基礎から学ぶ級数論

――フーリエ級数入門――

博士(工学)　長嶋　祐二
博士(工学)　福田　一帆
【共著】

コロナ社

ま　え　が　き

ヒトにとってコミュニケーションは，意思などを相手に伝えるための大切な手段です。通常，ヒトは音声によりコミュニケーションを取っています。普段何気なしに使っている言葉（言語）は，母音/a/，/i/，/u/，/e/，/o/，子音/k/，/s/，$\cdots$ などの有限の音素と呼ばれる単位の組合せから無限の表現を生み出すことができます。楽譜から生み出されるオーケストラの奏でる音楽を想像してみてください。これも有限の記号から生み出される無限の音の世界です。では，数学はどうでしょうか？ 数学も有限の記号群で数式を構成して数学の深遠な無限の世界を構築しています。数学者やその卵である数学科の学生は，数式を私たちが何気なしに使っている言葉のように理解できるかもしれません。しかし，多くの人は，数式を見てもなかなかなにを表しているのか，現実世界ではどのような意味をもつかまでは理解するのが難しいのではないでしょうか。

そこで本書は，小学校で学んだ簡単な数列の知識から始まり，なだらかな稜線を辿り「フーリエ級数の計算」という名の双頭の一つ目の山頂を目指します。さらにもっと高みを目指したい読者のために，難解な「フーリエ級数の収束性」という基礎論の二つ目の頂上も用意してあります。すなわち本書は，片言の数学言語を駆使して，小学校で学んだ数列の概念から始まり，私たちの身の回りにあふれているさまざまな波を解析するのに必要となるフーリエ級数の基礎を学びたい読者を想定して構成しています。

本書を読み進めるために最低限必要な数学の知識は，小学生の頃の数列の考え方です。本書は5章で構成されています。はじめに，1章においてピアノの音をフーリエ解析することで，フーリエ級数が生活の中でどのように利用できるかの概要を学び，目的を明確にします。一つの応用例を通して，目指す一つ目の山頂の目標を明確にします。「なぜ基本的な波で表すことが可能なのか」という疑問をもつことが大切です。理解できない部分があっても，まったく問題

ありません。そして 1 章では助走として数列の基礎も学びます。つぎに，2 章では，高校までで学んだ数列の収束や発散について学びます。しかし，この章では，のちの 5.6 節で学ぶフーリエ級数の収束性の証明に必要となる，あの身の毛もよだつ $\varepsilon-\delta$ 論法が出てきます。でも安心してください，双頭の二つ目の山頂を目指さない人は，ななめ読みあるいは読み飛ばしても構いません。$\varepsilon-\delta$ 論法やそれに続く上極限や下極限などは，数学を専門とする人以外は必要ないからです。3 章では，フーリエ級数を理解するための基礎知識として，級数とその収束や発散を判定するための定理を学びます。4 章では，フーリエ級数のための最後の準備として，べき級数，そしてテイラー展開やマクローリン展開を学びます。ここでは，級数が収束する領域を表す収束半径という概念も学びます。最後の 5 章では，フーリエ級数を学ぶときに必要な直交関数の概念を学び，仕上げとしてフーリエ級数へとつなげていきます。でも読者の中には，すぐにフーリエ級数を求めたいという人もいるかもしれません。その場合には，すべて読み飛ばして，5.4 節を読み，そこの例題が解ければ十分かもしれません。

ここでは，小学校，中学そして高校レベルの知識へと段階的に進み，徐々に新しい定理や知識を身に付けていきます。各項目とフーリエ級数の計算・理解との関係は，目次の $\star$ の数で表してありますので，参考にしてください。フーリエ級数の計算をできるようになるためには $\star\star$ まで，フーリエ級数の原理を理解したい場合は $\star\star\star$ までの知識が必要となります。そして，双頭の二つ目の山頂を目指すためには，$\star\star\star\star\star$ までの知識が必要となります。

