

# 衝 撃 力 学

工学博士 宇治橋貞幸 共著  
博士(工学) 宮崎 祐介

コ ロ ナ 社

## まえがき

本書の題名にある「衝撃」を初めて知ったのは、著者が東京工業大学機械工学科の最終学年となり、中原一郎先生の研究室に卒業研究学生として配属されたとき（1968年）のことである。著者の卒業研究課題は、「衝撃内圧を受ける異方性円筒」の応力解析を動弾性理論によって解析する、といった難問であった。当時研究室の助手であった松本浩之先生のいわれるままに数学の計算に取り組むことになったが、勉強を怠っていた著者にとっては大変な作業であった。それまで知らなかった特殊関数が出てくる長い式が多く、どのような結果を表現しているのか予測などまったくできない理論式であったが、数値計算をしてみると、不思議なことにそれらしい結果が出てきて感激したものである。

それから学園紛争の真ただ中の思いもよらない大学院への進学と、さらに思いもよらない研究室助手へと、想定外の身の丈に余る人生を歩むことになった。この間、研究内容はつねに「衝撃」であり、扱った理論は、波動方程式、あるいはベルヌーイ、オイラー、ラグランジュ、ティモシェンコなどといった、ほとんど歴史上の著名な学者の名前が出てくる世界であった。理論だけでなく、なにかと難しい衝撃の実験、さらにはブラウン管式シンクロスコープやフィルム式高速度カメラを使った計測にも取り組んだ。その後コンピュータの発達によって衝撃解析の主流となってきたのは計算力学によるシミュレーションの世界であるが、そのころには、すでに自分自身では解析をやらない年齢となっていた。振り返ってみれば、「なんと古きよき時代であったことか…」と思うこともある。

この間、47歳になったころ、思いがけず明治大学大学院機械工学専攻の学生を相手に「衝撃」を教える機会を得た（1994年）。これが著者が取り組んできた「衝撃の世界」を若い人達に伝えるきっかけとなり、さらにこの授業は、18年の

長きにわたってつづくことになった。これとはほぼ同じ時期に東京工業大学でも機械系学部学生に「衝撃」を講義として教えるようになり、徐々にではあるが講義ノートも蓄積していった。この講義ノートを基に教科書出版をすすめて下さる方もいたが、東京工業大学在職中には遂に実現させることができなかった。

しかし、定年退職後次第に余裕ができるに従って「このままでは終われない」という気持ちが強くなり、コロナ社からの励ましもあって一念発起して講義ノートの出版に向けて精力を傾けることになった。

本書は、過去の名立たる名著、とりわけティモシェンコの著作には足元にも及ばないが、意外にも日本語の「衝撃」入門となる適当な書がなく、なんとしても世に出さねばという気持ちが掻き立てられてきた。

このような経緯からわかるように、本書は大学で初めて「衝撃」を勉強する機械系学生、あるいは物作りに携わる技術者のための入門書となるよう、意識して書いてきたものである。

本編は「基礎編」と「実践編」とに分かれているが、衝撃に対する基礎的な理解は、文字どおり「基礎編」だけで十分に得られるようになってきている。「基礎編」には多くの数学式が出てくるが、大学の低学年で勉強する程度の数学であるから「食わず嫌い」にならないよう願っている。衝撃は基本的に過渡応答問題であるため、全体を通して「ラプラス変換」が主流となっているので、この際ラプラス変換と仲よくなしてほしい。ラプラス変換は、その逆変換が一般的に面倒なので、本書では数学的厳密さには目をつぶり、非常に限定された条件下（例えば、保存系）でのラプラス逆変換しか扱っていない。したがって、是非とも毛嫌いせずに取り組んでほしい。

また随所に「考察」を設けているが、これは当該箇所を理解を深めてもらうためのもので、是非とも飛ばさないで取り組んでほしい。あえてヒントだけで解答は載せていないが、考えることによって理解が深まるよう配慮しており、実際の講義の場面においても非常に重要と感じた内容でもある。扱っている部材としては棒と梁の衝撃応答問題が大半を占めるが、個々についてさらに高度な勉強をしたい読者には、ティモシェンコの一連の著作を参照されることをおす

すめしたい。

「実践編」を読んでいただければわかるように、衝撃応答問題では、構造物に作用する荷重をいかにして正確に見積もるかが最大の課題である。これを正しく見積ることができれば、つぎのステップである応力解析は、理論をはじめさまざまな手法により求めることができる。実際の衝撃問題における見込み違いは、その衝撃荷重の大きさと持続時間の見積りを誤ったことに起因することがきわめて多い。衝撃荷重の見積りは経験豊富な技術者でないと難しいものであるが、まずは衝撃の基本を正しく身に付けておくことが重要である。本書がその入門書となることを願っている。

