異種接合材の材料力学と応力集中

工 学 博 士　野田　尚昭
博士（工学）　堀田　源治
博士（工学）　佐野　義一
博士（工学）　髙瀬　康
共著

コ ロ ナ 社

は　じ　め　に

安全と安心を求める社会的潮流の中にあって，最近の構造物には高機能，高強度，軽量化という本来は相反する性質が要求されている。この目的に沿うために，最近では，異なる材料を組み合わせた異種接合材によって多くの構造物が構成されている。特に，自動車や電子・電機分野において，異材接合技術が積極的に利用されており，企業の技術者の関心が高まっている。例えば，金属と樹脂との接合のように，従来では困難とされた異種材料の接合技術の革新は目覚ましいものがある。このように，新たな材料を組み合わせることで，製品の軽量化や機能・性能の向上，コスト削減に寄与するものと期待されている。しかし，接合界面では異なる材料の性質に起因する応力集中を生じることに技術者はつねに留意する必要がある。

本書においては，このような異種接合材の材料力学的な問題を，大きく三つの観点から取り上げて説明したい。具体的には，異種材料を組み合わせた際の，（1）平均的弾性係数（等価弾性係数という），（2）応力集中，（3）接着構造の強度，の異なる三つの観点を対象とする。これらは，いずれも異種接合材の力学の基礎となるものである。本書ではそれぞれの基本的な考え方を説明することから始めて，従前の書物には見られない新しい研究成果についてまで紹介する。

一つめの観点は，異なる材料を組み合わせた複合材料としての弾性係数に関するものである。それぞれの構成材料に分担される外力の割合を考える上で，通常，構成材料の体積率をおもなパラメータとして計算されることが多いが，全体の弾性係数を支配するパラメータとして必ずしも十分ではない。そこで，本書では構成材料の投影面積率という新たな考え方を導入し，これら二つのパラメータの導入によって，全体の平均的な縦弾性係数（等価縦弾性係数）を評

価する方法を紹介する。このような手法を理解すれば，どのような構成材料をどのように配置すれば要求される性質が得られるかをシミュレーションによって求めることができて，異材接合材料をニーズに合うように設計することが可能であり，その新しい応用が期待できる。

二つめの観点は，母材中にだ円形ならびに回転だ円体状介在物が分散されて存在するときの応力集中の考え方に関するものである。応力集中として，例えば円孔を有する広い板では応力集中が3となることは設計技術者にはよく知られている。それに比べて，母材と比べて剛性の大きな介在物の応力集中は1以下であるといった誤った見方がなされてきた。確かに，荷重軸と直角をなす主軸端（赤道上）の応力集中は1以下となるが，荷重軸と一致する軸端（極点）の応力集中は1以上となることに注意する必要がある。特に，介在物の応力集中問題は介在物と母材の弾性係数が影響するので，より複雑な問題となる。そこで，本書では，2次元の円形介在物と3次元の球状介在物のような基本的な場合から複数個の介在物の干渉問題まで含めて，厳密な解法が可能である体積力法の結果に基づいて統一的に説明を行う。これらは異種材料接合により生じる応力集中を理解するため，まず学ぶべき基本問題であり，例えば，高強度鋼の疲労破壊起点となる介在物の影響を考える上でも必要となる。この例のように，あらゆる実用材料は複合材としての性質をある程度有するので，その応用範囲は広い。

三つめの観点は，接着構造材の強度評価に関するものである。接着技術の進歩は機械や構造物をはじめ，最近の新規製品や軽量化・コンパクト製品などの開発を支える基盤技術として重要な役割を果たしている。また，接着技術の発展に依存している産業分野は大変広く，その技術開発には多くの研究者，技術者が関心を寄せている。しかし，一方で，形状が変化しない単純な長方形状板の引張りでも，それに接着部があると接着剤が異種材料とみなされるため，接合界面端部に大きな応力集中が生じる。このことは現在でもしばしば見逃されるので技術者は十分に注意する必要がある。特に，本書ではその無限大となる応力集中の強さを有限要素法で正確に評価する方法を提案するとともに，その