級数論とフーリエ級数を学ぶためには，さまざまな定義や定理を理解しなければなりません。重要あるいは難解そうな定理には，詳細な証明を載せるように心がけました。そして，それらの定理の使い方を学ぶために例題を用意してあります。例題には，わかりやすい解答過程を載せるようにしました。また，各章の章末には章全体の理解確認の問題を用意してあります。各章末問題の解答は，なるべく詳細に計算過程を載せるように心がけました。さらに，基本的な計算過程のほかに理解を補う別解法がある場合には，その過程も載せるようにしています。

本書には，フーリエ級数による身の回りの波の解析としてピアノの音を扱っ

ています。また，例題や問題には，図や動画を用いて説明しています。QR コードを付してありますので，ぜひ動画を見て理解を深めてください。これらの動画はすべて，数式処理言語である Mathematica 12 を用い，計算したり描画したり，そして動画ファイルを生成しています。興味のある人は，Mathematica にも挑戦して，問題を解いてみてください。数式処理言語を通して，新たな視野が広がり，数学の楽しさの片鱗が見られるかもしれません。

なお，本書は先に出版した『基礎から学ぶ整数論 — RSA 暗号入門 —』の姉妹本です。『基礎から学ぶ整数論』が工学院大学情報学部の 1 年生共通科目として設置している「情報数学および演習 3」の教科書としてまとめたものでした。本書は，そのつぎのクォータに設置されている「情報数学および演習 4」の講義と演習の 2 コマ連続 × 全 7 週のクォーター科目の全 14 コマで扱う内容となっています。実験科目などでは，波形解析はあるものの，その基礎となる講義科目はありませんでした。そこで，2009 年に級数論の講義を開始し，フーリエ級数までを教えることになりました。そして，2016 年から情報学部全体の 1 年生基礎科目となり，2020 年には，フーリエ級数の収束とその関連知識を追加して，出版準備に取り掛かりました。

本書の校正にご協力をいただいた本学の非常勤講師の渡邉桂子先生，三浦章先生には，わかりにくいところなどいろいろご意見をいただいたことに感謝いたします。また，2020 年には，情報数学 4 に新たなメンバーが入りました。その一人の本学の教育推進機構・数学科の齋藤正顕先生には，数学的な視点でいろいろチェックをしていただき感謝いたします。また，情報学部情報デザイン学科の高橋義典先生には，わかりにくい個所などのコメントをいただき感謝いたします。

最後に，出版を快諾していただくとともにさまざまなコメントをいただいたコロナ社の皆さまに感謝いたします。

2021 年 9 月

長嶋 祐二，福田 一帆

凡　　例

（1）本書は，5 章で構成されています。自分の理解している章は飛ばしてつぎの章から読んでも大丈夫です。また，必要な章のみを読むことができるようになっています。

（2）内容理解のために，例題，章末問題を用意しています。すべての問題には詳細な解答を付けています。また，別な解法があるときにはなるべく別解も詳細に記載するようにしています。

（3）重要と思われる用語には，その英訳単語も付けています。

（4）目次の各項目には本書を読んで，どこまでの知識を得られるかを ⋆ の数で示してあります。

無印	：	事前知識，参考
⋆	：	高校までの復習程度の知識
⋆⋆	：	フーリエ級数の基礎的な計算に必要な知識
⋆⋆⋆	：	級数の理論の理解に必要な知識
⋆⋆⋆⋆⋆	：	フーリエ級数の収束性に必要な高度な知識

（5）本書において，計算過程や変形過程の項や数字，表中の数字に付した ＿＿＿，＝＝＝，～～～，- - - - - は，同じ種類のラインとの対応関係に注目してもらいたい部分です。また，重要な概念は太字にしてあります。

（6）数学の用語としてよく見かける公理と本書で用いている用語について説明します。

（a）公理（axiom）　その理論の出発点であり，証明をしないで用いることのできる記述（文章や式）のことです。その議論の出発点となる最も自明な前提条件とも考えられます。なので，証明する必要がないのです。ユークリッド幾何学に出てくる「平行線の公理」は有名です。

