

解いて学ぶ

# 材料力学のポイント

今井 郷充 [著]

コロナ社

# ま え が き

本書には、「解いて学ぶ」という角書が付けられている。高専や大学の初学者を対象にして、例題を豊富に用いて解き方を丁寧に解説した。初めて材料力学を学ぶときに、基本理論が多すぎると理解しにくいという、苦手意識を持ってしまう恐れがある。そのため理論は簡潔にまとめて、例題を解きながら基礎理論を理解できるようにしたことが本書の特徴である。

例題では考え方や使う式などの説明を丁寧に付け、これを参考に解き方の流れを把握できるようにした。例題にはタイトルとして、出題の意図や学ぶべきポイントを示した。また解くうえで使う式(式番)も示した。例題を理解できたら、章末の演習問題も解いてもらいたい(解答は、<https://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339047219/>)。関連する演習問題の番号は関連問題として例題の最後に示している。逆に演習問題には、関連した例題の番号も示すようにした。例題や演習問題はよく出題される典型的な問題を選択している。

本文において、**枠囲み**の部分は特に覚えてほしい基礎理論を示している。また間違いやすい点、注意すべき点、理解するうえでのポイント、計算におけるノウハウ、ほかの科目との関連などを**【注】**として示した。これは大学での授業において得られた、学生が間違いやすい点などのフィードバックでもある。章末には典型的な問題のパターンを示した。最後にこれを見ることで、各章の内容の体系が具体的に把握できると思われる。

2026年2月

今井 郷充

# 目 次

序 章 材料力学とは .....	1
------------------	---

## 第1章 力とモーメント

1.1 力とモーメントの基礎 .....	3
1.1.1 力およびモーメントの定義・種類 .....	3
1.1.2 力およびモーメントの釣合い .....	4
1.1.3 単 位 .....	4
1.2 反力を求める問題 .....	5
1.2.1 反 力 .....	5
1.2.2 反 力 の 種 類 .....	5
ま と め .....	12
演 習 問 題 .....	13

## 第2章 引張と圧縮による応力とひずみ

2.1 内力と応力 .....	15
2.1.1 内 力 .....	15
2.1.2 内力の求め方 .....	16
2.2 応力とひずみ .....	16
2.2.1 応力とひずみの定義 .....	16
2.2.2 応力とひずみの関係 .....	18

2.2.3 荷重による変形量	19
2.3 応力-ひずみ線図	24
ま と め	27
コーヒープレイク	28
演 習 問 題	28

### 第3章 引張の応用問題

3.1 物体力（重力）が作用する場合	30
3.2 不 静 定 問 題	33
3.3 熱 応 力	38
3.4 応 力 集 中	41
3.5 疲 勞	43
ま と め	45
コーヒープレイク	46
演 習 問 題	46

### 第4章 せん断とねじり

4.1 せ ん 断	49
4.2 ねじり（中実丸棒）	52
4.3 ねじり（中空丸棒）	58
4.4 不 静 定 問 題	60
4.5 伝動軸の設計	62
ま と め	66
コーヒープレイク	67
演 習 問 題	68

## 第5章 曲 げ

5.1 は り	70
5.1.1 はりの支持方法	70
5.1.2 はりに作用する荷重	71
5.1.3 はりに生じる反力	72
5.2 はりに生じる内力および内力モーメント	74
5.3 曲げによって生じる応力	82
5.3.1 はりの曲げ応力の式	82
5.3.2 断面2次モーメントの求め方	84
5.4 曲げによって生じるたわみ	89
5.4.1 たわみとたわみ角の定義	89
5.4.2 曲げによるたわみの導出	90
5.4.3 曲げによるたわみの計算手順	91
5.4.4 区間分けが必要な場合	93
5.4.5 対 称 は り	94
5.4.6 荷重が作用していない自由端を持つはり	95
5.4.7 張り出しはり	103
5.4.8 弾性支持はりおよびローラーで接続されたはり	105
ま と め	108
コーヒープレイク	109
演 習 問 題	109

