

工業力学の基礎

福田 勝己 共著
鈴木 健司

コロナ社

ま え が き

工業力学は、工業高等専門学校や大学工学部の機械系の学科において、工学の基礎となる重要な科目である。機械系の学科で学習する力学関連の科目には、材料力学、機械力学、流体力学、熱力学のいわゆる4力学と呼ばれている科目があるが、工業力学は、これらの力学関連の科目の基礎となる科目である。

教養課程においても多くの学生諸君は物理（物理学）の中で力学を学習したかと思うが、その内容をより実際の機械構造物に応用して学習するのが工業力学である。

本書では、工業高等専門学校や大学工学部の機械系の学科の低学年において、はじめて工業力学を学習しようとする学生諸君が、基礎知識がほとんどなくても工業力学の基礎を理解し、その諸問題を解決するための糸口を見出すことができるように、基礎事項をよりわかりやすく詳しく解説した。工業力学の習得後に学習する力学関連の科目の入門書として本書を活用してほしい。特に機械工学を志す学生諸君は、本書を繰り返し学習することによってその内容を理解し、工業力学の基礎について理解をより深めていただきたい。本書は、基礎をわかりやすく丁寧に解説しているとはいっても、その内容のレベルを低くしていることはなく、学生諸君にも十分に満足していただける一定のレベルを維持することができたと自負している。

各章には多くの例題を挙げて、理解を深めるためにできるだけ詳しく解説を加えた。これらの例題には、比較的基本的な問題を精選し、例題を理解するだけで工業力学の基礎が習得できるように心がけた。より深く学習したい学生諸君は、さらに章末の演習問題を解答して理解を深めていただきたい。

本書での学習によって、工業力学の基礎を理解し、機械工学の基幹科目である工業力学を習得して得られた知識が、今後の学習や研究に繋がれば幸いである。

本書を執筆するにあたり多くの図書を参考にした。また，コロナ社の方々には，本書を出版するにあたり多大なご協力をいただいた。この場を借りて心からお礼申し上げる。

2016年10月

著 者

目 次

0章 力学を学ぶための準備

0.1 有効数字	1
0.1.1 誤差と有効数字	1
0.1.2 有効数字を明示する表記法	2
0.1.3 有効数字を考慮した測定値の計算方法	2
0.2 力学で用いられる物理量と単位	5
演習問題	10

1章 カとモーメント

1.1 カと力学	11
1.1.1 力学の分類	11
1.1.2 カとベクトル	11
1.2 一点に働く力	13
1.2.1 二つの力の合力	13
1.2.2 力の分解	15
1.2.3 力の成分	15
1.2.4 一点に働く多数の力の合力	16
1.3 剛体に働く力	18
1.3.1 力のモーメント	18
1.3.2 モーメントの合成	21

1.3.3 剛体に働く二つの力の合力	22
1.3.4 剛体に働く複数の力の合力	24
1.4 偶 力	27
1.5 図 式 解 法	29
演 習 問 題	32

2章 力の釣合い

2.1 一点に働く力の釣合い	34
2.1.1 一点に働く二つの力の釣合い	35
2.1.2 一点に働く三つ以上の力の釣合い	35
2.2 剛体上の複数の点に働く力の釣合い	37
2.2.1 力の釣合いの条件	37
2.2.2 剛体に働く力の洗い出し	38
2.2.3 剛体に働く二つの力の釣合い	39
2.2.4 剛体に働く三つの力の釣合い	40
2.3 反 力	40
2.3.1 接触している物体から受ける反力	40
2.3.2 支点と支点反力	44
2.4 ト ラ ス	47
2.4.1 接 点 法	48
2.4.2 切 断 法	52
演 習 問 題	54

3章 重 心

3.1 重 心	57
3.2 重心位置の測定法	66

3.3	パップスの定理	68
3.4	物体の安定性と重心	71
3.4.1	釣合いの安定性	71
3.4.2	物体の転倒	72
3.5	分布力	73
	演習問題	75