（b）定義（definition）　本書において，用語の意味や式を定めたもので，証明をしないでも用いている議論の前提条件です。具体的な例は，本文を参照してください。

（c）定理（theorem）　本書において，定義から導出することのできる記述（文章や式など）を指します。公理や定義，そして証明済みの定理を

用いて証明することができます。すべての定理は証明していません。理解に必要だったり難しい定理は証明を入れるようにしています。具体的な例は，本文を参照してください。

(d) 補題（lemma）　本書では，定理から類推，あるいは導出することができる記述（文章や式など）を指します。定理と同様に証明することができます。具体的な例は，本文を参照してください。

(e) 参考（guide）　本書では，直前の記述や例題などに対して，考え方や計算の手助けとなる記述や式を参考として記述しています。具体的な例は，本文を参照してください。

(f) 例題（example）　本書では，直前の内容の確認のため，あるいはつぎの項目の準備として必要な知識の確認のために，多くの例題を記載しています。確認のためにあるので，定義・定理の直後に記載してあります。

(7) 本書の 4 桁以上の数値の表記では，3 桁ごとの区切り記号としてカンマ「,」ではなく空白を用います。小数点にはピリオド「.」を用います。例えば，123456789 は 123 456 789 と表記しています。この区切り記号や小数点記号になにを用いるかは国によっても異なります。

(8) 本書の図の中には QR コード付きのものがあります。実際に解析したピアノの音，合成音を聞くことができます。べき級数に展開したときの，n の値を大きくしたとき元の関数との比較してどのように変化するか，その誤差の動画も見ることができます。また，項数 n を大きくしたときのフーリエ級数の変化なども動画として見ることができます。音や動画を利用して理解を深めるのにぜひ役立ててください。

注 2）　本書に記載の情報，ソフトウェア，URL は 2021 年 9 月現在のものを掲載しています。

本書で用いるおもな記号とその意味

本書で用いているおもな記号とその意味について挙げます。なお本書において，乗算では，掛けることを意識的に示したり，わかりやすさのために，$a \times b$，$a \cdot b$，$3 \times a$ のように演算子 $\times$ や $\cdot$ を適宜用います。省略してもわかるときには，ab や $3a$ のように表記します。また，$n_1 n_2 \cdots n_{10}$ や $n_1 + n_2 + \cdots + n_{10}$ などの $\cdots$ は，積や和の繰り返し演算を示しています。

自然数全体の集合	： $\mathbb{N}$，　$\mathbf{N}$（Natural number）
整数全体の集合	： $\mathbb{Z}$，　$\mathbf{Z}$（Integral number ドイツ語　数 Zahl）
有理数全体の集合	： $\mathbb{Q}$，　$\mathbf{Q}$（Rational number，ドイツ語　商 Quotient）
実数全体の集合	： $\mathbb{R}$，　$\mathbf{R}$（Real number）
複素数全体の集合	： $\mathbb{C}$，　$\mathbf{C}$（Complex number）
$x \in \mathbb{Z}$	： x は $\mathbb{Z}$ に属する，x は集合 $\mathbb{Z}$ の元である。
$\forall$	： 全称記号で，$\forall x$ は「任意の x」，「すべての x」を表す。
$\exists$	： 存在記号で，$\exists x$ は「ある x が存在して」を表す。
$\prod$	： 総乗（product）記号，例）$\displaystyle\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n$
$\simeq$	： ≒　と同じ意味
$\leqq$	： $\leq$，$\leqslant$　と同じ意味
$\geqq$	： $\geq$，$\geqslant$ と同じ意味
$\ll$	： 十分小さい
$\gg$	： 十分大きい
$\vee$	： 論理和，または
$\wedge$	： 論理積，かつ
$\therefore$	： ゆえに
$\because$	： なぜならば，なんとならば
i.e.	： すなわち，*id est*（ラテン語：イデェストゥ）の省略形
$\dbinom{n}{r}$	： 2 項係数，${}_nC_r$ と同じ
$\lceil x \rceil = \min\{n \in \mathbb{Z} \mid x \leq n\}$	： 天井関数，x 以上の最小の整数，例）$\lceil 3.14 \rceil = 4$，$\lceil -3.14 \rceil = -3$

