

工学を理解するための 応用数学

— 微分方程式と物理現象 —

博士(理学) 佐藤 求 著

コロナ社

まえがき

数学者の厳密さ（と、天文学者の大胆さ）を表す有名な冗談がある。

天文学者と物理学者と数学者（とされている）がスコットランドで休暇を過ごしていたときのこと、列車の窓からふと原っぱを眺めると、一頭の黒い羊が目にとまった。天文学者がこう言った。「これはおもしろい。スコットランドの羊は黒いのだ」物理学者がこう応じた。「何を言うか。スコットランドの羊の中には黒いものがあるということじゃないか」数学者は天を仰ぐと、歌うようにこう言った。「スコットランドには少なくとも一つの原っぱが存在し、その原っぱには少なくとも一頭の羊が含まれ、その羊の少なくとも一方の面は黒いということさ」

イアン・スチュアート：現代数学の考え方，講談社（1981）[†]

本書は理工系専門学校の教科書または理工系大学初年度の副読本程度のレベルを目安に、物理や電気の勉強をする上で利用されている数学を理解することを目的に執筆されたものである。絶対に間違いのない数学者のやり方ではなく、実際の問題に応用される範囲で正当な物理学者のやり方で問題に挑み、一定レベルの理解を得た上で、興味が沸くなら「羊の反対側の毛色」を気にするようにしよう。

本書ではたびたび「マトモ」という表現が出てくる。数学書ならば「ただか有限個の不連続点を除いては連続な関数」とか「 n 階微分可能な関数」などと書くだらうが、そこで「ただか有限個？」、「微分不可能な関数というのは、自分が本当に知りたい現実的な問題に類出するのだろうか？」といった心配をさせるよりも「厳密には例外もあるけれど、物理的現象を考える上では、あまり問題にならない」というメッセージを乗せたつもりである。その他、例外的な条件の無視や、大胆な口語調等、不真面目に見える部分も多々あるがお目こぼし願ひ、つねに応用面を意識した展開や、実際に利用している人々の心理に近い表現等、メリットのほうを評価していただければ幸いである。

1章から7章では、微分の定義から始めて微分方程式までをまとめた。特に、「微積分を使ってこそ本当の定義が与えられる物理量」について、「高校物理では意味が不明瞭なまま憶えさせられ、専門分野に進んだ後には既知の事実として振り返られない」といったことを憂慮し、微積分を使った物理量の再定義にもかなりの紙面を費やした。

[†] ただし、日本語訳はサイモン・シン著 青木薫訳：フェルマーの最終定理 ピュタゴラスに始まり、ワイルズが証明するまで、新潮社（2000）から引用した。

積分や微分方程式に関しては、重要な例について、解答を「見知って」いればよいという程度の扱いとし、解法のテクニックはあまり扱わなかった（正答を代入して確認ができればよいとした）。

7章では、おまけ的な意味で粘性抵抗下での強制振動までを紹介したが、「運動方程式を解くことで、減衰運動と単振動の式が出てくる」ことが示される6章を本書の最大の目的とした。

8章から10章では、応用上重要な話題をいくつか取り上げた。ラプラス変換については少し難易度が高いかという心配もあったが、工学者の多くが、微分方程式を解く際に魔法のようにラプラス変換表を引く習慣があるようなので、その面白みを紹介したく紙面を割いた。

電気工学分野は微積分の話題の宝庫なので例題などで多く取り上げたが、1か所にまとめはしなかった。特に交流電気と複素数の関連はページ数の関連で取り上げられなかったことを残念に思う。

演習問題に関しては、多少の計算練習はともかくとして、ほぼ全域にわたり「現実を表す問題」を例題、練習問題とするようにした。そのため、問題数は若干少なめとなったが、手を動かして解く価値のある問題をそろえたつもりだ。なお、練習問題の解はノートにまとめておくのが正攻法だろうが、その結果を後ろのページで改めて利用することも多いので、計算結果だけはこの本の余白に書き込んでおくことを薦める。