## 第6章 曲げの応用問題

6.1 不 静 定 は り	112
6.2 平等強さのはり	118
6.3 静定ラーメン	119
6.4 組 合 せ は り	122

ま と め	125
コーヒーブレイク	126
演 習 問 題	126

## 第7章 応力の座標変換と組合せ応力

7.1 2次元応力	128
7.2 応力の座標変換	130
7.2.1 斜めの断面に生じる応力	130
7.2.2 任意の断面に生じる応力と応力の座標変換	131
7.3 主応力および最大せん断応力	134
7.3.1 主 応 力	134
7.3.2 最大せん断応力	134
7.4 薄肉円筒に生じる主応力, 最大せん断応力	138
7.5 モールの応力円	140
7.6 2次元平面での応力とひずみの関係	143
7.6.1 2次元平面での応力とひずみの関係 (2次元ひずみ)	143
7.6.2 弾性定数における関係	145
ま と め	146
コーヒーブレイク	147
演 習 問 題	147

## 第8章 弾性破損の説

8.1 破壊および弾性破損の説	149
8.1.1 最大主応力説	149
8.1.2 最大せん断応力説	150
8.1.3 せん断ひずみエネルギー説	151
8.2 弾性破損の説の適用	152

ま と め	158
コーヒーブレイク	159
演 習 問 題	159

## 第 9 章 弾性ひずみエネルギー

9.1 荷重により蓄えられる弾性ひずみエネルギー	161
9.1.1 引張荷重による弾性ひずみエネルギー	161
9.1.2 せん断荷重による弾性ひずみエネルギー	162
9.1.3 一般の応力状態におけるひずみエネルギー	163
9.1.4 ねじりモーメントを受ける棒における弾性ひずみエネルギー	163
9.1.5 曲げモーメントを受ける棒における弾性ひずみエネルギー	164
9.2 カステリアーノの定理	166
9.3 衝撃荷重による変位	174
ま と め	176
コーヒーブレイク	177
演 習 問 題	177

付 録	180
索 引	182

## 序 章 材料力学とは

材料力学は、構造物に外力が作用した場合に、構造物を構成する部材の変形や壊れないかどうかを調べることを対象とする。機械力学で物体の運動状態を調べる場合は、荷重の作用による変形は生じないものとして扱う。このような考え方をする場合、その物体を剛体と呼ぶ。しかし、実際にはそのような物体は存在せず、物体は荷重により変形を生じ、場合によっては破壊が生じる。また、破壊に至らなくても変形が大きく、荷重を除いても変形が残る場合には、機械のように運動する機能を持った物体では、意図した動作が行えなくなる。このようなことが生じないように、荷重による変形の大きさや部材が壊れないかどうかを判断することが、材料力学の主要な目的である。

材料力学で扱う材料は、荷重によって変形するもので、荷重を除けば変形がなくなる弾性域を対象とする。また、材料は方向によらず均一な特性を持つ等方性材料とする。部材に作用する荷重は静的なもので、時間とともに変動する動的な荷重は一般的には扱わない。

**【注】** 実際には、異方性を持つ材料なども使われ、動的な荷重も作用する。このような場合の変形を調べる学問分野は別にあり、必要に応じてそれらの方法を適用すればよい。

材料力学で扱う分野は等方性材料の弾性域での変形であり、作用する荷重は静的なものに限定されているが、物体の変形を考えるうえで基本的な情報を与えてくれる。また、解析においては変形状態を幾何学的に近似する。この近似は実際の変形を比較的正確に表しており、高い精度を持っている。加えて、こ

## 2 序章 材料力学とは

の近似によって解析は容易にできるようになっている。このような点において、材料力学の手法は実用性の高い方法である。

なお、荷重の作用点近傍や形状が急変する場所近傍の変形状態は、材料力学では正確に解を求めることができない。このような場所を対象とするのは弾性学という分野であるが、解析が複雑となるため、数値解析による方法がよく使われている。

# 第1章 カとモーメント

## 1.1 カとモーメントの基礎

### 1.1.1 カおよびモーメントの定義・種類

カおよびモーメントは、材料力学では部材を変形させたり、抵抗力を発生させる荷重である。モーメントは物体を回転させる力のことで、定義は「力×うでの長さ」であり、材料力学では部材をねじったり曲げたりする作用をする。うでの長さは、「回転中心から力の作用線に下ろした垂線の長さ」である。

**【注】** うでの長さを「回転中心から力の作用点までの長さ」と間違える場合があるので注意すること。

カもモーメントも向きを考えると  $x, y, z$  方向の3成分に分けられる。**図 1.1** において、 $F_x, F_y, F_z$ 、および  $M_x, M_y, M_z$  の合計6種類である。カやモーメントによって、部材は引張・圧縮、せん断、ねじり、曲げなどの変形を生じる。