本書で用いるおもな公式

本書で用いているおもな公式について挙げます。

（1） 極限に関する公式

（a） x_0 の右側から x_0 への極限値

$$\text{右側極限値：}\lim_{x \to x_0+0} f(x) = f(x_0+0) \tag{1}$$

（b） x_0 の左側から x_0 への極限値

$$\text{左側極限値：}\lim_{x \to x_0-0} f(x) = f(x_0-0) \tag{2}$$

（c） x_0 での極限値の存在（$x = x_0$ での関数の連続）

極限値 $=$ 左側極限値 $=$ 右側極限値

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) = f(x_0-0) = f(x_0+0) \tag{3}$$

（d） 本書でよく使う極限の公式

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \tag{4}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \tag{5}$$

（2） 微分に関する公式

（a） 微分に関する基礎的な公式

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} \tag{6}$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots) \tag{7}$$

$$f^{(0)}(x) = f(x) \tag{8}$$

$$(af(x) + bg(x))' = af'(x) + bg'(x) \qquad (a,\ b\text{：定数}) \tag{9}$$

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \tag{10}$$

i)　ライプニッツの公式

$$
\begin{aligned}
&(f(x)g(x))^{(n)} \\
&\quad = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(n-k)}(x) g^{(k)}(x) \\
&\quad = f^{(n)}(x)g(x) + \binom{n}{1} f^{(n-1)}(x) g'(x) \\
&\qquad + \binom{n}{2} f^{(n-2)}(x) g''(x) + \binom{n}{3} f^{(n-3)}(x) g'''(x) \\
&\qquad + \cdots + f(x) g^{(n)}(x)
\end{aligned} \tag{11}
$$

ii)　分数関数の微分

$$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' = -\frac{g'(x)}{(g(x))^2} \tag{12}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \tag{13}$$

iii)　対数の微分

$$(\log f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)} \tag{14}$$

iv)　合成関数の微分

$F(x) = f(g(x))$ ならば

$$F'(x) = f'(g(x))\ g'(x) \tag{15}$$

(b)　初等関数の微分

$f(x)$	$f'(x)$	$f^{(n)}(x)$		
e^x	e^x	e^x		(16)
a^x	$a^x \log a$	$a^x (\log x)^n$	（$a > 0,\ \ a \neq 1$）	(17)
$\log x$	$\dfrac{1}{x}$	$(-1)^{n-1}\dfrac{(n-1)!}{x^n}$		(18)
$\sin x$	$\cos x$	$\sin\left(x + \dfrac{n\pi}{2}\right)$		(19)
$\cos x$	$-\sin x$	$\cos\left(x + \dfrac{n\pi}{2}\right)$		(20)

（3）積分に関する公式

（a）置換積分公式

$$\int f(x)\ dx = \int f\big(g(t)\big)\frac{dx}{dt}dt = \int f\big(g(t)\big)g'(t)dt \tag{21}$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \log|f(x)| + C \qquad (C \text{ は積分定数}) \tag{22}$$

（b）部分積分公式

$$\int f(x)g'(x)\ dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\ dx \tag{23}$$

$$\int_a^b f(x)g'(x)\ dx = \Big[f(x)g(x)\Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\ dx \tag{24}$$