2019年1月

佐藤 求

目 次

1. 微 分

| | | |
|-------|---------------|----|
| 1.1 | 平均の傾きと微分係数 | 1 |
| 1.2 | 導 関 数 | 4 |
| 1.3 | x^n の 微 分 | 5 |
| 1.4 | 既知の微分の組合せ | 8 |
| 1.4.1 | $Af(x)$ の 微 分 | 8 |
| 1.4.2 | 和 の 公 式 | 9 |
| 1.4.3 | 積 の 公 式 | 10 |
| 1.4.4 | 合成関数の微分とその応用 | 11 |
| 1.4.5 | 逆関数の微分 | 15 |
| 1.5 | 高次導関数 | 16 |
| 1.6 | 速度と加速度 | 17 |
| 1.6.1 | 瞬間の速度 | 17 |
| 1.6.2 | 加 速 度 | 18 |
| 1.7 | 極大値・極小値 | 19 |
| 1.8 | 三角関数の微分 | 22 |
| 1.8.1 | 基本の三角関数の微分 | 22 |
| 1.8.2 | 三角関数の二階微分 | 24 |
| 1.8.3 | 実用的な形式 | 25 |
| 1.8.4 | 交流電気とリアクタンス | 26 |
| | 章 末 問 題 | 29 |

2. テイラー展開

| | | |
|-----|---------------|----|
| 2.1 | 一般の関数を整式で近似する | 31 |
| 2.2 | テイラー展開の係数決定法 | 32 |

| | |
|-----------------|----|
| 2.3 三角関数のテイラー展開 | 37 |
| 章 末 問 題 | 39 |

3. exp 関 数

| | |
|--------------------------|----|
| 3.1 指数関数 2^x の傾き | 41 |
| 3.2 $df/dx = f(x)$ の解 | 43 |
| 3.3 $f(x) = e^x$ のテイラー展開 | 45 |
| 3.4 指数関数の微分 | 46 |
| 3.5 双曲線関数 | 48 |
| 章 末 問 題 | 50 |

4. 積分の基礎と意義

| | |
|-----------------------|----|
| 4.1 積分の定義 | 51 |
| 4.1.1 不定積分と積分定数 | 51 |
| 4.1.2 定積分 | 54 |
| 4.1.3 積分と面積 (区分求積法) | 57 |
| 4.2 物理現象への応用 | 60 |
| 4.2.1 変動量に対する平均 | 61 |
| 4.2.2 等速直線運動・等加速度直線運動 | 62 |
| 4.2.3 コンデンサの帯電量 | 63 |
| 4.2.4 仕事とエネルギー | 64 |
| 4.2.5 回転運動と慣性モーメント | 68 |
| 4.3 回転対称系での積分 | 70 |
| 章 末 問 題 | 74 |

5. 積分の技法

| | |
|------------------------------|----|
| 5.1 部分積分 | 76 |
| 5.2 変数変換 | 78 |
| 5.3 $\sin^2 x, \cos^2 x$ の積分 | 80 |

| | |
|----------|----|
| 5.4 直交定理 | 82 |
| 章末問題 | 84 |

6. 微分方程式 1

| | |
|----------------------|----|
| 6.1 微分方程式とは | 86 |
| 6.2 簡単な微分方程式と初期条件 | 87 |
| 6.3 線形微分方程式と重ね合わせの原理 | 89 |
| 6.4 微分方程式で表現される物理現象 | 92 |
| 6.5 積分方程式 | 98 |
| 章末問題 | 99 |

7. 微分方程式 2

| | |
|----------------------|-----|
| 7.1 微分方程式を解かずに利用する | 100 |
| 7.2 減衰振動と強制振動 | 103 |
| 7.2.1 減衰振動 | 104 |
| 7.2.2 (粘性抵抗下での) 強制振動 | 107 |
| 7.2.3 LCR直列回路 | 110 |
| 最も重要な微分 | 114 |