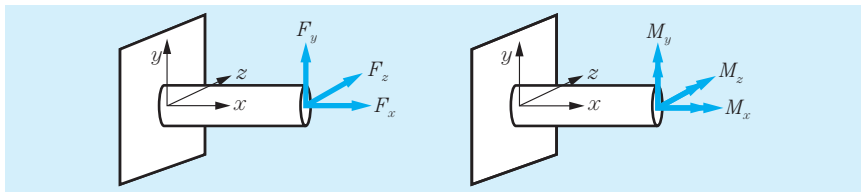


図 1.1 カおよびモーメントの成分(各3個)

## 4 第1章 力とモーメント

**【問】** 図 1.1 において、どの力やモーメントが、棒にどのような変形をさせるかを考えよ。

**【答】**  $F_x$  : 引張・圧縮,  $F_y$  および  $F_z$  : せん断および曲げ,  $M_x$  : ねじり,  $M_y$  および  $M_z$  : 曲げ

### 1.1.2 力およびモーメントの釣合い

力やモーメントを受けても部材が静止していれば、その部材において力やモーメントは釣合っている。計算する場合に 2 次元で考える方がわかりやすい。ここでは  $xy$  座標系による 2 次元平面での釣合いを考える。2 次元の場合、作用する力は  $F_x$  と  $F_y$ , モーメントは  $M_z$  (簡単に記述するため単に  $M$  と書く) で、釣合いは合計三つである。なお、ここで扱う 2 次元問題は図 1.1 における  $xy$  平面で表示する。 $x$  軸は右向きを正、 $y$  軸は上向きを正とする。また、モーメントは時計回りを正とする。

2 次元平面での力の釣合いは、 $x$  方向と  $y$  方向の力の釣合いからなる。また、モーメントの釣合いの式は一つである。すなわち、式の数は一つである。モーメントの釣合いの式は、どの点を回転中心にとっても構わない。部材は静止しているため、どの点回りにも回転していないからである。

**【注】** モーメントの釣合いは、どの点回りに式を立てても結果は同じになる。計算を簡単にするため、多くの力が作用している点などをモーメントの中心にとるべきである。

### 1.1.3 単 位

• 力 [N] : 「重さ [kg] × 加速度 [m/s<sup>2</sup>]」で、厳密には次式で表される。

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 \text{ (ニュートンの運動の第 2 法則より)}$$

**【注】** 重力加速度 (g) = 9.8 m/s<sup>2</sup>

質量  $m$  の物体に作用する重力は、 $m \times g$  となる。

- モーメント  $[\text{N} \cdot \text{m}]$  : 「力  $[\text{N}]$   $\times$  うでの長さ  $[\text{m}]$ 」で、物体を回転およびねじる作用をする力である。

**【ほかの科目との関連】** 工業力学（運動方程式）で出てくるモーメントは、物体を回転運動させる力である。

- 仕事：力  $\times$  距離  $[\text{J}] = [\text{N}] \times [\text{m}]$
- 仕事率：仕事/時間  $[\text{W}] = [\text{J}]/[\text{s}]$ （単位時間（秒）当りの仕事）

**【注】** 上記の単位は **SI 単位** と呼ばれ、国際標準の単位である。力の単位は  $[\text{N}]$  で、大きな力の場合には  $[\text{kN}]$  も使われる。SI 接頭語である  $\text{k}$ （キロ： $10^3$ ）,  $\text{M}$ （メガ： $10^6$ ）,  $\text{G}$ （ギガ： $10^9$ ）も覚えて欲しい。

## 1.2 反力を求める問題

### 1.2.1 反力

材料力学の場合、部材が支持されている状態では外力を受けて釣合っている（部材は静止している）。このとき、支持点には反力が生じている。反力も外力であり、材料力学の問題を解くためには部材に作用するすべての外力がわかっている必要がある。そのために、まずは反力を求める。

**【ほかの科目との関連】** 工業力学や機械力学でも「支点と反力」という項目があるが、内容は同じである。工業力学のテキストも参照されたい。

### 1.2.2 反力の種類

反力は、部材（あるいは構造物）全体における力の釣合いとモーメントの釣合いによって求める。力やモーメントによって反力が求められる場合を**静定**（3.2節参照）という。図 1.2 に示すように、支持方法によって、支点到生じる反力の方向（成分）が決まっている。どの支持方法にどのような反力が生じ