（c）おもな積分公式（積分定数 C は省略，$a \neq 0$）

$$\int e^{ax}\ dx = \frac{1}{a}e^{ax} \tag{25}$$

$$\int x^{\alpha}\ dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} \qquad (\alpha \neq -1) \tag{26}$$

$$\int \alpha^{x}\ dx = \frac{\alpha^{x}}{\log\alpha} \qquad (\alpha > 0,\ \alpha \neq 1) \tag{27}$$

$$\int x^{-1}\ dx = \log|x| \tag{28}$$

$$\int \frac{1}{ax+b}\ dx = \frac{1}{a}\log|ax+b| \tag{29}$$

$$\int \sin ax\ dx = -\frac{1}{a}\cos ax \tag{30}$$

$$\int \cos ax\ dx = \quad \frac{1}{a}\sin ax \tag{31}$$

$$\begin{aligned}\int x\cdot\sin ax\ dx &= -\frac{x\cos ax}{a} + \frac{1}{a}\int \cos ax\ dx \\ &= -\frac{x\cos ax}{a} + \frac{\sin ax}{a^2}\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}\int x^2\cdot\sin ax\ dx &= -\frac{x^2\cos ax}{a} + \frac{2}{a}\int x\cdot\cos ax\ dx \\ &= -\frac{\left(a^2x^2-2\right)\cos ax}{a^3} + \frac{2x\sin ax}{a^2}\end{aligned} \tag{33}$$

$$\int x \cdot \cos x\ dx = \frac{x \sin ax}{a} - \frac{1}{a}\int \sin ax\ dx$$
$$= \frac{x \sin ax}{a} + \frac{\cos ax}{a^2} \tag{34}$$

$$\int x^2 \cdot \cos ax\ dx = \frac{x^2 \sin ax}{a} - \frac{2}{a}\int x \cdot \sin ax\ dx$$
$$= \frac{\left(a^2x^2 - 2\right)\sin ax}{a^3} + \frac{2x \cos ax}{a^2} \tag{35}$$

$I_s(n)$ と $I_c(n)$ を

$$\begin{cases} I_s(n) = \displaystyle\int x^n \sin ax\ dx & (36) \\ I_c(n) = \displaystyle\int x^n \cos ax\ dx & (37) \end{cases}$$

とすると

$$I_s(n) = -\frac{x^n}{a}\cos ax + \frac{n}{a} I_c(n-1) \tag{38}$$

$$I_c(n) = \frac{x^n}{a}\sin ax - \frac{n}{a} I_s(n-1) \tag{39}$$

となる。

$$\int \log x\ dx = x \log x - x \tag{40}$$

$$\int x \cdot \log x\ dx = \frac{x^2}{2}\left(\log x - \frac{1}{2}\right) \tag{41}$$

目　　　次

3. 無限級数 —— べき級数を学ぶ，その前に ——

4. べき級数 —— フーリエ級数を学ぶ前の最後の準備 ——

5. フーリエ級数 —— ついに目標に到着 ——

定義，定理一覧

1 フーリエ級数の導入 —— フーリエ級数の身近な応用例 ——

本書では，x のべき級数，そしてフーリエ級数の原理の理解を目標とします。これらの級数は，与えられた関数を x のべき乗の和や**正弦関数**（sine function，sin 関数）と**余弦関数**（cosine function，cos 関数）との三角関数の和で近似しますが，そのために必要となる，さまざまな基礎的な**数列**や**級数**に関する定義，演算手法を学びます。

1 章では，身近なピアノの音を用いて，どのような sin 波の合成になっているか調べてみます。目標とするフーリエ級数がどのような場面で使われているかを実感します。さらに，5 章で扱ういくつかのフーリエ級数の例を通して概要を学びます。また，高校数学の復習として，級数の基本となる**等差数列**と**等比数列**について学びます。

1.1 身近な音の話

私たちの身の回りには，いろいろな音があふれている。ヒトの音声はもとより，さまざまな楽器の音や騒音などで音環境が構築されている。では，それらの音は，なじみのある sin，cos のような簡単な関数で表すことが可能であろうか。もし，表すことができれば，逆に，sin，cos といった**三角関数**（trigonometric function）を用いて合成も可能である。