8. 次元解析

| | |
|-----------------|-----|
| 8.1 物理式と単位 | 115 |
| 8.2 次元解析による解の予想 | 117 |
| 8.3 単位と次元 | 121 |
| 8.4 MKSA単位系 | 123 |
| 章末問題 | 124 |

9. フーリエ解析

| | |
|------------|-----|
| 9.1 フーリエ展開 | 125 |
|------------|-----|

| | | |
|-----|----------|-----|
| 9.2 | 正規直交基底 | 131 |
| 9.3 | 複素フーリエ展開 | 133 |
| 9.4 | フーリエ変換 | 134 |

10. ラプラス変換

| | | |
|--------|--------------|-----|
| 10.1 | ラプラス変換の定義と目的 | 136 |
| 10.2 | ラプラス変換の基本法則 | 139 |
| 10.2.1 | 線形性 | 139 |
| 10.2.2 | 微分とラプラス変換 | 140 |
| 10.2.3 | 積分のラプラス変換 | 140 |
| 10.3 | 逆ラプラス変換 | 141 |
| 10.3.1 | 一般解 | 141 |
| 10.3.2 | 部分分数分解 | 141 |
| 10.4 | 微分方程式への応用 | 142 |

付 録

| | | |
|-------|----------------|-----|
| A.1 | x の累乗の微分 | 147 |
| A.1.1 | n が整数の場合 | 147 |
| A.1.2 | n が有理数の場合 | 148 |
| A.1.3 | n が実数の場合 | 149 |
| A.1.4 | n が複素数の場合 | 149 |
| A.2 | 三角関数のまとめ | 151 |
| A.2.1 | 一般角に対する三角関数の定義 | 151 |
| A.2.2 | 加法定理 | 153 |
| A.2.3 | 半角の公式 | 154 |
| A.2.4 | 同じ周期の三角関数の合成 | 155 |
| A.2.5 | 和と積の変換公式 | 157 |
| A.2.6 | 微小角に対する近似 | 159 |
| A.3 | 部分分数分解 | 161 |
| A.3.1 | 王道的な方法 | 161 |

| | | |
|-------|-----------------|-----|
| A.3.2 | 目 隠 し 法 | 162 |
| A.4 | ラプラス変換に関する付記 | 165 |
| A.4.1 | 代表的な関数のラプラス変換 | 165 |
| A.4.2 | スケール変換 | 166 |
| A.4.3 | 第一移動定理 | 167 |
| A.4.4 | 第二移動定理とステップ関数 | 167 |
| A.5 | 各 種 表 | 169 |
| A.5.1 | アルファベットの代表的な使用例 | 169 |
| A.5.2 | ギリシャ文字とその使用例 | 170 |
| A.5.3 | 三角関数表 | 171 |
| A.6 | 正統ではない表現 | 173 |
| A.6.1 | 物理量変数と単位の表記について | 173 |
| A.6.2 | 関数について | 173 |
| A.6.3 | 二変数型関数の微分 | 174 |
| A.6.4 | 「距離は速度ではない」 | 175 |
| | 章末問題解答 | 176 |
| | 索 引 | 179 |

1 | 微 分

「掛算」, 「割算」は小学生でも使いこなせる基本的な計算として認識されている。しかし, 現実的な応用計算を考えると, これらの計算に必須な, 「全員に同じ数だけ〜」, 「一定の割合で〜」, 「同じ速度で〜」といった条件は成立しない場合が多い。気持ちとしては「掛算」, 「割算」だが, 「一定」という条件を外した計算規則が「積分」と「微分」である。逆にいうと, 微積分を使わなければ, 変化してゆく対象に対して現実的な計算をすることはできないのである。この目的のためには多少味気ない部分もあるが, まずは微分の基礎的な計算方法をマスターしてゆこう[†]。

