

機械系のための  
力学通論

近藤 孝広 著

コロナ社

# まえがき

## 本書の特徴

本書は、力学の基礎から応用に至るまでを体系的に学ぶための教科書または参考書として執筆された。主たる読者として想定しているのは、機械系の学部学生、大学院生、若手エンジニア、若手研究者、さらには機械系学生に力学を教授する若手教員である。

材料力学、機械力学、熱力学、流体力学は「機械系四力学」と総称され、機械系学科における必修科目となっている。このことから、力学は機械工学に携わる者にとって不可欠な学問であることが理解される。本書では、特に機械や構造物の動的挙動に焦点を当て、大学初年度で学ぶ一般力学（基礎力学）から専門課程における機械力学や機械振動学に至るまでを、一貫した視点と統一的な表現で解説した。この構成により、読者が動力学に対する理解を段階的に深め、確実に基礎知識を修得できるよう配慮している。

近年、工学教育の現場では、内容の簡易化や直感的な説明の重視といった傾向が強まり、力学教育の質の低下が懸念されている。これは、力学を基盤とする機械工学にとってきわめて深刻な問題である。本書は、次代の機械工学を担う学部学生、大学院生、若手エンジニア、若手研究者が、力学の基礎を確実に修得できることを最優先に考え、内容の水準を妥協することなく、あえて硬質な姿勢を貫いた。特に、理論的背景を明確にしながらか基本概念の体系的な理解を促すことを重視している。

その結果、本書は一般的な学部学生向け教科書と比較して、やや高度な内容を含むものとなったかもしれない。しかし、意欲さえあれば、ほかの参考書に頼ることなく自学自習を進められるよう、数学的知識を含め、内容の理解に必要な事項を可能なかぎり自己充足的に記述した。また、重要な概念については丁寧な解説を施し、数式展開の過程を詳細に示すことで、読者が論理の流れを追いながら理解を深められるよう工夫している。さらに、新たな物理量の導入に際しては、単なる定義の提示にとどまらず、その必要性や有用性を運動の法則との関連性を踏まえて説明し、より深い理解を促している。

本書はまた、すでに機械系のメーカーで研究開発や設計に従事しているエンジニアの再学習にも資するよう、実務に不可欠な基礎的事項を厳選して詳述している。さらに、機械系の学生に力学を教授する若手教員の参考となるよう、長年の教育経験に基づき、学生が誤解しやすい点に関する補足説明や、興味を喚起する歴史的背景などを、適宜補注として記載した。

加えて、本書には、従来の教科書や演習書に掲載されている有名な問題だけでなく、機械力学・機械振動学分野の重要な研究テーマを題材とする問題も例題や演習問題として収録した。すべての問題に解答を付し、いくつかの高度な問題には本文で十分に触れられなかった発展的

内容の解説を加えている。これらの問題に主体的に取り組むことにより、機械や構造物における動的現象を解明するための強力なツールとしての力学の奥深さと魅力を実感し、実践的応用力を養っていただきたい。

本書が教科書または参考書として広く受け入れられ、機械工学および機械技術の発展に貢献する一助となることを願ってやまない。

### 執筆の経緯と謝辞

著者は約 35 年間にわたり、機械系の学生や大学院生に対して力学関係科目の講義を担当してきた。その間、力学教育に熱心に取り組んできたつもりであるが、年を重ねるごとに、力学の基礎的知識が不足している学生が目立つようになった。日本機械学会機械力学・計測制御部門に所属する大学教員からも、同様の懸念を耳にすることが増えてきた。この状況を打開し、教育現場と研究・開発現場との間に広がるギャップを埋めるためには、機械系に必要とされる力学全般の基礎知識を網羅した、やや高度な教科書または参考書が必要であると痛感し、いつかそのような書籍を執筆したいと考えるようになった。その思いを、駆け出しの頃より兄事してきた東京工業大学名誉教授・木村康治先生に語ったところ、執筆を強く勧められたことも、著者にとって大きな励みとなった。

この夢を現実のものとする契機となったのは、2020 年に発生した新型コロナウイルス感染症のパンデミックである。2020 年度末に著者は定年を迎えたが、緊急事態宣言下で最終年度の講義はほぼすべてリモート形式で実施された。慣れないリモート講義の準備に追われ、疲労困憊する中で、A4 判で約 200 頁の講義資料が手元に残された。定年退職後の新たな職務の合間に、出版の用途は立たないまま、さらに約 3 年かけてこの資料に大幅な加筆修正を施し、ようやく完成に至ったのが本書である。

