最後に、土井ゼミでは国家公務員一般職に毎年10名以上合格します。国家公務員総合職にも毎年1名は合格します。当大学では卒業生約2000名のうち国家一般職の合格者は土井ゼミ以外で毎年1名しか輩出しません。この実績から本書の効果を信じてもらえればと希望します。「鉄板の基礎知識」を身につけましょう。

2023年11月

土井 正好

目次

第1章 数学

1.1	数列 (1題 問題1)	4
1.2	ピタゴラスの定理 (1題 問題2)	5
1.3	対数 (3題 問題3~5)	6
1.4	ベクトル (2題 問題6, 7)	10
1.5	内積 (2題 問題8, 9)	12
1.6	複素数 (1題 問題10)	14
1.7	三角関数 (4題 問題11~14)	15
1.8	極限 (1題 問題15)	20
1.9	微分 (1題 問題16)	21
1.10	偏微分 (1題 問題17)	23
1.11	微分方程式 (1題 問題18)	24
1.12	積分 (4題 問題19~22)	25
1.13	重積分 (1題 問題23)	30
1.14	部分積分 (1題 問題24)	31
1.15	行列 (2題 問題25, 26)	32
1.16	確率 (2題 問題27, 28)	35
1.17	組み合わせ (1題 問題29)	37
1.18	期待値 (1題 問題30)	39

第2章 物 理

2.1	モーメント (2題 問題31, 32)	46
2.2	摩 擦 (4題 問題33 ~ 36)	50
2.3	運 動 (6題 問題37 ~ 42)	56
2.4	滑 車 (2題 問題43, 44)	67
2.5	遠心力 (3題 問題45 ~ 47)	70
2.6	単 位 (1題 問題48)	78
2.7	ば ね (3題 問題49 ~ 51)	79
2.8	振 動 (2題 問題52, 53)	84
2.9	浮 力 (2題 問題54, 55)	88
2.10	圧 力 (3題 問題56 ~ 58)	91
2.11	マノメータ (1題 問題59)	96
2.12	熱 (5題 問題60 ~ 64)	98
2.13	電 気 (16題 問題65 ~ 80)	107
	練習問題解答	137

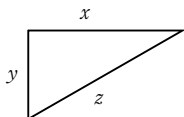
第1章

数 学

公 式 集

等差数列の和 $s = \frac{(\text{初項} + \text{末項}) \times \text{項数}}{2}$

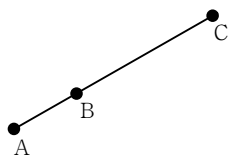
ピタゴラスの定理 $z^2 = x^2 + y^2$



対数 $\log_{10} 12 = \log_{10} 2^2 \times 3 = \log_{10} 2^2 + \log_{10} 3 = 2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3$
 $= 2 \times 0.301 + 0.477 = 1.079$

$\log_{10} 10 = 1, \log_2 2 = 1, \log_3 3 = 1$

ベクトル $\overrightarrow{AC} = t \times \overrightarrow{AB}$



ベクトルの絶対値 $\vec{a} = (x, y)$ のとき, $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, \vec{a} と \vec{b} が水平ならば, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$,
 \vec{a} と \vec{b} が垂直ならば, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

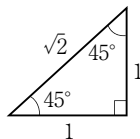
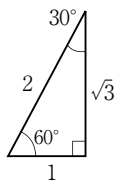
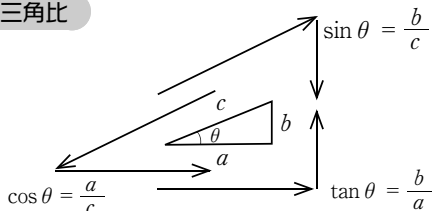
ベクトルの内積 $\vec{a} = (x_a, y_a)$ および $\vec{b} = (x_b, y_b)$ のとき,
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b$

2 第1章 数学

複素数 $i^2 = -1$

三角関数 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

三角比



加法定理 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

微分 $y = ax^n$ のとき, $\frac{dy}{dx} = a(nx^{n-1})$

$(\sin \omega t)' = \omega \cos \omega t, (\cos \omega t)' = -\omega \sin \omega t$

$(uv)' = u'v + uv'$

積分 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ (定数)

$\int \sin x = -\cos x + C, \int \cos x = \sin x + C$

対数の微分・積分 $(\log x)' = \frac{1}{x}, \int \frac{1}{x} dx = \log x + C$ (定数)