1.1 平均の傾きと微分係数

「1次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾き a を持つ」という言葉は, まず, 1次関数のグラフでは「『傾き』という量が定義できる」ことと, 「その傾きは一定である」ことを意味し, その上で「その傾きは a と等しい」ことを意味している。(前二者は決して自明のことではないので, 意識して取り扱うべきである。)

図 1.1 を見てみよう。1次直線 $y = 2x + 2$ のグラフが描かれ, 何か所かで「傾き」が測れるように補助線が引いてある。1次関数に関しては, 「傾き」とは, 2点 (x_0, y_0) , (x_1, y_1) によって

$$\text{傾き} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (1.1)$$

と定義される量である。ここで重要なことは「いかなる x_0 , x_1 をとっても, 式 (1.1) は一定の値をとる」ということである。

本来, 式 (1.1) は (x_0, y_0) と (x_1, y_1) の2点を設定しなくては計算できない式なので, 「その2点をどこに選んでも結果は同じであり, 2点を指定せずとも, “この直線の傾き”という

[†] その本質的な意味(微分は割算, 積分は掛算)からすると意外だが, 計算という意味では微分の方が積分よりもやさしいので, 先に微分を学ぶ方がわかりやすい。

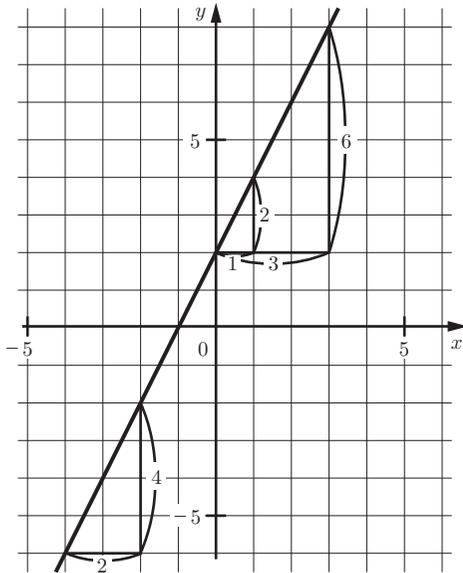


図 1.1 $y = 2x + 2$ のグラフ

x を 0 から 1 に増やせば y は 2 から 4 に増える。
 x を 0 から 3 に増やせば y は 2 から 8 に増える。
 $\frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)} = 2$ は x_1 の値がいくつでも成り立っている。
 しかも、 x_0 を変えてもこの比率は変わらない。そこで、1 次関数の場合には特に x_0, x_1 を指定せずに、「この関数の傾きは 2 である」という。

言葉で十分である」という事実は、1 次関数の場合にたまたま起こる幸運だと思うべきだろう。さもないと、発展した話をするときに大きな混乱が生じてしまうかもしれない。

現に、図 1.2 (a) を見ると、場所によって「傾き」が変わってしまうことが明白になる。「傾き」という言葉の定義は定かでなくとも、 $y = x^2$ のグラフを見れば、常識的なセンスとして「 $x = 0$ から離れるにしたがって傾きが急になっている」ことはわかる。

とはいえ、イメージだけの言葉を使って定義を与えないのでは話が進まない。式 (1.1) を改め、一般の関数に対する傾きを定義しよう。

平均の傾き

関数 $f(x)$ に対して

$$x_0, x_1 \text{ の間での「平均の傾き」} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \tag{1.2}$$

と定義する。

ただし、 $f(x)$ が不連続だったり、 x_0, x_1 で値を持たないような場合については本書では扱わない†。

さて、しかし、図 1.2 の曲線を見ると、われわれの日常感覚的な意味での「傾き」は式 (1.2)