本書の執筆にあたっては、単著であるがゆえの偏りや誤りを避けるため、新たな章が完成するごとに木村先生に原稿をお送りし、校閲をお願い申し上げた。木村先生は、著者が驚嘆するほどの熱意をもって、原稿の内容はもとより、煩雑な数式に至るまで丹念にご確認ください、多くの貴重なご意見やご助言を賜った。本書が大きな誤りを免れているとすれば、それはひとえに木村先生の精緻な校閲の賜物であり、浅学菲才の著者が本書を完成させることができたのは、先生の励ましとご支援のおかげである。ここに深甚なる謝意を表する次第である。

また、本書の初稿完成後、出版の可能性を模索する過程で、多くの先生方に原稿をお送りし、ご意見を伺ったところ、ご多用の折にもかかわらず、多くの貴重なご助言を賜った。紙幅の都合により個々のお名前を挙げることは叶わないが、ご支援を賜ったすべての方々に対し心より感謝申し上げます。

最後に、本書の刊行を快諾くださったコロナ社に、重ねて厚く御礼申し上げます。

2025 年 9 月

近藤 孝広

# 目 次

## 1. 力学を学ぶ際の心構えと基礎知識

1.1 力学とはどのような学問か	1
1.2 運動を力学的に理解する手順	2
1.3 物理量の次元と単位	4
1.4 物理量の種類	7
1.5 運動の観測と表現	7
1.6 等号の意味	8
1.7 近似法について	10

## 2. ベクトルの基本的性質

2.1 ベクトルとは何か	15
2.2 ベクトルの性質と演算規則	16
演習問題	25

## 3. 点の運動の数学的表現法

3.1 点の位置・速度・加速度	27
3.2 点の運動の成分表示	30
3.3 微小体積の表し方	37
演習問題	38

## 4. 運動の法則

4.1 運動の3法則	39
4.2 慣性質量と重力質量	42
4.3 力学でよく現れる運動方程式（微分方程式）の解法	44
4.4 運動方程式と座標系	48

演習問題	53
------	----

## 5. 1 自由度系の振動

5.1 振動とは何か	55
5.2 解析モデルと運動方程式	57
5.3 運動方程式の線形性について	58
5.4 運動方程式の無次元化と複素化	59
5.5 自由振動	60
5.5.1 基本解の導出	60
5.5.2 $0 \leq \zeta < 1$ ( $0 \leq c < c_c$ ) の場合	62
5.5.3 $\zeta > 1$ ( $c > c_c$ ) の場合	65
5.5.4 $\zeta = 1$ ( $c = c_c$ ) の場合	66
5.6 強制振動	67
5.6.1 特解の導出	67
5.6.2 振動倍率および位相角の周波数応答	68
5.6.3 不減衰系の共振点 ( $\zeta = 0, \nu = 1$ ) における特解	70
5.6.4 力伝達率	71
5.6.5 周波数応答関数	73
演習問題	74

## 6. 運動量と力積

6.1 運動量と力積	76
6.2 運動量保存則	78
演習問題	79

## 7. エネルギーと仕事

7.1 エネルギーと仕事	80
7.2 保存力	83
7.3 ポテンシャルエネルギー, 力学的エネルギー保存則	84
7.4 保存力の場合での質点の運動	88
7.5 非保存力	92
7.6 線形1自由度系の定常強制振動のエネルギー的検討	95
演習問題	98

## 8. 角運動量と中心力

8.1 角運動量と角力積	99
8.2 中心力のみが作用するときの質点の運動	101
8.3 惑星の運動	103
8.3.1 ケプラーの法則	103
8.3.2 ケプラーの法則から万有引力の法則へ	104
8.3.3 万有引力の法則からケプラーの法則へ	106
演習問題	108

## 9. 相 対 運 動

9.1 並進座標系	110
9.2 2次元回転座標系	114
9.3 3次元回転座標系	118
9.4 地球表面上の質点の運動	123
9.5 オイラー角	126
演習問題	129

## 10. 質点系の力学

10.1 質点個別の運動方程式	133
10.2 重心座標系	134
10.3 内力の性質	135
10.4 質点系の全運動量および全角運動量	135
10.5 質点系の重心の運動	136
10.6 質点系の原点Oまわりの回転運動	137
10.7 原点Oまわりの回転と重心Gまわりの回転の分離	138
10.8 質点系の運動エネルギー	139
10.9 衝突の取扱い	140
10.10 質量が変化する物体の運動	143
演習問題	144

## 11. 剛体の運動

11.1 剛体とは何か	147
11.2 さまざまな座標系と角速度ベクトル	148
11.3 剛体の自由度	148
11.4 剛体の運動方程式	148
11.5 慣性テンソル	150
11.6 平行軸の定理	151
11.7 薄板の直交軸定理	152
11.8 慣性主軸および主慣性モーメント	153
11.9 G系で成分表示した剛体の回転に関する運動方程式	157
11.10 R'系で成分表示した剛体の回転に関する運動方程式	158
11.11 剛体の全運動エネルギー	160
11.12 固定軸まわりの剛体の回転運動	160
11.13 剛体の平面運動	165
11.14 対称剛体の運動	168
11.15 ジャイロ効果	170
11.16 剛体系の力学	171
演習問題	178