末筆ではあるが、本書の理論解の精度検証に関して有限要素法による解析をしていただいた伊藤忠テクノソリューションズ株式会社、ならびに根気強く担当していただいた同社の津田徹氏および東出紀子氏に深く感謝いたします。

また、東京工業大学大学院学生の田中耕輔君には、理論結果だけで数値結果が不足していた多くの問題について数値計算を行っていただき、たいへん感謝している。

筆者が東京工業大学助手のころの大学院学生であった名古屋工業大学西田政弘教授からは、精密な実験結果の提供をいただき、これにより理論結果の信憑性を高めることができた。ここに深く感謝を申し上げる次第である。

2020年1月

著者代表 宇治橋貞幸

# 目 次

## 第I部 基礎編

### 1. 弾性基礎方程式

1.1 三次元基礎方程式	1
1.1.1 平衡方程式	2
1.1.2 構成式	3
1.1.3 連続条件式	4
1.1.4 変位の方程式	4
1.1.5 変位ポテンシャル	6
1.2 二次元基礎方程式	7
1.2.1 平衡方程式	7
1.2.2 構成式	8
1.2.3 連続条件式	8
1.2.4 変位の方程式	8
1.2.5 変位ポテンシャル	9
1.3 一次元基礎方程式	10

### 2. 板理論および梁理論

2.1 板理論	12
2.1.1 ミンドリン理論	12
2.1.2 ラグランジュ理論	16

2.2 梁 理 論	18
2.2.1 ティモシェンコ理論	18
2.2.2 ベルヌーイ・オイラー理論	19

### 3. 棒 の 縦 衝 撃

3.1 波動方程式と棒中を伝播する波動の性質	21
3.1.1 衝突速度と発生応力との関係	21
3.1.2 応力波の伝播と反射および透過	23
3.2 図式解法による応力波解析	25
3.2.1 衝撃力を受ける一端固定棒の問題	26
3.2.2 衝撃力を受ける両端自由棒の問題	28
3.2.3 剛壁に衝突する棒の問題	29
3.2.4 棒と棒の二体衝突問題	31
3.3 波動方程式とラプラス変換による応力波解析	43
3.3.1 波動方程式の一般解	43
3.3.2 一端が固定された棒の衝撃問題	44
3.3.3 両端自由棒の衝撃問題	50
3.3.4 剛壁に衝突する棒の問題	52
3.3.5 棒の二体衝突問題	54
3.4 棒の縦衝撃問題における逆解析	65

### 4. 梁 の 曲 げ 衝 撃

4.1 基礎方程式	70
4.2 両端単純支持梁の衝撃応答問題	73
4.2.1 フーリエ級数による解析	73

4.2.2	部分分布荷重の場合	74
4.2.3	集中荷重の場合	75
4.2.4	等分布荷重の場合	76
4.2.5	数値計算例	77
4.3	さまざまな境界条件を有する梁	80
4.3.1	境界条件	80
4.3.2	境界条件と固有振動数	81
4.4	対称な境界条件を有する梁の衝撃応答問題（切断法）	82
4.4.1	両端単純支持梁	82
4.4.2	両端固定梁	87
4.4.3	数値計算例	92
4.5	片持梁の衝撃応答問題	95
4.5.1	先端に集中荷重を受ける場合	95
4.5.2	等分布衝撃荷重を受ける場合	98
4.5.3	数値計算例	99
4.6	荷重がさまざまな時間変化をする場合の応答	102
4.6.1	時間応答関数の計算	102
4.6.2	さまざまなパルス形状に対する時間応答関数	103
4.7	荷重の持続時間と波形が梁の応答に与える影響	108
4.7.1	荷重が長方形パルス状に変化する場合	109
4.7.2	荷重が半正弦波パルス状に変化する場合	110
4.7.3	荷重パルス形状と持続時間の影響	112

## 5. 板の曲げ衝撃

5.1	基礎方程式	114
-----	-------	-----

5.2 周辺単純支持板の衝撃応答	116
5.2.1 フーリエ級数による解析	116
5.2.2 部分分布荷重の場合	117
5.2.3 集中荷重の場合	118
5.2.4 等分布荷重の場合	119
5.3 数 値 計 算 例	120
5.3.1 集中荷重の場合	120
5.3.2 等分布荷重の場合	121