† そのような場合でも平均の傾きを考えることはできるが、物理的現象を理解するためという本書の目的には必要ない。

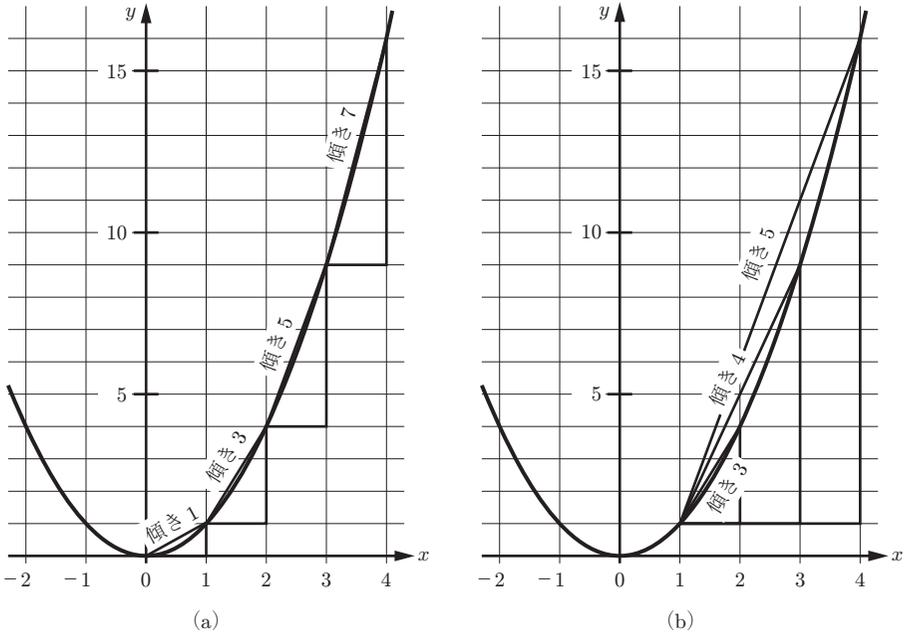


図 1.2 $y = x^2$ のグラフとその傾き

(a) では $x_1 - x_0 = 1$ を一定に, (b) では $x_0 = 1$ を一定にし, いくつかの区間での平均の傾きを求めてある。いずれも, x_0 と x_1 をつないだ直線の傾きと考えることもできるが, 2 次関数では平均の傾きが一定ではないことがわかる。

に従って描かれた直線の傾きとは違ったもののような気がする。特に図 (b) に示された「平均の傾き」は本当の「傾き」と大きく違うような気がする。これは次の二つの理由による。

- 「点 x_0 での傾き」という言葉を使いたいのに, 図 (b) では始点 x_0 を決めても, 終点 x_1 次第で「平均の傾き」が異なってしまうことがあらわになっている。
- 終点 x_1 が大きくなるほど ($x_1 - x_0$ が大きくなるほど), 補助直線が x^2 曲線から離れてしまっているため, x^2 曲線の傾きを出しているという気がしない。

この二つを一度に解消するうまい方法がある。 $x_1 \simeq x_0$ ならば, 「傾き」は x_1 を指定せずとも x_0 だけで (ほとんど) 決まるであろう。また, もちろん補助直線は非常に短く, 元の曲線とほとんど一致するだろう。

もう少し厳密な言葉使いをしよう。 $x_1 - x_0 = \delta x \simeq 0$ とするならば

$$x_1 = x_0 + \delta x, \quad f(x_1) = f(x_0 + \delta x)$$

となり, 平均の傾きの式は x_1 を含まなくなる (その代わり δx を含むわけだが, δx はきわめて小さいという極限操作を行うことにする)。

微分係数の定義

関数 $f(x)$ で、 x_0 に対し

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \delta x) - f(x_0)}{\delta x} \quad (1.3)$$

が存在するとき^{†1}、これを「 $f(x)$ の x_0 での微分係数」あるいは「 $f(x)$ の x_0 における導関数の値」、 「 $f(x)$ の微分の x_0 のときの値」などと呼び

$$f'(x_0) = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \delta x) - f(x_0)}{\delta x} \quad (1.4)$$