接着接合板の強度評価方法の有用性を示す。

以上述べたように，本書は異種材料接合材に関連するすべてを網羅するものではないが，その材料力学問題を三つの観点から説明し，新しい研究成果も紹介することで全般的な理解を深める構成となっている。本書が異種材料接合構造の設計や材料開発に携わる技術者や研究者の理解の助けになることを願っている。

本書の基となる研究成果は，1980年から九州工業大学野田研究室で行ってきた研究論文に基づいている。これらの論文を野田，佐野，堀田，高瀬の著者等が編集し，技術者向け連載講座（機械設計（日刊工業新聞社），2012年11月号～2015年12月号）に掲載してきた。本書はこれらの原稿をベースにして再編集して，まとめたものである。

本書の骨子となる論文作成に携わっていただいた以下の研究室メンバーに心から感謝する。

武内健一郎君（三菱化学株式会社）と和田高志君（大和ハウス工業株式会社）には，異なる材料を組み合わせた際の平均的弾性係数の研究に協力いただいた。今橋智則君（株式会社ヤマナカゴーキン），松尾忠利君（福島工業高等専門学校准教授），金子 尊君（MHI下関エンジニアリング株式会社），藤田淳也君（日本精工株式会社），林田一志君（日之出水道機器株式会社），泊 賢治君（三菱化学株式会社），川島裕二君（パナソニック株式会社），森山伸也君（九州大学），小田和広君（大分大学教授），井上隆行君（福徳長酒類株式会社）には，介在物の応力集中の解析を担当いただいた。張 玉君（中国石油大学副教授），高石謙太郎君（東芝三菱電機産業システム株式会社），蘭 欣君（山東大学副教授）は接着構造の応力集中の解析に協力いただいた。深くお礼申し上げます。

2017年3月

著 者

目　　　　次

1.　異種接合材料の材料力学

2.　母材中に存在する介在物により生じる応力集中(無限板, 無限体)

3.　接着接合部に生じる応力集中と接合強度の評価法

4.　異種材料接合設計の応用と展望

付録　有限要素法と体積力法

1. 異種接合材料の材料力学

異種材料の接合物（複合材料や接着材料）は増加の一途であり，設計技術者が材料の選定から加工性や強度・信頼性について検討すべき機会は多い。しかし，多くの資料に裏打ちされた金属や合金などと異なり，実験的な研究例は多いものの，設計計算的なアプローチや解析手法の確立を目指した実例は少ないようである。接合材料の解析において重要なことは，母材と強化材の特性と複合材料の内部構造を把握することであるが，特に前者については解析で与える物性データが効率良く入手できないのが実情である。複合材料の強度計算において，実務上必要となるのはまず弾性係数であるが，材料の種類によらない統一的な計算の仕方については，設計便覧においても記載は少ない。

本章では親しんできた材料力学に登場する複合材料の例題を示し，異種接合材の代表的な例として一方向連続繊維強化材を取り上げて複合材料の弾性係数を求めるための重要な法則である複合則について説明する。そして，複合材料の繊維軸方向縦弾性率，繊維垂直方向縦弾性率，ポアソン比，横弾性係数の計算の仕方について説明する。つぎに，より実際的な問題として複合材は母材と介在物の複合体とみなせることから，介在物等が存在する複合材料の弾性係数の計算方法を2次元および3次元の場合について解説を行う。

1.1 複合則と異種接合材の弾性係数の計算

1.1.1 材料力学に登場する複合材料に関する計算

材料力学の教科書には，複合構造物の問題がいくつか登場している。今後の話の展開を考えて適切な例題を以下に紹介して異種材料の接合問題としても考えられることを紹介するとともに今後の異種材料の接合設計に関する入門としたい。