## 第II部 実 践 編

### 6. 弾性限度を超えた衝撃問題

6.1 棒の弾塑性衝撃応答の解析	123
6.1.1 特性曲線に基づいた図式解法	125
6.1.2 衝撃荷重を受ける半無限長棒の弾塑性応答	127
6.1.3 自由端に衝撃を受ける固定棒の弾塑性応答	132
6.1.4 剛体壁に衝突する棒の弾塑性応答	136
6.2 衝撃速度が高い場合の材料の挙動（ひずみ速度の影響）	138

### 7. 理論解析の適用性

7.1 棒の縦衝撃理論の検証	143
7.1.1 インピーダンスが同じ二本の棒の衝突（実験との比較）	144
7.1.2 インピーダンスが異なる二本の棒の衝突（実験との比較）	147
7.1.3 弾性限度を超える棒の衝突（有限要素法との比較）	150



7.2 梁の曲げ衝撃理論の検証（有限要素法との比較）	152
7.3 検証のまとめ	156

## 8. ばね・質点モデルによる衝撃応答解析

8.1 棒のばね・質点系へのモデル化と衝撃応答解析（一自由度の場合）	157
8.2 棒のばね・質点系へのモデル化と衝撃応答解析（二自由度の場合）	160
8.3 コーシーの留数定理によるラプラス逆変換	163
8.3.1 一自由度ばね・質点モデルの場合	164
8.3.2 二自由度ばね・質点モデルの場合	165
8.4 数値計算例	167

## 付録 A ヘルツの接触理論

## 付録 B 動的有限要素法の基礎理論

B.1 基礎方程式	174
B.2 弱形式	176
B.3 有限要素近似	177
B.4 時間積分法	179
B.5 解析例	181

## 付録 C 数 学 公 式

C.1 三角関数と双曲線関数	182
C.2 オイラー（Euler）の公式関係	182
C.3 ネイピア数（Napier constant, 自然対数の底）関係	183

C.4	テイラー (Taylor) 展開 .....	183
C.5	ロピタル (L'Hospital) の定理 .....	183
C.6	ラプラス (Laplace) 変換関係 .....	184
引用・参考文献 .....		187
索 引 .....		188

# 第I部 基礎編

## 1

### 弾性基礎方程式

衝撃を受ける構造体の応答は、振動現象ととらえる考え方もあれば、波動伝播現象ととらえる考え方もある。本書では、衝撃は波動伝播現象が本質であり、その結果として振動現象があるとの立場に立っている。したがって、構造体の衝撃問題を、波動伝播現象として理解した上で、振動現象としての見方も理解できるようにすることを目的としている。

そこで本章では、解析のための理論として最初に波動方程式を示し、つぎに梁や板などの構造解析のための理論を示すことにする。すなわち、すべての出発点となる弾性基礎方程式を紹介し、2章の梁および板の理論への展開を理解できるようにし、3章以降の具体的衝撃問題の理論解析へと誘導する。その意味においては、1章と2章を後回しにして3章から取り組むことも可能である。

#### 1.1 三次元基礎方程式

ここに示す理論は、本書に出てくるすべての理論の原点となるものであり、微小な弾性変形を前提としている。

2 1. 弾性基礎方程式

1.1.1 平衡方程式

図 1.1 のような大きさ  $dx, dy, dz$  の立方体微小要素とこれに働く応力成分を考え、並進と回転の釣合いを考えると、つぎのようになる。

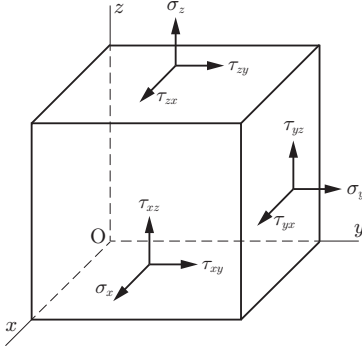


図 1.1 微小要素の力の釣合い  
(直角座標, 三次元)

平衡方程式 (並進の釣合い):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

平衡方程式 (回転の釣合い):

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1.2)$$

ここで、 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  は垂直応力成分、 $(\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})$  などはせん断応力成分であり、 $X, Y, Z$  は物体力を表すが、これは衝撃問題では慣性力となり、つぎのようになる。

$$X = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad Y = -\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad Z = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

式(1.2)では、回転の慣性力は高次の微小量となり無視している。また、 $(x, y, z)$  は座標、 $(u, v, w)$  は各座標方向変位、 $\rho$  は密度、 $t$  は時間である。

## 【考察】

式 (1.1) および式 (1.2) を導出してみよう。

同時に回転による慣性力が高次の微小量となることを確認してみよう。

## 1.1.2 構成式

つぎに弾性の構成式, すなわち応力成分とひずみ成分の関係式を求めれば, つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \}, & \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \}, & \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \}, & \gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