1.1.1 ピアノの音を調べる

ここでは，身近なピアノの音について調べてみる。ピアノは，鍵盤を指で押すことで奥のハンマーが下がり弦を打ち音を鳴らす。

ピアノのラ（A4：440 Hz）の音を調べてみる。ラの音を sin によって生成した

波形を**図 1.1** に示す。つぎに，ピアノによりラの音を弾いたときの波形を**図 1.2** に，時間軸を拡大したものを**図 1.3** に示す。図 1.1 と図 1.3 はどこが違うのだろうか。

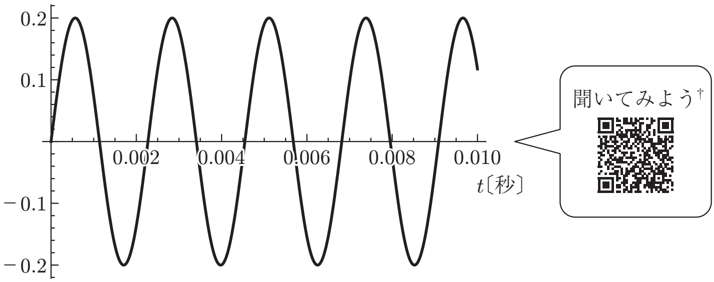

図 1.1　正弦波（sin）によるラ（A4：440 Hz）の波形

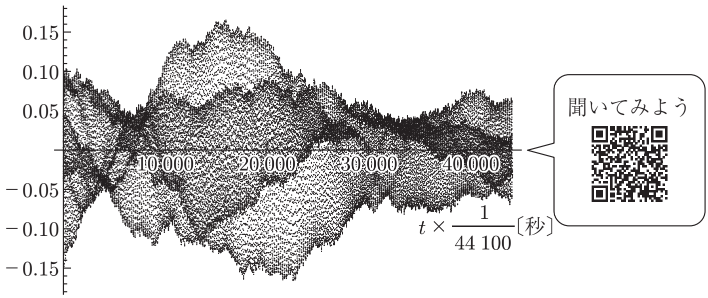

図 1.2　ピアノによるラ（A4：440 Hz）の波形

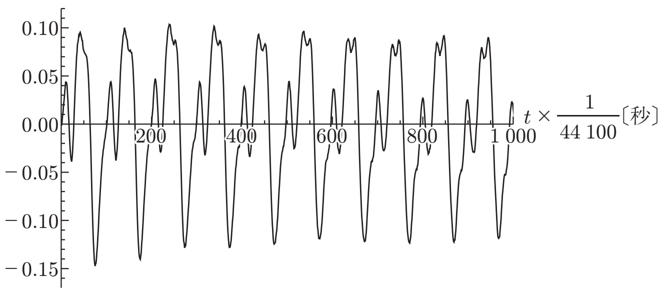

図 1.3　ピアノによるラ（A4：440 Hz）の波形の時間軸の拡大

† QR コードのあるものは音源や動画を確認することができます。

そこで，図 1.2 で示した音を**フーリエ解析**（Fourier analysis）により，どのような**周波数成分**（frequency component）があるか解析する。その結果を，**図 1.4** に示す。この図から，**基音**（fundamental frequency，fundamental tone）である 440 Hz のほかに，880 Hz の周波数も含まれていることがわかる。2 000 Hz まで拡大した**図 1.5** から，さらに 1 320 Hz と 1 760 Hz の成分があることがわかる。これは，ピアノを弾いて収録したとき，鍵盤から指を離さないで弦にハンマーが当たった状態であるためである。つまり，440 Hz の**倍音**（overtone, harmonic overtone）（図 1.5 では 2 倍から 4 倍音）が観測されていることがわかる。このように，**周波数分析**（frequency analysis）を行うことで，どのような**正弦波**（sine wave）で構成されているか調べることができる。