部分積分 $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$

行列式 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$

$k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$

回転行列 θ の回転により (x, y) の座標を (x', y') に移す計算

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, 回転行列は $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

順列 ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1)$

グループ分けにおいてグループ内の“並び順も区別する”分け方のパターン数

組み合わせ ${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

グループ分けにおいてグループ内の“並び順は区別しない”分け方のパターン数

期待値 $E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n$

確率変数 x が取る値を $x_1 \cdots x_n$, $x_1 \cdots x_n$ がおのおの起こる確率を $p_1 \cdots p_n$

2次方程式の解 $ax^2 + bx + c = 0$ のとき, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

分散 $V[x]$ (分散) $= \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - m) p(x_i)$, m : 平均値, $p(x_i)$: x_i が起こる確率

1.1 数列

問題 1

H24 国家一般職

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の第 24 項 a_{24} の値はいくらか。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} - a_n = 2n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(解) (答)

題意の法則 $a_{n+1} - a_n = 2n - 1$ を変形する。

$$a_{n+1} = a_n + 2n - 1 \tag{1.1}$$

式 (1.1) によって試しに数列 $a_1 \sim a_4$ まで算出し列挙する。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_3 = 5, \quad a_4 = 10, \quad \dots, \quad a_{23}, \quad a_{24} \tag{1.2}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 \overset{\curvearrowright}{\underbrace{a_{d1,2} = 1}} & \overset{\curvearrowright}{\underbrace{a_{d2,3} = 3}} & \overset{\curvearrowright}{\underbrace{a_{d3,4} = 5}} & & \overset{\curvearrowright}{\underbrace{a_{d23,24} = 2 \times 23 - 1 = 45}} & & \\
 \text{(初項)} & & & & \text{(末項)} & &
 \end{array}$$

式 (1.2) を見ると数列 $a_1 \sim a_n$ は等差数列でも等比数列でもない。そこで、各数列の差 $a_n - a_{n-1}$ に注目する。ここで $a_{d1,2}$ は a_1 と a_2 の差を表す。また $a_{d2,3}$ は a_2 と a_3 の差を表す。公式

$$\text{等差数列の和} \quad s = \frac{(\text{初項} + \text{末項}) \times \text{項数}}{2}$$

より、本問題は

$$s = \frac{(1 + 45) \times 23}{2} = 529 \tag{1.3}$$

となる。よって、第 24 項 a_{24} の値は、式 (1.2) より

$$a_{24} = a_1 + s = 1 + 529 = \underline{530} \text{ (答)} \tag{1.4}$$

となる。

1.2 ピタゴラスの定理

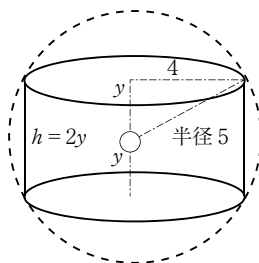
問題 2

H29 国家一般職

半径が5の球に内接する、底面の半径が4の直円柱の体積はいくらか。

解 答

問題の球を破線、直円柱を実線で描く。



直円柱の高さ h は図より $h = 2y$ である。次に y を公式

ピタゴラスの定理 $z^2 = x^2 + y^2$

より算出する。

$$y = \sqrt{z^2 - x^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \quad (2.1)$$

直円柱の高さ $h = 2y$ より

$$h = 2y = 6 \quad (2.2)$$

である。よって直円柱の体積は

$$V = \pi r^2 h = \pi \times 4^2 \times 6 = 96\pi \quad \text{答} \quad (2.3)$$

を得る。

数・練習問題 1

R1 国家一般職

球が1辺の長さ4の正八面体に外接しているとき、この球の半径はいくらか。

— 著者略歴 —

1991年 弓削商船高等専門学校機関学科卒業
1994年 豊橋技術科学大学工学部生産システム工学課程卒業
1996年 防衛庁入庁
1999年 防衛大学校理工学研究科修士課程修了
2003年 博士（工学）（慶應義塾大学）
2007年 舞鶴工業高等専門学校准教授
2010年 広島工業大学准教授
2019年 大阪産業大学教授
現在に至る

工学につながる数学・物理入門演習
— 技術系公務員 工学の基礎 —

© Masayoshi Doi 2024

2024年1月15日 初版第1刷発行

検印省略

著者 土井 正 好
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 壮光舎印刷株式会社
製本所 株式会社 グリーン

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-06131-4 C3041 Printed in Japan

(新井) I



©COPY < 出版者著作権管理機構 委託出版物 >

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。