ここで,  $E$  は縦弾性係数,  $G$  はせん断弾性係数,  $\nu$  はポアソン比である。

これを, 応力について解けば, つぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \varepsilon_x + \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_y + \varepsilon_z) \right\} \\ \sigma_y &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \varepsilon_y + \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_z + \varepsilon_x) \right\} \\ \sigma_z &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \varepsilon_z + \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \right\} \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy}, \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

ここで,  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$  は垂直ひずみ成分,  $(\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx})$  はせん断ひずみ成分である。

式 (1.5) を  $2(1+\nu)G = E$  の関係を用いて, つぎのように書くこともできる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2\mu\varepsilon_x + \lambda e, & \tau_{xy} &= \mu\gamma_{xy} \\ \sigma_y &= 2\mu\varepsilon_y + \lambda e, & \tau_{yz} &= \mu\gamma_{yz} \\ \sigma_z &= 2\mu\varepsilon_z + \lambda e, & \tau_{zx} &= \mu\gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

ここで,  $e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ ,  $\mu$  および  $\lambda$  はラーメの定数と呼ばれ, つぎのように定義される。

#### 4 1. 弾性基礎方程式

$$\mu = G, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

##### 【考察】

① ポアソン比  $\nu$  を 0 とすると波動の伝播速度はどのようになるか考えてみよう。またポアソン比が 0 の材料はどのようなものか、逆にポアソン比の上限はいくらか考えてみよう。

〈ヒント〉

ポアソン比の上限は、材料を均等に圧縮したとき体積が増えないという条件から求められる。

② 関係式  $2(1 + \nu)G = E$  はどのようにして求められるか考えてみよう。

〈ヒント〉

文献 1) を参照

#### 1.1.3 連続条件式

変位成分とひずみ成分の関係、すなわち連続条件式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

ここで

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy}, \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz}$$

である。

#### 1.1.4 変位の方程式

式 (1.1) は、式 (1.6) さらに式 (1.7) を代入することにより、変位成分  $(u, v, w)$  に関するつぎの三元連立微分方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \mu \nabla^2 u &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \right) + \mu \nabla^2 v &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \mu \nabla^2 w &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

ここで

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

これは、変形してつぎのように表記する場合がある。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial e}{\partial x} - \mu \left( \frac{\partial \omega_z}{\partial y} - \frac{\partial \omega_y}{\partial z} \right) &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial e}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \right) &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial e}{\partial z} - \mu \left( \frac{\partial \omega_y}{\partial x} - \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

ここで、 $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  は  $(x, y, z)$  軸回りの回転角成分であり、つぎのように定義される。

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

式 (1.8) をベクトル表示すれば、つぎようになる。

$$(\lambda + \mu) \nabla \Delta + \mu \nabla^2 \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (1.10)$$

ここで

$$\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}, \quad \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k},$$

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

であり、 $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  は  $(x, y, z)$  軸方向単位ベクトルを表す。

# 索 引

<p><b>【あ】</b></p> <p>圧縮応力波 22</p> <p><b>【い】</b></p> <p>陰解法 180</p> <p>インピーダンス 22</p> <p><b>【う】</b></p> <p>運動エネルギー 30</p> <p><b>【お】</b></p> <p>応力テンソル 174</p> <p>応力波 22</p> <p><b>【か】</b></p> <p>回転慣性 20</p> <p>回転半径 70</p> <p>仮想仕事の原理 176</p> <p>慣性モーメント 16</p> <p>完全弾性衝突 31</p> <p><b>【き】</b></p> <p>逆解析 65</p> <p>キルヒホッフの仮定 13</p> <p><b>【こ】</b></p> <p>合応力成分 15</p> <p>工学的せん断ひずみ 176</p> <p>硬化係数 125</p> <p>降伏応力 125</p> <p>コーシーの留数定理 185</p> <p>固有振動モード 47</p>	<p><b>【し】</b></p> <p>弱形式 176</p> <p>修正係数 15</p> <p>順解析 65</p> <p><b>【す】</b></p> <p>垂直応力成分 2</p> <p>垂直ひずみ成分 3</p> <p>数値時間積分法 179</p> <p>図式解法 28</p> <p>ステップ関数 75</p> <p><b>【せ】</b></p> <p>切断法 82</p> <p>節 点 177</p> <p>節点変位-ひずみマトリックス 178</p> <p>ス 178</p> <p>全体剛性マトリックス 179</p> <p>全体質量マトリックス 179</p> <p>せん断応力成分 2</p> <p>せん断弾性係数 3</p> <p>せん断ひずみ成分 3</p> <p>せん断力 15</p> <p><b>【そ】</b></p> <p>塑性波 126</p> <p>塑性変形 123, 131</p> <p>ソリッド要素 153</p> <p><b>【た】</b></p> <p>体積変化 7</p> <p>縦衝撃 10</p> <p>縦弾性係数 3, 23</p> <p>縦 波 7, 23</p>	<p>弾性係数テンソル 175, 177</p> <p>弾性限度 136</p> <p>弾性波 23, 126</p> <p>弾線形硬化体 124</p> <p>断面二次モーメント 19</p> <p>断面の回転角 114</p> <p><b>【ち】</b></p> <p>中央差分法 179</p> <p><b>【て】</b></p> <p>ティモシェンコ理論 18</p> <p>伝播速度 7</p> <p><b>【と】</b></p> <p>透過率 24</p> <p>特性曲線 125</p> <p><b>【に】</b></p> <p>二体衝突問題 31</p> <p>ニュートン法 65</p> <p><b>【ね】</b></p> <p>ねじりモーメント 15</p> <p><b>【は】</b></p> <p>爆圧曲線パルス 107</p> <p>ばね・質点系 157</p> <p>反射率 24</p> <p>反発係数 33</p> <p><b>【ひ】</b></p> <p>微小ひずみテンソル 176</p> <p>ひずみエネルギー 30</p> <p>ひずみ演算子 177</p>
--	--	---