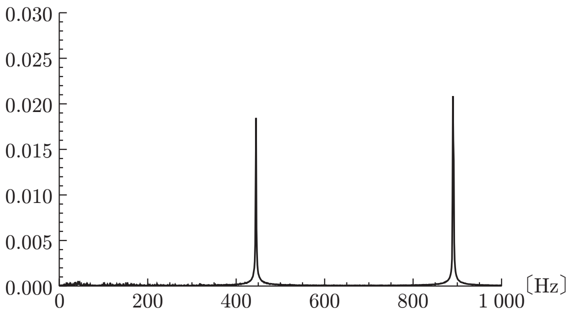

図 1.4　ピアノによるラ（A4：440 Hz）の周波数分析結果

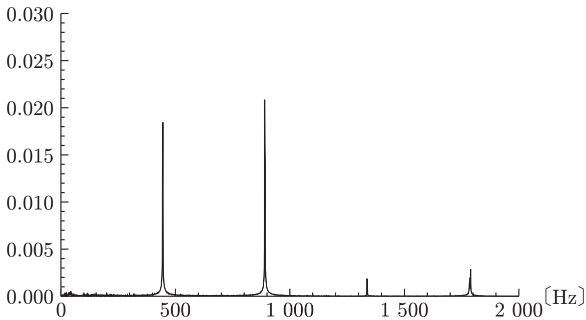

図 1.5　ピアノによるラ（A4：440 Hz）の周波数分析結果（2 000 Hz まで）

では，ラの音の基音 440 Hz と 2 倍音 880 Hz を用いて合成した波形を**図 1.6** に示す。実際のピアノの音と比べると，倍音以外にも共鳴，余韻など複雑な要因によりピアノのほうが聞きやすい。

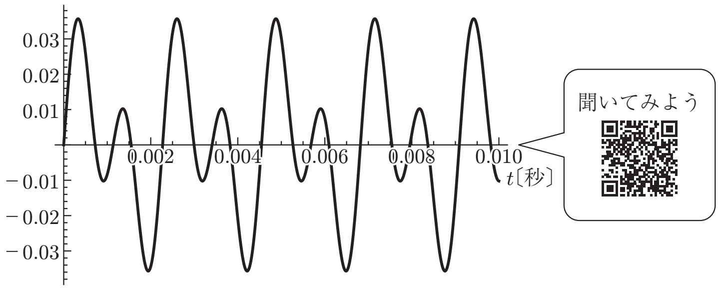

図 1.6　正弦波（sin）を用いたラ（基音）とその 2 倍音による合成波形

1.1.2　ピアノの和音の分析

ここでは，ピアノで和音を弾いたときの波形を調べてみる。入力された**和音**（chord，harmony tone）を**図 1.7** に示す。この和音の波形を**図 1.8** に，時間軸方向を拡大したものを**図 1.9** に示す。これを周波数分析した結果を**図 1.10** に示す。この図から，260 Hz，330 Hz，400 Hz 付近の波形の存在がわかる。その結果，この和音はドミソ（C4：261.6 Hz，E4：329.6 Hz，G4：392.6 Hz）とわかる。倍音を調べるために 2 000 Hz まで拡大した結果を**図 1.11** に示す。