## 12. 解析力学の基礎

12.1 仮想仕事の原理 (静力学の基本原則)	184
12.2 ダランベールの原理	187
12.3 ハミルトンの原理	187
12.4 ラグランジュの方程式 (導出法・その1)	190
12.5 ラグランジュの方程式 (導出法・その2)	191
12.6 ラグランジュの未定乗数法	194
演習問題	198

## 13. 回転機械の力学

13.1 つり合いの一般条件	199
13.2 剛性ロータのつり合い条件	200

13.3	剛性ロータのつり合わせ	203
13.4	つり合い試験器	205
13.5	ジェフコット・ロータの振れまわり	206
13.5.1	ジェフコット・ロータ	206
13.5.2	運動方程式	207
13.5.3	不つり合いによる強制的な振れまわり	208
13.5.4	強制的な振れまわりの動的平衡の見地からの解釈	210
13.5.5	内部減衰による自励的な振れまわり	212
13.6	基礎支持ばねの異方性の影響	214
13.7	弾性軸の異方性の影響	216
13.7.1	自励的な振れまわり	216
13.7.2	重力の影響による強制的な振れまわり	218
13.8	ジャイロ効果の影響	219
13.8.1	運動方程式	220
13.8.2	基本解および危険速度	221
13.9	オイルホワールとオイルウィップ	224
	演習問題	227

## 14. 線形多自由度系の振動

14.1	線形多自由度系の具体例とその特徴	229
14.2	実モード解析	232
14.2.1	不減衰自由振動	232
14.2.2	強制振動	239
14.3	複素モード解析	245
14.3.1	複素固有モードの導出	246
14.3.2	複素固有モードの直交性と正規化	247
14.3.3	複素モード解析による強制振動解析	248
14.4	複素モード解析の改良法	250
14.4.1	複素モード行列の実数化と実モード座標の導入	250
14.4.2	新型複素モード解析による強制振動解析	252
14.5	力学的エネルギー保存則に基づく近似解法	253
14.5.1	レイリー法	253
14.5.2	レイリー・リッツ法	256
	演習問題	258

## 15. 連続体の振動

15.1 波動方程式の導出	260
15.1.1 真直一様断面はりの縦振動	260
15.1.2 真直丸棒のねじり振動	262
15.1.3 弦の横振動	263
15.2 波動方程式の一般解とその性質	264
15.2.1 一般解（ダランベールの解）の導出	264
15.2.2 前進波と後退波	265
15.2.3 境界の影響	266
15.3 波動方程式の級数解	267
15.3.1 不減衰自由振動	268
15.3.2 固有モード関数の直交性	271
15.3.3 積分定数の決定	273
15.3.4 一般的な境界条件	274
15.3.5 不減衰強制振動	278
15.4 真直一様断面はりの曲げ振動	280
15.4.1 運動方程式	280
15.4.2 固有角振動数および固有モード関数	281
15.4.3 固有モード関数の直交性およびモード解析	284
15.5 レイリー法およびレイリー・リッツ法	287
15.5.1 レイリー法	287
15.5.2 レイリー・リッツ法	290
演習問題	292

## 16. 振動制御

16.1 動吸振器	295
16.1.1 不減衰系の強制振動に対する動吸振器	296
16.1.2 自由振動および自励振動に対する動吸振器	302
16.2 能動的振動制御	306
16.2.1 振動絶縁に対する能動的振動制御	306
16.2.2 制振に対する能動的振動制御	308
演習問題	310

## 付録：行列の基本的性質

A.1	行列の定義	312
A.2	行列とベクトル	312
A.3	行列の演算	313
A.4	行列の種類	314
A.5	行列の階数	315
A.6	行列式	315
A.7	連立一次方程式	316
A.8	固有値と固有ベクトル	316
参考文献		319
演習問題解答		321
索引		363

## (補足) ギリシャ文字

本書では英文字のほかにギリシャ文字を用いる。その文字と読み方を表に示す。

表 ギリシャ文字と読み方

大文字	小文字	読み方	
$A$	$\alpha$	alpha	アルファ
$B$	$\beta$	beta	ベータ
$\Gamma$	$\gamma$	gamma	ガンマ
$\Delta$	$\delta$	delta	デルタ
$E$	$\varepsilon$	epsilon	イプシロン (エプシロン)
$Z$	$\zeta$	zeta	ツェータ (ゼータ)
$H$	$\eta$	eta	イータ (エータ)
$\Theta$	$\theta, \vartheta$	theta	シータ (テータ)
$I$	$\iota$	iota	イオタ
$K$	$\kappa$	kappa	カッパ
$\Lambda$	$\lambda$	lambda	ラムダ
$M$	$\mu$	mu	ミュー