ひずみ速度	139
引張応力波	22
<b>【ふ】</b>	
フーリエ級数	73
物体力	174
<b>【へ】</b>	
ヘルツの接触理論	40
ベルヌーイ・オイラー理論	19
変位の形状関数	178
変位の内挿関数	178
変位ポテンシャル	6, 9
<b>【ほ】</b>	
ポアソン比	3

<b>【ま】</b>	
曲げモーメント	15
<b>【み】</b>	
ミンドリン理論	12
<b>【め】</b>	
メッシュ分割	153
<b>【や】</b>	
ヤング率	23
<b>【ゆ】</b>	
有限要素法	139
ゆがみ	7

<b>【よ】</b>	
陽解法	180
要素	177
要素剛性マトリックス	179
要素質量マトリックス	179
横波	7
<b>【ら】</b>	
ラーメの定数	3
ラグランジュ理論	16
<b>【り】</b>	
粒子速度	23
<b>【れ】</b>	
連続体	157

<b>【N】</b>	
Newmark 法	179

<b>【S】</b>	
Saint Venant の問題	42, 56

— 著 者 略 歴 —

宇治橋 貞幸 (うじはし さだゆき)	宮崎 祐介 (みやざき ゆうすけ)
1969年 東京工業大学理工学部機械工学科卒業	2001年 東京工業大学工学部機械科学科卒業
1971年 東京工業大学大学院修士課程修了 (機械工学専攻)	2003年 東京工業大学大学院修士課程修了 (情報環境学専攻 (機械系))
1973年 東京工業大学大学院博士課程中退	2006年 東京工業大学大学院博士後期課程修了 (情報環境学専攻 (機械系))
1973年 東京工業大学助手	博士 (工学)
1982年 工学博士 (東京工業大学)	2006年 金沢大学助手
1985年 東京工業大学助教授	2007年 金沢大学助教
1989年 英国ストラスクライド大学客員教授 兼任 (1990 年まで)	2012年 東京工業大学准教授
1993年 東京工業大学教授	現在に至る
2000年 豪州ロイヤルメルボルン工科大学リサーチフェロー兼任 (2001 年まで)	
2011年 国土交通省自動車アセスメント評価検討会座長兼任	
2012年 東京工業大学名誉教授	
2012年 日本文理大学特任教授	
2012年 株式会社トップシーエーイー取締役兼任	
2017年 株式会社 BETA CAE Systems Japan 顧問兼任 現在に至る	

## 衝撃力学

Impact Mechanics

© Sadayuki Ujihashi, Yusuke Miyazaki 2020

2020 年 3 月 10 日 初版第 1 刷発行

検印省略

著 者 宇 治 橋 貞 幸  
宮 崎 祐 介  
発 行 者 株式会社 コ ロ ナ 社  
代 表 者 牛 来 真 也  
印 刷 所 三 美 印 刷 株 式 有 限 公 司  
製 本 所 有 限 公 司 愛 千 製 本 所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発 行 所 株式会社 コ ロ ナ 社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.  
Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03) 3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04665-6 C3053 Printed in Japan

(金)



JCOPY < 出版者著作権管理機構 委託出版物 >

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。