4章 運動学

4.1	並進運動	78
4.1.1	直線運動の速さ	79
4.1.2	直線運動の速度	79
4.1.3	速さ, 速度の単位	80
4.1.4	直線運動の加速度	82
4.1.5	等加速度直線運動	84
4.1.6	曲線運動の変位, 速度, 加速度	85
4.1.7	放物運動	87
4.2	相対運動	92
4.3	回転運動	94
4.4	等速円運動と等角加速度円運動	95
	演習問題	96

5章 質点の動力学

5.1	ニュートンの運動の法則	99
5.1.1	第1法則: 慣性の法則	99
5.1.2	第2法則: 運動方程式	100
5.1.3	第3法則: 作用・反作用の法則	101

5.2 慣性力	102
5.3 求心力と遠心力	105
演習問題	108

6章 剛体の動力学

6.1 固定軸のまわりの回転運動	109
6.1.1 回転運動の方程式	109
6.1.2 剛体の回転による不釣り合い	112
6.2 慣性モーメントに関する定理	114
6.3 簡単な形状の物体の慣性モーメント	116
6.3.1 細い棒	116
6.3.2 長方形の板と直方体	117
6.3.3 円板と直円柱	118
6.3.4 球	119
6.4 剛体の平面運動	122
6.5 剛体の平面運動の方程式	125
演習問題	131

7章 摩 擦

7.1 静摩擦	134
7.2 摩擦角	135
7.3 動摩擦	136
7.4 転がり摩擦	137
7.5 機械要素などの摩擦	139
7.5.1 ベルト	139
7.5.2 ブレーキ	142

7.5.3 く さ び	144
7.5.4 ね じ	146
7.5.5 軸 受	148
演 習 問 題	150

8章 運動量と力積

8.1 運 動 量	152
8.2 力 積	153
8.3 運動量と力積との関係	153
8.4 運動量保存の法則	154
8.5 角運動量と力積のモーメント	158
8.6 角運動量保存の法則	159
8.7 物 体 の 衝 突	159
8.7.1 はね返り係数 (反発係数)	161
8.7.2 斜 め 衝 突	162
8.7.3 動いている物体どうしの衝突	164
8.7.4 偏 心 衝 突	165
8.7.5 打 撃 の 中 心	167
演 習 問 題	168

9章 仕事, 動力, エネルギー

9.1 仕 事	170
9.1.1 仕 事 と 単 位	170
9.1.2 重力がする仕事	172
9.1.3 摩擦がする仕事	173
9.1.4 ばねがする仕事	175

9.2 動力	175
9.3 エネルギー	177
9.3.1 運動エネルギー	177
9.3.2 位置エネルギー	178
9.3.3 回転運動エネルギー	179
9.3.4 力学的エネルギー保存の法則	180
9.3.5 力学的エネルギー保存の法則の応用	181
9.3.6 てこ, 滑車, 輪軸	186
9.3.7 機械の効率	191
演習問題	192

10章 振 動

10.1 単 振 動	195
10.2 1自由度系の自由振動	196
10.3 1自由度系の減衰自由振動	200
10.3.1 過減衰 ($\zeta > 1$)	201
10.3.2 臨界減衰 ($\zeta = 1$)	202
10.3.3 不足減衰 ($\zeta < 1$)	202
10.4 等 価 ば ね	204
10.5 共 振	206
10.6 2自由度系の振動	206
演習問題	209
引用・参考文献	210
演習問題解答	211
索 引	216

0

力学を学ぶための準備

工学では、実社会における物体の運動を理論的に予測したり、ものづくりにおいて材料の強度などの設計を行うために力学を用いる。そのためには、力学現象を数式で表現するだけでなく、物体に働く力や、変位、速度、加速度などを具体的な数値で表して検討していく必要がある。本章では力学を学ぶための準備として、さまざまな物理量を表すための数値、単位などについて学ぶ。