大文字	小文字	読み方	
$N$	$\nu$	nu	ニュー
$\Xi$	$\xi$	xi	グザイ (クサイ, クシー)
$O$	$o$	omicron	オミクロン
$\Pi$	$\pi$	pi	パイ
$P$	$\rho$	rho	ロー
$\Sigma$	$\sigma$	sigma	シグマ
$T$	$\tau$	tau	タウ
$\Upsilon$	$\upsilon$	upsilon	ウプシロン (ユプシロン)
$\Phi$	$\phi, \varphi$	phi	ファイ (フィー)
$X$	$\chi$	chi	カイ (キー)
$\Psi$	$\psi$	psi	プサイ (プシー)
$\Omega$	$\omega$	omega	オメガ

# 1 力学を学ぶ際の心構えと基礎知識

## 1.1 力学とはどのような学問か

力学 (mechanics) は、力のつり合い (平衡 (equilibrium)) を取り扱う静力学 (statics) と、力の作用に基づく物体の運動 (motion) を対象とする動力学 (dynamics) という二つの分野からなる。前者は例えば建築物や橋梁<sup>きょうりょう</sup>などのような構造物 (structure) の設計に不可欠であり、機械系では材料力学 (strength of materials) の基盤となっている。一方、後者は内部に相対運動 (relative motion) する要素を含んでいる機械 (machine) 全般の設計やエネルギーの変換・伝達を考える際に不可欠であり、問題領域ごとに特化した応用力学として機械力学 (dynamics of machinery)、流体力学 (fluid dynamics)、熱力学 (thermodynamics) がある (ただし、熱力学には動力学以外の独自の法則や考え方も含まれている)。材料力学、機械力学、流体力学、熱力学は機械系四力学と呼ばれ、これらを骨格として機械工学 (mechanical engineering) という壮大な学問体系が構築されている。したがって、それらの基盤である力学の理解抜きに機械工学を修得することは不可能に近い。本書の読者は機械系のエンジニアや研究者を目指しているはずであるから、そのことをしっかりと胸に刻んで、力学の学習に真摯に取り組んでいただきたい。

なお、本書で学ぶのは、ニュートン力学あるいは古典力学 (classical mechanics) と呼ばれる動力学である。古典 (的な) という修飾語は、これが近代自然科学の中で最初に成立した学問体系であって、その後成立した人間の五感では直接とらえることが難しい世界の力学である相対論 (theory of relativity) や量子論 (quantum mechanics) と区別するために付されたものである (相対論はマクロな世界をより精密に取り扱う力学として古典力学に含めることも多い)。古典的であるからといって、単なる歴史的価値しか持たない完成された学問分野なのではない。古典力学は、いまなお発展を続けながら機械工学をはじめ多くの工学分野で基盤的役割を果たしている生きた学問である。これ以降、本書での「力学」は古典力学を指す。

### 【補注 1.1】

構造物と機械は、どちらも目的とする機能を実現するために複数の要素を組み合わせる人為的に造られたものである。ただし、構造物の場合には弾性変形のようなわずかな変形を除いて要素

内部および要素間は固定されており、それによって形成された形状や空間そのものが目的とする機能の実現のために利用されるのに対して、機械の場合には要素同士がたがいに相対運動を行い、その運動を目的とする機能の実現に利用するという点が異なっている。両者ともに、その目的が人間にとって有意義なものでなければならないことはいうまでもない。

また、上の定義から明らかなように、高性能な機械をつくりだすためには運動なるものをよく理解しておかねばならないことは明らかである。しかも、機械の設計に求められるのは、単に運動の形態を知ることだけではなく、必要な運動をつくりだすにためにはどのような仕掛け（機構（mechanism））を工夫してそれをどのように動かせばよいか、動かした際に機械の要素や本体が壊れないようにするには材料や形状をどのようにすればよいか、必要な運動以外に不可避免的に発生する望ましくない運動（振動（vibration）や騒音（noise））をどのように低減すればよいかなどの知識である。これらの課題に答えてくれるのが力学（および問題領域ごとに特化した機械系四力学）である。このことから、機械系のエンジニアや研究者にとっての力学の重要性が理解できるであろう。機械系のエンジニアや研究者を志す者にとって、力学を修得することは最低限の義務であると心すべきである。