と書く。

実際には、「数式に値を入れて出てきた値そのもの」よりも、微分により得られた「新たな関数の形」のほうが重要で^{†2}、微分係数を求めるために微分するという意識は少ない。

1.2 導関数

われわれは式 (1.4) によって、日常的な感覚に一致する「傾き」を数学的に定義できたわけであるが、微分係数の値は x_0 によって変化する、つまり x_0 の関数になっているといえる ($f(x) = x^2$ のように傾きが場所によって変化する場合を考えるために始めた話なので、もちろんそれでよい)。

これは「元の関数 $f(x)$ から、その傾きを求める新たな関数を生み出した」ということであり、その意味で次のように書かれる。

微分の定義

関数 $f(x)$ の適当な範囲で

$$\lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x} \quad (1.5)$$

が存在するとき、これを「 $f(x)$ の微分」あるいは「 $f(x)$ の導関数」と呼び

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x} \quad (1.6)$$

と書く^{†3}。

^{†1} この極限値が存在するとは限らないのでこのような表現をするが、実用的な関数においてはあまり心配しないで構わない。

^{†2} 「値を計算せずに関数形で納得する」のを不安に感じる読者は、微分を学ぶ前に、いくつもの関数のグラフを描く練習を繰り返して「関数」に慣れておこう。

^{†3} $df = f' dx$ を「微分」と呼び、 $df(x)/dx$ は「導関数」または「微分商」とする呼び方もある。

「微分係数を求める」という場合は x_0 を代入して傾きの値を求めることを意味するのに対し、「微分する」あるいは「導関数を求める」という場合は、式 (1.6) によって新たな関数を求める（関数形を考える）ことを意味している。

この際、 $\frac{df(x)}{dx}$ と書かずに $\frac{df}{dx}$ で済ますこともあるし、あらわに書いてもあまり長くない関数、例えば $f(x) = \sin x$ 程度なら $\frac{d \sin x}{dx}$ と書いたり、逆に $f(x) = A \sin(\omega t + \theta)$ のような長い関数なら $\frac{d}{dx} \{A \sin(\omega t + \theta)\}$ と下に降ろしたりと、適時書きやすい書き方を使用する。しかし、 $\frac{df}{dx} = \frac{df}{dx}$ のような約分 (?) は絶対にしてはいけない^{†1}。 $\frac{df}{dx}$ の d は変数ではなく記号だからだ（字体に注意）。

f' はラグランジュ流書式、 df/dx はライプニッツ流書式と呼ばれる。高校教科書等ではラグランジュ流書式が主流であるが、ライプニッツ流書式のほうが多くの面で優れているので本書ではライプニッツ流書式を使う^{†2}。

1.3 x^n の微分

微分の実用上の意味に触れる前に、まずは計算規則を身につけながら微分の感覚を養っていくとしよう。

微分の意味が「傾き」である以上、もっとも簡単な微分は「傾きが一定の関数」すなわち $f(x) = ax + b$ (a, b は定数) の微分であろう。さっそく、微分の定義式 (1.6) に従って、この微分を求めてみよう。

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x} \\ &= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\{a(x + \delta x) + b\} - \{ax + b\}}{\delta x} \\ &= \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \delta x}{\delta x} \\ &= a \end{aligned} \tag{1.7}$$

予定通り、傾き a が一定の値であることを確かめたところで、もう少し、順を追って整式の微分公式を求めてゆこう。

^{†1} 例えば、 $\frac{dx^2}{dx} = \frac{d^2x}{dx} = x$ のような間違いをやらかす人がいるが、 (dx^2) や (dx) はそれでひとまとまりの記号であり、分解してはいけない。

^{†2} ほかに、コーシー流書式やニュートン流書式がある。特にニュートンは微積分の発見をめぐってライプニッツと激しい業績争いをした。その影響で無理にニュートン流書式に拘ったイギリスでは、ライプニッツ流書式に従ったヨーロッパ大陸に比べて微積分学の発達が 100 年遅れたとまでいわれている。適切な表現記号が物事の理解にいかに重要かがわかるだろう。