# 索 引

<b>【あ】</b>	クーロンの説	149	せん断ひずみエネルギー説
安全率	26		151
	<b>【こ】</b>		
<b>【い】</b>	剛性	25	せん断力
移動支点	6		49
	降伏応力	25	せん断力図
<b>【う】</b>	固定	6, 70	76
薄肉円管	138		<b>【そ】</b>
	固定-固定はり	112	塑性域
<b>【え】</b>	固定-単純支持はり	112	25
延性材料	25		<b>【た】</b>
	<b>【さ】</b>		
<b>【お】</b>	最小仕事の原理	166	対称はり
応力	16		94
——の座標変換	130		耐力
応力集中	41		25
応力集中係数	42		たわみ
応力振幅	44		89
応力-ひずみ線図	24		たわみ角
			89
<b>【か】</b>	最大主応力説	149	断面2次極モーメント
回転支持	6		54
カスティリアーノ	166		断面2次モーメント
の定理	26		83
硬さ	26		弾性域
			24
<b>【き】</b>	最大せん断応力	134	弾性支持はり
境界条件	91		105
共役せん断応力	129		弾性定数における関係
	最大せん断応力説	150	145
<b>【く】</b>	材料定数	18	弾性破損
組合せ応力	128		149
組合せはり	122		——の説の適用
	サン・ブナンの原理	43	152
			弾性ひずみエネルギー
	<b>【し】</b>		161
	自由体図	8	<b>【ち】</b>
	集中荷重	71	力
	主応力	134	3
	純せん断応力状態	142	中立面
	衝撃荷重	174	82
			張力
	<b>【す】</b>		11
	垂直応力	16	<b>【て】</b>
	垂直(縦)ひずみ	17	
			転位
	<b>【せ】</b>		25
	脆性材料	25	伝動軸
	静定	5, 33	62
	静定はり	72	<b>【と】</b>
	せん断応力	17, 49	動力
	せん断ひずみ	50	62
			トラス
			7

トルク	62	引張強度	25		
トレスカの説	150	平等強さのはり	118	<b>【も】</b>	
<b>【な】</b>		疲 労	43	モーメント	3
内 力	15	疲労強度	44	モールの応力円	140
内力モーメント	74	疲労限度	44	<b>【や】</b>	
<b>【ね】</b>		<b>【ふ】</b>		ヤング率	18
ねじり	52	不静定	6, 33	<b>【よ】</b>	
ねじれ角	54	不静定はり	72, 112	横弾性係数	50
ねじれ剛性	55	フックの法則	18	横ひずみ	17
熱応力	39	物体力	30	<b>【ら】</b>	
熱ひずみ	38	分布荷重	71	ラーメン	119
熱膨張係数	38	<b>【へ】</b>		<b>【れ】</b>	
<b>【の】</b>		平行軸の定理	86	連続の条件	94
伸び剛性	19	<b>【ほ】</b>		<b>【英字, 数字】</b>	
<b>【は】</b>		ポアソン比	17	BMD	76
パスカル	16	<b>【ま】</b>		SFD	76
は り	70	曲がりはり	119	SI 単位	5
張り出しはり	103	曲 げ	70	S-N 線図	44
反 力	5, 71	曲げ剛性	84	2次元応力	128
<b>【ひ】</b>		曲げモーメント図	76	2次元ひずみ	143
ひずみ	17	<b>【み】</b>			
ひずみエネルギー	161	ミーゼスの説	151		

— 著者略歴 —

1985年 早稲田大学理工学部機械工学科卒業  
1987年 早稲田大学大学院理工学研究科博士前期課程修了(機械工学専攻)  
1987年 株式会社日立製作所勤務  
2001年 株式会社日立ハイテクノロジーズ勤務  
2002年 博士(工学)(東京工業大学)  
2003年 東京都立航空工業高等専門学校助教授  
2005年 日本大学助教授  
2009年 日本大学教授  
現在に至る

## 解いて学ぶ 材料力学のポイント

Key Points of Mechanics of Materials: Learning Through Practice Problems

© Satomitsu Imai 2026

2026年4月17日 初版第1刷発行



検印省略

著者	いま い 井 さと みつ
発行者	株式会社 コロナ社
代表者	牛来真也
印刷所	壮光舎印刷株式会社
製本所	株式会社 グリーン

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04721-9 C3053 Printed in Japan

(西村)



©COPY < 出版者著作権管理機構 委託出版物 >

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構(電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp)の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。