## 1.2 運動を力学的に理解する手順

本書では、静力学と動力学のうちおもに動力学について学ぶ。動力学では物体の運動を対象とすると前節で述べたが、その基本となるのがニュートンの**運動の法則**（law of motion）である。ニュートンの運動の法則については第4章であらためて詳しく説明するが、非常に単純な形式で表現されたニュートンの運動の法則と実際の物体に発生する複雑で多種多様な運動（動的現象）との間には大きな隔りがあることが多いので、前者に基づいて後者を理解するのは容易なことではない。力学において両者をつなぐのが、解明したい現象の適切な**モデル化**（modeling）と得られた力学モデルに対する上記の基本法則に基づいた物理的および数学的考察である。したがって、力学を修得するにはこれらが渾然<sup>こんぜん</sup>一体となって展開される方法論を身につけなければならない。その手順は（1）～（4）のとおりである（図 1.1 参照）。

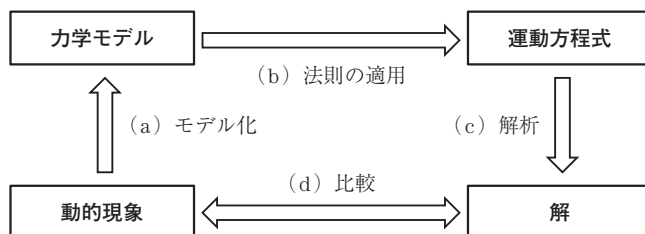


図 1.1 動的現象を力学的に理解する手順（概念図）

- （1）実際の現象をよく観察して分析する（図 1.1（a））。その際、現象の特徴を明確につかむために、関係する要素のみを抽出して単純化した装置を作製し、さまざまな条件を綿密に設定したうえで因果関係を明らかにするための積極的な問いかけ（**実験**

(experiment)) を行うことが多い。

- (2) 分析結果に基づいて大胆な仮定を導入し、力学モデルを構築する (図 1.1 (a))。モデル化に際しては、発生原因と想定される種々の要素の中から本質的な要素のみを抽出し、なるべく簡単なモデルを構築することが望ましい。
- (3) 得られた力学モデルに運動の法則を適用して**運動方程式** (equation of motion) を導出し (図 1.1 (b)), 何らかの方法で解を求める (図 1.1 (c))。前者には純粋に物理的考察が、後者には主として数学的考察が必要である。運動方程式は数学的には**微分方程式** (differential equation) であるので、解析的に解くのが不可能なことが多い。そこで、最近ではその解析にコンピュータを利用することが常套手段となっている。
- (4) 得られた解析結果を実現象 (実験結果) と比較し、力学モデルの妥当性を判定する (図 1.1 (d))。解析結果が期待される精度に達していなければ、(1) に戻って力学モデルを再構築し、それ以下の手順を繰り返す。逆に、解析結果が実際の現象を必要かつ十分な精度で説明できるならば、モデル化の際に仮定された原因が正しいとみなせるので、得られた力学モデルをもとにして、有益な現象に対する積極的な利用法の開発や、有害な現象に対する抜本的な対策の立案などの工学的応用が可能となる。

(1) ~ (4) のような一連の手順において誤りを防ぎ、未知の正解 (動的現象の正しい理解) にたどり着くための理論面での唯一の道標<sup>みちしるべ</sup>は基本法則 (運動の法則) である。したがって、その物理的意味をしっかりと理解しておかなければならない。

ところで、(1) ~ (4) の手順の中で最も重要でありかつ最も難しいのは (2) のモデル化である。この手順が成功するか否かは、どれだけ適切な力学モデルを構築できるかにかかっているといっても過言ではない。ただ、残念なことに適切なモデルは解明すべき対象ごとに異なっており、(1) で述べた現象への問いかけを地道に行うこと以外に、適切なモデルに確実にたどり着くことができるような道は存在しない。しかもこのモデル化は、挑戦者の視野の広さやセンスに大きく依存するので講義などで教えることが難しい。さらに、そのような視野の広さやセンスはエンジニアや研究者としての能力にも直結する。読者諸君は、今後さまざまな場面で努力を重ねて、自らの視野やセンスを意識して磨く努力を重ねることが望まれる。

一方、(3) と (4) については講義や教科書を通して教えることも教わることも本人の意欲次第でかなりの程度まで可能である。しかも、著者のこれまでの経験から間違いなくいえるのは、これらを意欲的に学ぶことが結果的に視野を広げることやセンスを高めることにつながるということである。したがって、本書の内容も (3) と (4) に関わる考え方や方法を学ぶことが中心となる。

さらに、(1) ~ (4) の手順で留意しておかなければならないのは、モデル化、運動方程式の導出および求解の各段階で多くの省略や近似が行われるということである。したがって、実現象と解析結果との間には多かれ少なかれ必ず誤差が生じる。(4) で「必要かつ十分な精度」と述べたが、これはこの誤差をどのように評価するかという非常に重要な問題に関係してい

