工学につながる
数学・物理入門演習

― 技術系公務員 工学の基礎 ―

土井 正好【著】

コロナ社

まえがき

私は機械工学科の教員として20年近く勤めています。それ以前は防衛省研究職技官として10年間，さらにその前は2万トン級大型船舶の機関士として勤めました。私は中学校卒業後，高等専門学校に入学したため，工学とのつき合いはもう40年近くなります。私が防衛省で戦闘機のレーダー研究の担当をしていた頃，メーカー技術者は渾身のレーダーを開発しました。技術者が言うには，「レーダー画面には小数点一桁の精度で多数ターゲットとの距離が表示されます」と自信満々でした。しかし，パイロットの感想は「ごめん。見づらい。」と返ってきました。話は変わりますが，私の自宅には特徴の異なる二つのリモコンがあります。一つはテレビとビデオ操作ができるリモコンで，50個以上のボタンがあります。二つ目はYouTubeやNetflixなど4番組が見られる小さなリモコンで，ボタンは10個しかありません。前者のリモコンを操れるのは家族の中では私だけです。何が言いたいかというと，難しい解法能力を競っても，良いものづくりには繋がっていないのでは？と私は疑問に思うのです。複雑な技術は故障確率も上がります。20世紀は「無理をしてでも，月に立ちたい！」と高度技術を競いました。しかし，現在はほどほどに使えるスペックを，省エネルギー・省材料・単純機構で実現できる“スマート技術”が求められています。「Simple is best !」の“スマート技術”です。

私の専門は制御工学ですが，物理や機械工学4力学（材料力学・機械力学・流体力学・熱力学）を大学3年生に教えています。学生らは大学1，2年においてすでに講義で習った内容にもかかわらず，多くの基礎問題を解けません。そこで私は“鉄板の基礎固め”の必要性を痛感しています。本書は，国家公務員採用一般職試験の問題を取り上げました。ただし，実際の過去問では解答が5択になっています。本書には問題解答で用いる公式を集めた公式集も掲載しています。各問題の解答は数式展開だけでなく，解答する前の物理現象のイメージ図を示すように心がけました。公式を記号羅列のまま暗記しても，問題

の解法では使えません。物理現象をイメージするように公式を体感できれば，問題を正解へと導けます。

最後に，土井ゼミでは国家公務員一般職に毎年 10 名以上合格します。国家公務員総合職にも毎年 1 名は合格します。当大学では卒業生約 2 000 名のうち国家一般職の合格者は土井ゼミ以外で毎年 1 名しか輩出しません。この実績から本書の効果を信じてもらえればと希望します。「鉄板の基礎知識」を身につけましょう。

2023 年 11 月

土井　正好

目　次

第１章　数　学

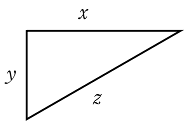
第２章　物　理

第1章 数　学

公式集

等差数列の和　$s = \dfrac{（初項 + 末項）\times 項数}{2}$

ピタゴラスの定理　$z^2 = x^2 + y^2$

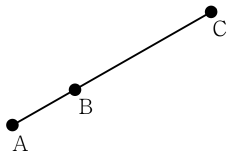


対数　$\log_{10}12 = \log_{10}2^2 \times 3 = \log_{10}2^2 + \log_{10}3 = 2\log_{10}2 + \log_{10}3$

$= 2 \times 0.301 + 0.477 = 1.079$

$\log_{10}10 = 1$，$\log_2 2 = 1$，$\log_3 3 = 1$

ベクトル　$\overrightarrow{\mathrm{AC}} = t \times \overrightarrow{\mathrm{AB}}$



ベクトルの絶対値　$\vec{a} = (x,y)$ のとき，$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

内積　$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が水平ならば，内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$，

$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直ならば，内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

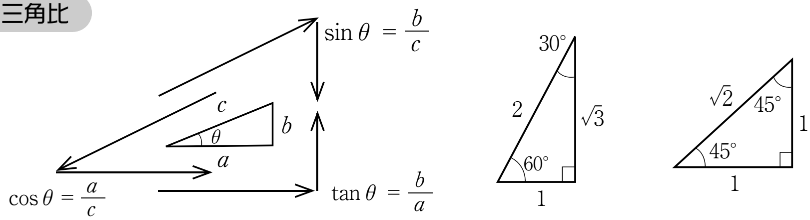
ベクトルの内積　$\vec{a} = (x_a, y_a)$ および $\vec{b} = (x_b, y_b)$ のとき，

$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b$

複素数　$i^2 = -1$

三角関数　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$，$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

三角比



加法定理　$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

微分　$y = ax^n$ のとき，$\dfrac{dy}{dx} = a(nx^{n-1})$

$(\sin\omega t)' = \omega\cos\omega t$，$(\cos\omega t)' = -\omega\sin\omega t$

$(uv)' = u'v + uv'$

積分　$\displaystyle\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$（定数）

$\displaystyle\int \sin x = -\cos x + C,\quad \int \cos x = \sin x + C$

対数の微分・積分　$(\log x)' = \dfrac{1}{x}$，$\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log x + C$（定数）