索引

| | | |
|-------------------------------|------------------------------|-----------------------|
| | | |
| 【あ】 | 強制振動 107 | 時定数 96, 123 |
| (微分方程式の) 安定解 101 | 極大値 (極小値) 20 | 射影 85 |
| 【い】 | 【く】 | 瞬間速度 17 |
| 位相差 29, 85 | 区分求積 57 | (微分方程式の) 初期条件 87 |
| 1 次近似 | グラフの概形と微分 19 | ショックアブソーバー 104 |
| ($1+x$) ^r の—— 36 | クロネッカーの δ 記号 82 | 【す】 |
| 三角関数の—— 38 | 【け】 | スケール変換 166 |
| (微分方程式の) 一般解 87, 109 | 減衰 94, 104 | 【せ】 |
| 【う】 | 減衰振動 104, 143 | 正規直交系 132 |
| うなり 158 | (——の) 減衰解 144 | (線形微分方程式) 斉次形 91, 109 |
| 運動方程式 92, 103, 114 | (——の) 減衰振動解 144 | 静電エネルギー 67 |
| 【え】 | (——の) 臨界解 145 | 積分 51, 56 |
| エネルギー 64 | 【こ】 | $\cos^2 x$ の—— 80 |
| 位置—— 30, 102 | コイル 28, 85 | $\sin^2 x$ の—— 80 |
| 運動—— 30, 68, 102 | 広義積分 55 | 回転対称系での—— 70 |
| 回転による—— 68 | 高次導関数 16 | 広義—— 55 |
| クーロン—— 67 | 合成関数 11 | 三角関数の—— 53, 54 |
| 静電—— 67 | 交流電力 81, 85 | 指数関数の—— 53, 54 |
| 弾性—— 65 | 行路差 39 | 整式の—— 53 |
| エネルギー保存則 30, 102 | コンデンサ 27, 63, 67 | 積分定数 52 |
| 円錐の体積 60, 70 | 【さ】 | 積分範囲 55 |
| 【か】 | 最大値 (最小値) 20 | 積分方程式 98 |
| 回転運動 68 | 三角関数 151 | (単位の) 接頭語 123 |
| 角速度 69 | ——の積分 53, 54 | 線形性 |
| 重ね合わせの原理 89, 109 | ——の微分 24, 25 | 積分の—— 53 |
| 加速度 18 | 三角形の面積 59 | 微分の—— 10 |
| 過渡現象 96 | 【し】 | ラプラス変換の—— 140 |
| 加法定理 153 | 次元 121 | 線形微分方程式 91 |
| 慣性モーメント 69 | 次元解析 117 | 全波整流 62 |
| (基底の) 完全性 133 | 仕事 64 | 【そ】 |
| (基底の) 完備性 133 | 指数関数 41 | 双曲線関数 49 |
| 【き】 | ——の積分 53, 54 | 層流 73, 121 |
| 基底 131 | ——の微分 46 | 【た】 |
| 逆関数 15 | 指数関数と三角関数の類似性 46, 48-50, 139 | 体積 |
| 逆ラプラス変換 141 | 自然対数の底 44 | 円錐の—— 60, 70 |
| (微分方程式の) 境界条件 87 | 実効値 81 | 球の—— 74 |
| | | 単位系 123 |
| | | 単振動 93 |