#### 4 1. 力学を学ぶ際の心構えと基礎知識

る。この評価基準の設定を間違えると、現象を理解したつもりが誤解にすぎなかったという事態につながる可能性が高くなる。また、評価基準の設定には、純粋に学問的な見地だけでなく、社会的要請や経済的要請など時代的制約条件をも考慮しなければならないこともあり得る。このように、何をもって必要かつ十分とみなすかという評価基準の設定が、じつはモデル化と同程度にきわめて難しい問題であることを、つねに意識しておかなければならない。

##### 【補注 1.2】

大学の新生は、それまで高校の物理でもっぱら**力学的エネルギー保存則** (law of the conservation of mechanical energy) と**運動量保存則** (law of the conservation of momentum) とを組み合わせ、物体の運動を取り扱うという方法に基づいて力学を学んできた。確かにこの二つの保存則に基づいて入試問題のようにかなり面倒な問題を解くことが可能ではあるが、実際にはこの方法で解明できる現象は限られている。本来的には、上で示したように適切なモデル化を行ったうえでニュートンの運動の法則に基づいて運動方程式を導出し、その解を求めて実際の現象と比較するというプロセスを経て物体の運動は解明されるべきである。このような方法論に基づくことによって、人間の五感でとらえることのできる等身大の世界内で生じる物体の運動を解明することが、少なくとも原理的には可能である。これが力学の持つ凄みである。

一方、運動方程式は数学的には微分方程式であるから、代数的演算で事足りる高校の力学とは異なり、上の手順を実行するには微分方程式の解法というやや高度な数学的知識を身につける必要がある。著者のこれまでの経験によれば、この数学的知識の修得に拒否感を抱き、学習の初期段階で力学に苦手意識を持ってしまう学生が少なからず存在する。力学に対する苦手意識が植えつけられると、力学的方法論に立脚している機械系四力学のすべてが苦手科目になってしまうことが多い。機械系四力学が理解できないというのは機械工学全体が理解できないというのとほぼ同義であり、機械系の学生にとってかなり深刻な問題である。数学的知識を純粋に数学として学ぶのは抽象的すぎて困難なことが多いことは確かであるが、力学では具体的な物理現象を取り扱うので、その過程で解析手段(道具)としての数学を学ぶと理解が進むことも多いであろう。本書では、力学の理解に不可欠な微積分や線形代数の基礎的知識もあわせて説明するので、将来に広がる可能性を目指してその修得に励んでいただきたい。

### 1.3 物理量の次元と単位

自然科学を基礎とする学問分野の特徴は、現象の解明に際してその性質について議論するだけでなく、その現象を量的に把握することを目指しているところにある。例えば、静止している物体に力を加えると動きはじめるという現象を考える際に、**力** (force) が原因となって運動という結果が生じるという因果関係を知ることだけで満足するのではなく、どのような「**大きさ** (magnitude)」と「**向き** (direction)」の力が物体に加わるとどのような「**大きさ**」と「**向き**」の運動が生じるかというように、その因果関係を「**大きさ**」や「**向き**」という見地から量的にとらえることを目指すわけである。それができてはじめて、さまざまな分野への応用が可能になる。

現象を量的に把握するためには、その現象を特徴づける量を見出し、その量を測るための物差し（基準）を定めなければならない。では、動力学ではどのような量をどのような物差しで測るべきであろうか。動力学で対象とするのは物体の運動であるから、まず運動とはいかなる現象であるか考えてみよう。辞書的には『物体が空間内で時々刻々その**位置**（position）と**姿勢**（posture）とを変える現象』と定義できるであろう。したがって、運動という現象が生じるためには**物体**（object）・**空間**（space）・**時間**（time）が不可欠である。これらはたがいに独立であるから、それらを特徴づける3種類の独立な量が必要となる。そこで、**質量**（mass）・**長さ**（length）・**時間を基本量**（base quantity）と定めたのである。また、基本量を測る物差しのことを**量の次元**（dimension of a quantity）あるいは単に**次元**（dimension）といい、質量の次元を M、長さの次元を L、時間の次元を T の記号で表す。

これで力学において測定すべき基本量と物差しが定められたわけであるが、これで十分かというところではない。なぜなら、現象を量的に把握するには、ある基準に基づいてその量を数値化しなければならないからである。そのためには、物差しにそれぞれの基本量の性質に応じて適切な目盛りを刻む必要がある。この目盛りの基準のことを**単位**（unit）というが、目盛りの刻み方は自由であり、歴史的にも地域的にも多種多様な単位が用いられてきた。しかしながら、これではあまりに不便である。そこで、国際的に統一された**単位系**（system of units）を定めようという気運が高まり、1954年の第10回国際度量衡総会で採択されたのが**国際単位系**（SI；International System of Units）である。現在この SI が世界的に広く使用されている。本書でも、単位系には SI を用いる。また、SI の推奨に従い、物理量を表す記号をイタリック体で表示する。