部分積分　$\displaystyle\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$

行列式　$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$$

$$k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

回転行列　θ の回転により (x,y) の座標を (x',y') に移す計算

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$，回転行列は$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

順列　$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-r+1) $$

グループ分けにおいてグループ内の“並び順も区別する”分け方のパターン数

組み合わせ　$$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

グループ分けにおいてグループ内の“並び順は区別しない”分け方のパターン数

期待値　$$ E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n $$

確率変数 x が取る値を $x_1 \cdots x_n$，$x_1 \cdots x_n$ がおのおの起こる確率を $p_1 \cdots p_n$

2次方程式の解　$ax^2 + bx + c = 0$ のとき，$$ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} $$

分散　$V[x]$（分散）$= \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - m)\, p(x_i)$，$m$: 平均値，$p(x_i)$: x_i が起こる確率

1.1　数　列

問 題 1

H24 国家一般職

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の第 24 項 a_{24} の値はいくらか。

$a_1 = 1$，$a_{n+1} - a_n = 2n - 1$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$

解 答

題意の法則 $a_{n+1} - a_n = 2n - 1$ を変形する。

$$a_{n+1} = a_n + 2n - 1 \tag{1.1}$$

式 (1.1) によって試しに数列 $a_1 \sim a_4$ まで算出し列挙する。

$$a_1 = 1,\quad a_2 = 2,\quad a_3 = 5,\quad a_4 = 10,\ \cdots\ a_{23},\qquad a_{24} \tag{1.2}$$

$a_{d1\_2} = 1$　$a_{d2\_3} = 3$　$a_{d3\_4} = 5$　$a_{d23\_24} = 2 \times 23 - 1 = 45$

（初項）　　　　　　　　　　　　　（末項）

式 (1.2) を見ると数列 $a_1 \sim a_n$ は等差数列でも等比数列でもない。そこで，各数列の差 $a_n - a_{n-1}$ に注目する。ここで a_{d1_2} は a_1 と a_2 の差を表す。また a_{d2_3} は a_2 と a_3 の差を表す。公式

等差数列の和　$s = \dfrac{(\text{初項} + \text{末項}) \times \text{項数}}{2}$

より，本問題は

$$s = \frac{(1 + 45) \times 23}{2} = 529 \tag{1.3}$$

となる。よって，第 24 項 a_{24} の値は，式 (1.2) より

$$a_{24} = a_1 + s = 1 + 529 = \underline{\underline{530}}\ 答 \tag{1.4}$$

となる。

1.2　ピタゴラスの定理

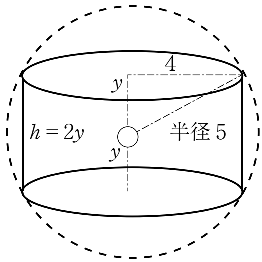
問題2

H29 国家一般職

半径が 5 の球に内接する，底面の半径が 4 の直円柱の体積はいくらか。

解答

問題の球を破線，直円柱を実線で描く。



直円柱の高さ h は図より $h = 2y$ である。次に y を公式

ピタゴラスの定理　$z^2 = x^2 + y^2$

より算出する。

$$y = \sqrt{z^2 - x^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \tag{2.1}$$

直円柱の高さ $h = 2y$ より

$$h = 2y = 6 \tag{2.2}$$

である。よって直円柱の体積は

$$V = \pi r^2 h = \pi \times 4^2 \times 6 = \underline{\underline{96\pi}} \text{ 答} \tag{2.3}$$

を得る。

数・練習問題 1

R1 国家一般職

球が 1 辺の長さ 4 の正八面体に外接しているとき，この球の半径はいくらか。

―― 著 者 略 歴 ――

1991 年　弓削商船高等専門学校機関学科卒業
1994 年　豊橋技術科学大学工学部生産システム工学課程卒業
1996 年　防衛庁入庁
1999 年　防衛大学校理工学研究科修士課程修了
2003 年　博士（工学）（慶應義塾大学）
2007 年　舞鶴工業高等専門学校准教授
2010 年　広島工業大学准教授
2019 年　大阪産業大学教授
　　　　現在に至る

工学につながる数学・物理入門演習
― 技術系公務員 工学の基礎 ―

2024 年 1 月 15 日　初版第 1 刷発行

検印省略

著　　者　土（ど）　井（い）　正（まさ）　好（よし）
発 行 者　株式会社　コ ロ ナ 社
　　　　　代 表 者　牛 来 真 也
印 刷 所　壮 光 舎 印 刷 株 式 会 社
製 本 所　株式会社　グ リ ー ン

112-0011　東京都文京区千石 4-46-10
発 行 所　株式会社　**コ　ロ　ナ　社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ　https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-06131-4　C3041　Printed in Japan　（新井）I