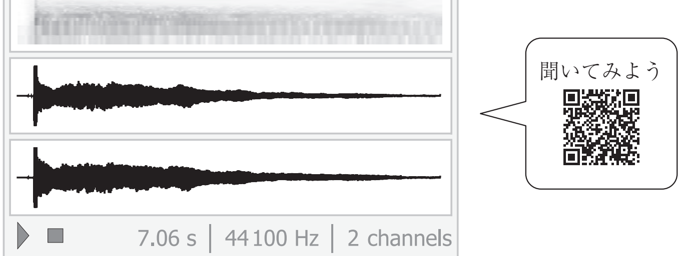

図 1.7　ピアノの和音の読み込み波形

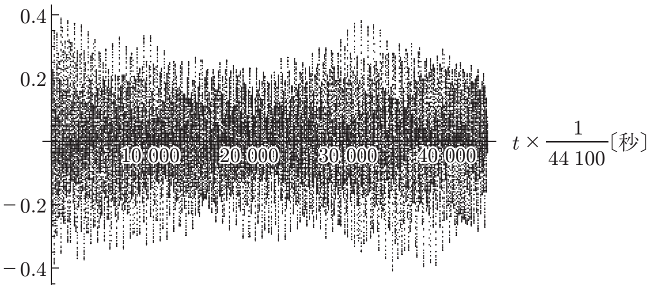

図 1.8　ピアノの和音の波形

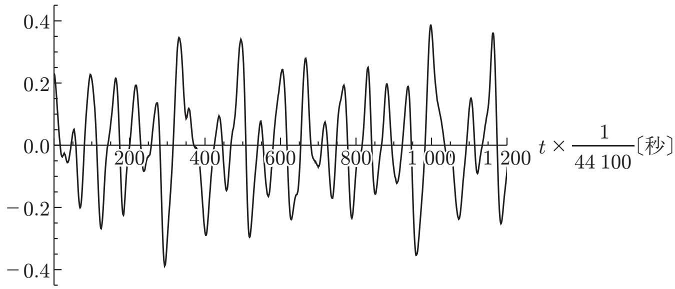

図 1.9　ピアノの和音の波形（拡大）

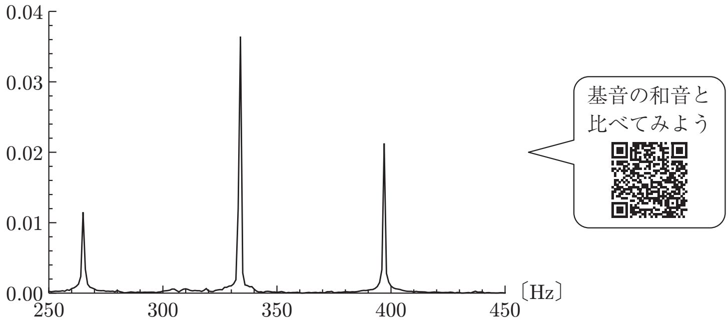

図 1.10　ピアノの和音の波形の周波数分析結果

ここでは，ピアノを弾いたときの音を例にとり，波形は正弦波が合成された結果であることを，**フーリエ解析**することで調べた。本書では，フーリエ解析の基本である**フーリエ級数**について学ぶ。

索　　　　引

—— 著 者 略 歴 ——

長嶋　祐二（ながしま　ゆうじ）
1978年　工学院大学工学部電子工学科卒業
1980年　工学院大学大学院工学研究科修士課程修了（電気工学専攻）
1980年　工学院大学助手
1989年　工学院大学講師
1993年　博士（工学）工学院大学
1994年　工学院大学助教授
2003年　工学院大学教授
2021年　工学院大学名誉教授

福田　一帆（ふくだ　かずほ）
2001年　千葉大学工学部画像工学科卒業
2003年　東京工業大学大学院総合理工学研究科修士課程修了（物理情報システム専攻）
2006年　東京工業大学大学院総合理工学研究科博士課程修了（物理情報システム専攻）博士（工学）
2006年　東京工業大学産学官連携研究員
2006年　York 大学（カナダ）博士研究員
2009年　東京工業大学特任助教
2010年　東京工業大学助教
2014年　工学院大学准教授
現在に至る

基礎から学ぶ級数論　—フーリエ級数入門—
Fundamentals of Infinite Series Theory —Introduction to Fourier Series—

2021 年 11 月 15 日　初版第 1 刷発行　★

検印省略

著　者　長　嶋　祐　二
　　　　福　田　一　帆
発行者　株式会社　コロナ社
　　　　代 表 者　牛 来 真 也
印刷所　三美印刷株式会社
製本所　有限会社　愛千製本所

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10
発 行 所　株式会社　コ ロ ナ 社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)
ホームページ https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–06122–2　C3041　Printed in Japan　（松岡）