表 1.1 に SI で採用された7種類の基本量、次元記号および**基本単位**（base units）を示す。SI では**定義定数**（defining constants）と呼ばれる7個の重要な定数を基本単位で表現したときの厳密な数値を定義し（例えば、真空中における光の速度を  $299\,792\,458\text{ m/s}$  のように）、これらから基本単位の意味を不確かさなく定義している。この基本単位を用いて、現時点で意味のある**物理量**（physical quantity）はすべて数値として表現することが可能である。また、SI の基本単位を組み合わせて作ることができる単位を**組立単位**（derived units）という。これらのうち、特に重要なもので利便性の高いものには、例えば力の単位である N（ニュートン）などのように、固有の名称と記号が与えられている。さらに、基本単位だけだと非常に大きな数値や小さな数値を取り扱わないといけなくなることを避けるために、表 1.2 に示すような SI 接頭辞を用いる。表 1.2 には工学系で現れる範囲の接頭辞を示している。

表 1.1 SI の基本量、次元記号および基本単位

基本量	長 さ	質 量	時 間	電 流	熱力学的温度	物質質量	光 度
次元記号	L	M	T	I	Θ	N	J
基本単位	m メートル	kg キログラム	s 秒	A アンペア	K ケルビン	mol モル	cd カンデラ

# 索 引

		完全非弾性衝突 141
<p style="text-align: center;"><b>【あ】</b></p> アインシュタイン 113 アクチュエータ 294 粗い束縛 94 安 定 90	<p style="text-align: center;"><b>【か】</b></p> 解 58 階 数 315 外 積 20 解析力学 184 回転関節 171 回転機械 199 回転座標系 110 回転体 199 外部減衰 207 外 力 133 外力ベクトル 230 ガウスの消去法 316 加加速度 29 角運動量 7 角運動量原理 100 角運動量ベクトル 100 角運動量保存則 138 角加速度 27 角振動数 62 角速度 27 角速度ベクトル 121 角力積 7 角力積ベクトル 100 過減衰 66 重ね合わせの原理 58 仮想仕事 184 —の原理 185 仮想変位 184 加速度 7 加速度ベクトル 27 加 法 16 ガリレイ変換 111 換算質量 103 慣 性 39, 56 —の法則 8, 39 慣性行列 174 慣性系 8, 41 慣性質量 39 慣性主軸 153 慣性乗積 150 慣性テンソル 7, 150 乾性摩擦 94 慣性モーメント 150 慣性力 8, 111, 117 完全弾性衝突 141 完全直交関数系 273	<p style="text-align: center;"><b>【き】</b></p> 機 械 1 機械工学 1 機械効率 81 機械力学 1 幾何学的境界条件 287 危険速度 209 機 構 2 基準座標系 8 基底ベクトル 17 基底変換行列 32 軌 道 28 擬ベクトル 121 基本解 58 基本単位 5 基本量 5 逆反復法 318 求心加速度 29, 33, 116 級数解 269 求積法 45 共 振 68 共振曲線 68 強制外力 56 強制項 56 強制振動 56, 67 強制変位 56 行 312 行ベクトル 17, 312 行 列 312 極 309 極座標系 34 極性ベクトル 121 極配置法 294, 309 曲 率 28 曲率半径 28
<p style="text-align: center;"><b>【い】</b></p> 位相角 68 位 置 5 位置エネルギー 84 位置ベクトル 27 一般解 58 一般化座標 190 一般化力 190 一般固有値問題 233, 316 因果律 40	<p style="text-align: center;"><b>【く】</b></p> 空 間 5 くさび効果 224 組立単位 5 グラディエント 85 クラメルの公式 316 クロス積 20 クーロン 93 —の法則 40 クーロン摩擦力 93	<p style="text-align: center;"><b>【お】</b></p> オイラー 42 —の運動方程式 159 —の公式 11 オイラー角 120 オイルウィップ 225 オイルホワール 225 大きさ 4
<p style="text-align: center;"><b>【う】</b></p> 後向き振れまわり 215 薄板の直交軸定理 152 運 動 1 —の第2法則 57 —の法則 2, 39 運動エネルギー 81 運動学 27 運動方程式 3, 39 運動量 7 運動量原理 76 運動量ベクトル 76 運動量保存則 4, 79, 136	<p style="text-align: center;"><b>【え】</b></p> エネルギー 7 エネルギー原理 81 遠心力 117 円筒座標系 31	<p style="text-align: center;"><b>【お】</b></p> オイラー 42 —の運動方程式 159 —の公式 11 オイラー角 120 オイルウィップ 225 オイルホワール 225 大きさ 4