| | | | | | |
|------------------|-------------|----------------|--------------|-----------------|--------|
| ダンパー | 104 | (微分方程式の) 任意定数 | 87 | | |
| 【ち】 | | 【ね】 | | 【へ】 | |
| 置換積分 | 78 | ネイピア数 | 44 | 平均速度 | 17 |
| 調律 | 158 | 粘性抵抗 | 94, 104 | 平均値 | 62 |
| 調和振動 | 93 | | | (積分の) 変数変換 | 78, 79 |
| 直交 | 84 | 【は】 | | 変分法 | 30 |
| ベクトルの—— | 83 | ハーゲン・ポアゼユ流 | 73 | 【ほ】 | |
| 直交系 | 132 | 半波整流 | 74 | 保存力 | 103 |
| 直交定理 | 82, 126 | | | ポテンシャルエネルギー | 102 |
| 【て】 | | 【ひ】 | | 【ま】 | |
| 定常状態 | 101 | (線形微分方程式) 非斉次形 | 91, 107, 109 | マクロローリン展開 | 34 |
| 定常流 | 73, 121 | 非定常流 | 121 | 【め】 | |
| (微分方程式の) 定性的な取扱い | 101 | 微分 | 4 | 面積 | 57 |
| 定積分 | 54 | x^r の—— | 7 | 円の—— | 84 |
| ——の積分範囲 | 55 | 逆関数の—— | 15 | 三角形の—— | 59 |
| テイラー展開 | 33, 34 | 合成関数の—— | 11, 14 | 【や】 | |
| 三角関数の—— | 37 | 三角関数の—— | 24, 25 | ヤングの実験 | 39 |
| (指数関数) e^x の—— | 45 | 指数関数の—— | 46 | 【ら】 | |
| 電位 | 67 | 積の公式 | 10 | (微分の) ライプニッツ流書式 | 5 |
| 電界 (電場) | 66 | 双曲線関数の—— | 49 | (微分の) ラグランジュ流書式 | 5 |
| 【と】 | | 分数関数の—— | 14 | ラプラス変換 | 136 |
| 等加速度直線運動 | 18, 62, 74 | 和の公式 | 9 | 乱流 | 121 |
| 導関数 | 4 | 微分係数 | 4 | 【り】 | |
| 同次形 | 91 | 【ふ】 | | リアクタンス | 29 |
| 等時性 | 93, 119 | 不安定な解 | 101 | 力率 | 85 |
| 等速直線運動 | 18, 62 | フーリエ展開 | 127 | 臨界解 | 145 |
| 【な】 | | のこぎり波の—— | 130 | (層流から乱流への) 臨界速度 | 121 |
| (ベクトルの) 内積 | 83 | 複素—— | 134 | 【れ】 | |
| 【に】 | | (方形波の) —— | 129 | レイノルズ数 | 121 |
| 二階微分 | 16 | フーリエ変換 | 135 | | |
| 二階微分方程式 | 88, 92, 114 | フックの法則 | 65, 92 | | |
| (微分の) ニュートン流書式 | 5, 17 | 不定積分 | 52 | | |
| | | 部分積分 | 76 | | |
| | | 部分分数分解 | 142, 161 | | |

| | | | | | |
|--------------|----|------------|---------|------------|-----|
| 【C】 | | 【E】 | | 【M】 | |
| CR 充電回路 | 95 | exp 関数 | 41 | MKSA 単位系 | 123 |
| CR 直列回路 (交流) | 64 | 【L】 | | 【R】 | |
| CR 放電回路 | 97 | LCR 直列回路 | 75, 110 | r 積分 | 72 |

—— 著者略歴 ——

- 1994年 東京理科大学理学部物理学科卒業
2000年 九州大学大学院理学研究科博士課程修了（物理学専攻）
博士（理学）
2002年 読売東京理工専門学校（現：読売理工医療福祉専門学校）教員
2004年 日本工学院専門学校教員
2016年 群馬パース大学非常勤講師
2017年 群馬パース大学助教
現在に至る

工学を理解するための応用数学 — 微分方程式と物理現象 —

Applied Mathematics for Engineering — Differential Equation and Physics —

© Motom Sato 2019

2019年4月5日 初版第1刷発行

★

検印省略

編著者 佐藤 求
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03) 3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-06117-8 C3041 Printed in Japan

(森岡)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。