【材料力学の例題】同心に配置された同じ長さの円柱と円筒の圧縮

図 1.1 のような異種材料の円柱と円筒で構成された複合構造物がある。円柱と円筒は同じ長さであり，剛体板を介して圧縮荷重 P を受けている。円柱と円筒の横断面積を A_1，A_2，**縦弾性係数**を E_1，E_2 とするとき，円柱と円筒に生じる応力 σ_1，σ_2 と縮み量 λ_1，λ_2 を求めよ。

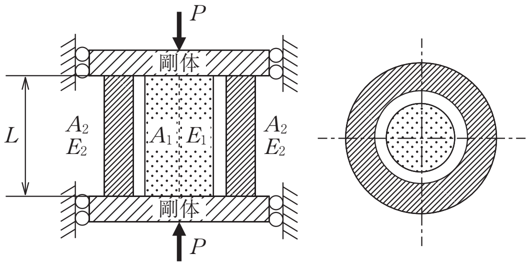

図 1.1　異種材料の円柱と円筒で構成された複合構造物

【解答】 **図 1.2** のように円柱および円筒 P_1，P_2 によって単独に圧縮されるとすれば，剛体板に作用する力の釣合いより

$$P = P_1 + P_2 \tag{1.1}$$

しかし，式 (1.1) のみからは P_1，P_2 は決まらない。この場合に円柱と円筒の縮み量 λ_1，λ_2 は

$$\lambda_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1}, \quad \lambda_2 = \frac{P_2 L}{A_2 E_2} \tag{1.2}$$

そして

$$\lambda_1 = \lambda_2 \tag{1.3}$$

でなければならないから式 (1.2) を式 (1.3) に代入すれば P_1，P_2 に関する次式が得られる。

$$\frac{P_1 L}{A_1 E_1} = \frac{P_2 L}{A_2 E_2} \tag{1.4}$$

式 (1.1) と式 (1.4) を解けば P_1，P_2 が求まり

$$P_1 = \frac{A_1 E_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P, \quad P_2 = \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P \tag{1.5}$$

そこで円柱と円筒に生じる応力 σ_1，σ_2 は式 (1.5) より

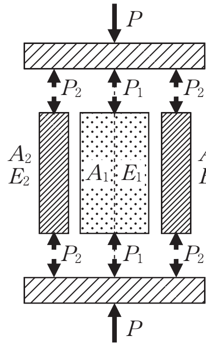

図 1.2　円柱と円筒に作用する力

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{P_1}{A_1} = \frac{1}{A_1} \times \frac{A_1 E_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P = \frac{E_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P \\ \sigma_2 &= \frac{P_2}{A_2} = \frac{1}{A_2} \times \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P = \frac{E_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

となる。また，円柱と円筒の縮み量 λ_1，λ_2 も式 (1.2) と式 (1.5) より

$$\lambda_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1} = \frac{A_1 E_1}{A_1 E_1 + A_2 E_2} P \times \frac{L}{A_1 E_1} = \frac{PL}{A_1 E_1 + A_2 E_2} \tag{1.7}$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 = \frac{PL}{A_1 E_1 + A_2 E_2} \tag{1.8}$$

となる。ここで図 1.1 において，複合構造物全体としての応力を σ^*，ひずみを ε^*，縮みを λ とすると $\sigma^* = \varepsilon^* E^*$ であるから

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\varepsilon^*} = \frac{\dfrac{P}{\left(A_1 + A_2\right)}}{\dfrac{\lambda}{L}} \tag{1.9}$$

また，式 (1.3) より

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 \tag{1.10}$$

式 (1.9) と式 (1.10) より

$$\begin{aligned}E^* &= \frac{PL}{\lambda\left(A_1 + A_2\right)} = \frac{A_1 E_1 + A_2 E_2}{PL} \times \frac{PL}{\left(A_1 + A_2\right)} \\ &= \frac{A_1 E_1 + A_2 E_2}{A_1 + A_2} = \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2}\right) E_1 + \left(\frac{A_2}{A_1 + A_2}\right) E_2\end{aligned} \tag{1.11}$$