零ベクトル 16  
 全 系 295  
 線形1自由度系 57, 229  
 線形2自由度系 229  
 線形近似 11  
 線形系 58  
 線形性 11, 57  
 線形多自由度系 229  
 線形ばね 56  
 線形微分方程式 58  
 センサ 294  
 前進波 265  
 線積分 81

**【そ】**

騒 音 2  
 双曲線関数 332  
 相互作用 41  
 相似行列 317  
 相似変換 317  
 相 対 29  
 相對運動 1  
 相對論 1  
 速 度 7  
 速度ベクトル 27  
 束縛条件 51  
 束縛ベクトル 15  
 束縛力 93, 184

**【た】**

対角行列 230  
 対称行列 230  
 対数減衰率 64  
 多自由度系 229  
 ダッシュポット 56  
 縦 波 266  
 縦ベクトル 17, 312  
 ダブル QR 法 318  
 ダランベール  
 ——の解 265  
 ——の原理 112, 187  
 単 位 5  
 単位インパルス関数 279  
 単位系 5  
 単位従法線ベクトル 29  
 単位主法線ベクトル 28  
 単位接ベクトル 28  
 単位ベクトル 16  
 単振動 63  
 弾性ロータ 199  
 断面二次極モーメント 262

**【ち】**

力 4, 41  
 ——の場 83  
 ——のモーメント 7, 100  
 中心力 101  
 超関数 279  
 調和外力 57  
 調和振動 63  
 直衝突 140  
 直交関数系 273  
 直交行列 32  
 直交座標系 8  
 直交性 234  
 直交変換 317

**【つ】**

つり合い試験機 205  
 つり合いの一般条件 200  
 つり合わせ 203

**【て】**

定義定数 5  
 定常強制振動 67  
 定数変化法 66  
 定 点 300  
 ティモシェンコはり 286  
 テイラー級数 10  
 デイラック 279  
 テイラー展開 10  
 テイラーの定理 10  
 停留点 86  
 デルタ関数 278  
 テンソル 7  
 転置行列 312

**【と】**

動吸振器 294  
 同次線形方程式 58  
 動つり合い条件 202  
 動的つり合い条件 202  
 動的つり合い 164, 202  
 動的平衡 112  
 動不つり合い 164, 202  
 動摩擦係数 93  
 動摩擦力 93  
 動力学 1  
 特殊相対性理論 113  
 特性根 61  
 特性方程式 61, 317  
 特 解 58  
 ドット積 19

トルク 149

**【な】**

内 積 19  
 内部減衰 207  
 内 力 133  
 長 さ 5  
 ナブラ 85  
 滑らかな束縛 94, 185  
 滑らかな束縛力 185

**【に】**

二次形式 317  
 二乗平均平方根 301  
 二体問題 102  
 ニュートン 39

**【ね】**

熱力学 1  
 粘性減衰 56  
 粘性減衰係数 56  
 粘性減衰力 92

**【の】**

能動的振動制御 294

**【は】**

倍 率 68  
 はずみ車 163  
 波動現象 260  
 波動方程式 261  
 ばね定数 56  
 ハーフパワー点 96  
 ハーフパワー法 96  
 ハミルトンの原理 189  
 速 さ 27  
 汎関数 189  
 反作用力 8  
 半正定値行列 317  
 半負定値行列 317  
 反発係数 141  
 ハンマリング 64  
 万有引力 106  
 ——の法則 42, 106  
 万有引力定数 43, 106

**【ひ】**

非慣性系 8, 110  
 非自明解 58  
 左複素固有モード 248  
 非同次線形方程式 58  
 非破壊検査 65



— 著者略歴 —

1978年 九州大学工学部機械工学科卒業  
1980年 九州大学大学院工学研究科修士課程修了（機械工学専攻）  
1980年 九州大学助手  
1987年 工学博士（九州大学）  
1987年 福岡工業大学講師  
1989年 福岡工業大学助教授  
1995年 福岡工業大学教授  
1997年 九州大学教授  
2021年 九州大学名誉教授  
2021年 九州職業能力開発大学校校長  
現在に至る

機械系のための力学通論

General Mechanics for Mechanical Engineers -  
Elucidating Dynamic Phenomena in Machines

© Takahiro Kondou 2025

2025年11月5日 初版第1刷発行

検印省略

著者 近藤 孝広  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来 真也  
印刷所 新日本印刷株式会社  
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.  
Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04696-0 C3053 Printed in Japan

(田中)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構(電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp)の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。