と表される。式 (1.10) より図 1.1 の複合構造物全体としての等価縦弾性係数 E^* はそれぞれの異種材料の縦弾性係数と（断面積/全体の断面積）の積を足し合わせた形となっている。このような表現は一般に**複合則**として知られている。

1.1.2　複合材料の複合則と縦弾性係数，ポアソン比，横弾性係数

（1）　繊維軸方向縦弾性係数 E_L

前項に示したように複合材料の平均的な性質を調べるには**複合則**（rule of mixture）がよく用いられる。**複合則**とは異種材料の縦弾性係数の違いによって生じる界面における応力やひずみの不連続性をまったく考慮せずに異種材料の配列や分散状態から，複合材料全体の**等価縦弾性係数**や他の特性を導こうと

するものである。

テニスラケットや釣竿に用いられているような一方向連続繊維強化材の繊維軸方向縦弾性係数 E_L を考える。**図 1.3** に示すような繊維軸方向引張モデルにおいて，ひずみ $\varepsilon_L=\Delta L/L$ は繊維とマトリックスのどちらにも共通であり，どちらも等方性弾性体としても応力は繊維とマトリックスとでは異なる。繊維とマトリックスの断面積と縦弾性係数をそれぞれ A_f，A_m，E_f，E_m とすると，繊維の応力 σ_f とマトリックスの応力 σ_m はそれぞれ，次式で表される。

$$\sigma_f=E_f\varepsilon_L,\quad \sigma_m=E_m\varepsilon_L \tag{1.12}$$

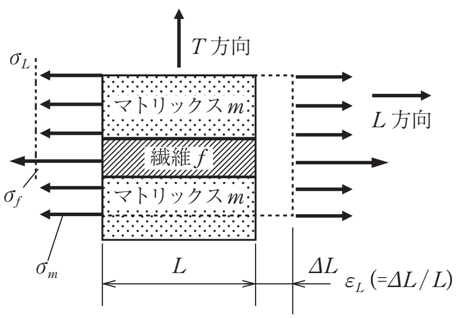

図 1.3　繊維軸方向引張モデル（均一ひずみモデル）

全断面積 $A=A_m+A_f$ であるので，断面積の平均応力を σ_L とすると，全引張加重 P は

$$P=\sigma_L A=\sigma_f A_f+\sigma_m A_m \tag{1.13}$$

と表される。また，σ_L は

$$\sigma_L=E_L\varepsilon_L \tag{1.14}$$

となる。ここで，E_L は σ_L と ε_L の比例定数である。

式 (1.12)，式 (1.14) を式 (1.13) に代入して，繊維体積含有率

$$V_f=\frac{A_f}{A},\quad V_m=\frac{A_m}{A}=1-V_f$$

を用いると，次の複合則が導かれる。

$$E_L=E_fV_f+E_mV_m=E_fV_f+E_m(1-V_f) \tag{1.15}$$

式 (1.15) を複合則といい，一方向強化材料で最も重要な法則である。

（2）　繊維垂直方向縦弾性係数

つぎに，繊維垂直方向縦弾性係数を考える。**図 1.4** のようなモデルにおいて，繊維とマトリックスの応力 σ_T は共通で，かつ，どちらも等方性弾性体とすると仮定する。このとき，ひずみは繊維とマトリックスとでは異なる。繊維のひずみ ε_{fT} とマトリックスのひずみ ε_{mT} はそれぞれ

$$\varepsilon_{fT}=\frac{\sigma_T}{E_f},\quad \varepsilon_{mT}=\frac{\sigma_T}{E_m}\qquad(1.16)$$

で表される。

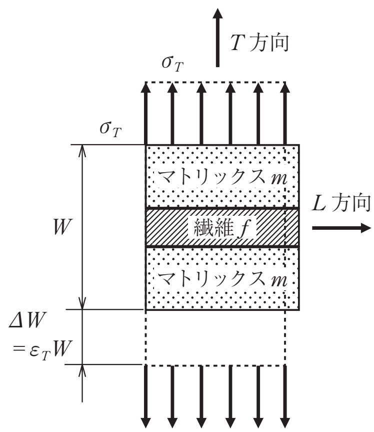

図 1.4　繊維垂直方向引張モデル（均一応力モデル）

T 方向の平均ひずみを ε_T，T 方向の伸び ΔW は，繊維垂直方向長さ W を用いて，次式となる。

$$\Delta W=\varepsilon_T W\qquad(1.17)$$

ただし，$\Delta W=\Delta W_f+\Delta W_m$ である。

繊維部分とマトリックス部分の長さは，おのおの V_fW，V_mW と表せることから，繊維の伸び ΔW_f とマトリックス部分の伸び ΔW_m は

$$\Delta W_f=\varepsilon_{fT}V_fW,\quad \Delta W_m=\varepsilon_{mT}V_mW\qquad(1.18)$$

となる。ここで，全体の伸びであるから，この式に式 (1.16) ～ (1.18) を代入し，E_T の定義式 $\sigma_T=E_T\varepsilon_T$ を用いると，E_T の表示式が求められる。

$$\frac{1}{E_T}=\frac{V_f}{E_f}+\frac{V_m}{E_m},\ \text{または}\ E_T=\frac{E_fE_m}{E_f\left(1-V_f\right)+E_mV_f}\qquad(1.19)$$

（3）　主ポアソン比 ν_{LT}

主ポアソン比 ν_{LT} は，L 方向に引張ったときの，L 方向の伸びひずみと T 方向の収縮ひずみの割合を表す。**図 1.5** に示すような，均一ひずみモデルを考えると，ポアソン比 ν_{LT} は，式 (1.15) と同様に次式で与えられる。

索　　　引

――著者略歴――

野田　尚昭（のだ　なおあき）
1984 年　九州大学大学院工学研究科博士課程修了（機械工学専攻）
　　　　工学博士
1984 年　九州工業大学講師
1985 年　米国リーハイ大学客員研究員
1987 年　九州工業大学助教授
2003 年　九州工業大学教授
　　　　現在に至る

堀田　源治（ほった　げんじ）
1979 年　九州工業大学工学部第二部機械工学科卒業
1979 年　日本国有鉄道勤務
1985 年　株式会社メイテック勤務
1995 年　株式会社日鉄エレックス勤務
2008 年　有明工業高等専門学校教授
　　　　現在に至る
2015 年　博士（工学）（熊本大学）

佐野　義一（さの　よしかず）
1967 年　九州大学大学院工学研究科修士課程修了（機械工学専攻）
1967 年　日立金属株式会社勤務
1996 年　博士（工学）（九州大学）
2002 年　九州職業能力開発大学校特任教授
2004 年　九州大学学術研究員
2004 年　株式会社日立金属若松技術顧問
2010 年　九州工業大学支援研究員
2016 年　丸栄化工株式会社技術顧問
　　　　現在に至る

髙瀬　　康（たかせ　やすし）
1993 年　九州工業大学工学部設計生産工学科卒業
2002 年　九州工業大学技術専門職員
　　　　現在に至る
2007 年　博士（工学）（九州工業大学）

異種接合材の材料力学と応力集中
Mechanics and Stress Concentration for Bonded Dissimilar Materials

2017 年 5 月 17 日　初版第 1 刷発行　★

検印省略

著　　者　野田尚昭
　　　　　堀田源治
　　　　　佐野義一
　　　　　高瀬　康
発 行 者　株式会社 コロナ社
　　　　　代表者 牛来真也
印 刷 所　新日本印刷株式会社
製 本 所　株式会社 グリーン

112-0011　東京都文京区千石 4-46-10
発 行 所　株式会社 **コ ロ ナ 社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ　http://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-04652-6　C3053　Printed in Japan　（森岡）