0.1 有効数字

0.1.1 誤差と有効数字

工学で扱う数値は測定値であることが多く、測定値にはある程度の**誤差** (error) を含んでいる。誤差とは測定値と真の値の差のことであり、測定値を x 、真の値を a 、誤差を Δx とすれば、 $\Delta x = x - a$ の関係がある。また、誤差を測定値で割ったもの ($\Delta x/x$) を**相対誤差** (relative error) といい、これに対して誤差 Δx そのものを**絶対誤差** (absolute error) という。

図 0.1 に示すように、ある物体の長さを定規で測定する場合を考える。定規の目盛を目視で読み取ると 17.5 mm と読み取れる。最後の桁の 5 は目分量で読み取っているので ± 0.1 mm 程度の誤差を含み、真の値は 17.4 mm から 17.6 mm の間にあると考えられる。この場合「1, 7, 5」の 3 桁は測定値として意味のある数字であり、これを**有効数字** (significant figure) という。

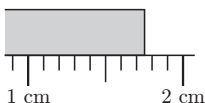


図 0.1 定規による長さの測定

一般にアナログ表示の測定器を用いる場合には、最小目盛の1/10までを目視で読み取り、有効数字とする。デジタル表示の測定器では、表示の最小桁までを有効数字とする。

次に、同じ物体をマイクロメータで測定して17.50 mmという測定値が得られたとする。この場合の誤差は ± 0.01 mm程度と考えられ、末尾の0も測定値として意味をもつ。したがって有効数字は「1, 7, 5, 0」の4桁となり、末尾の0は省略できない。このように有効数字の桁数は測定器の精度によって変化する。また、有効数字が n 桁であれば、 n 桁の数値に対して誤差は ± 1 以下と考えられるので、相対誤差は $1/10^n$ 程度となる。このように有効数字の桁数は、相対誤差の大きさを表している。

0.1.2 有効数字を明示する表記法

距離の測定値が1500 mと表記されている場合、末尾の0が有効数字であるかどうかは明確ではない。有効数字が4桁であることを明示する場合には、 1.500×10^3 mと表記し、有効数字が2桁であれば 1.5×10^3 mとする。また、0.0250 mのように測定値が1より小さい場合には、上位の0.0は桁をそろえるためのものであり有効数字ではない。この場合も 2.50×10^{-2} mのように表記すれば、有効数字が3桁であることが明確になる。このように有効数字の桁数を明示するためには、小数点より上が1~9の1桁の数となるようにして、「 $\bigcirc.\bigcirc\bigcirc\cdots \times 10^n$ (n は整数)」の形で表記する。

0.1.3 有効数字を考慮した測定値の計算方法

測定値は、測定精度に応じた有効数字をもっているため、その測定値を用いた計算結果についても有効数字を考慮する必要がある。電卓などを用いて計算された桁数の多い数字には、意味のない数字も含まれるため、計算結果を有効桁数で打ち切る操作が必要である。この操作を、「数値を丸める」という。数値の丸め方は、有効桁の一つ下の桁の数値を四捨五入する方法が一般的であるが、端数がちょうど半分(5, 50, 500など)のときには、切り上げと切り下げの頻

度を同じにするため、有効数字の最終桁が偶数になるように切り上げまたは切り下げを行う方法もある（JIS Z 8401 規則 A）。

〔1〕 **和と差の計算** 誤差を含む数値の和・差を計算する場合には、計算結果の有効数字は各数値の「有効桁位」の高いものにそろえる。「有効桁数」には無関係である。以下の例では、誤差を含む数字を下線で示している。

例 1) $56.346 + 1.23$ 例 2) $0.50 + 9.73$ 例 3) $4.35 - 4.28$

$$\begin{array}{r} 56.346 \\ +) 1.23 \\ \hline 57.576 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.50 \\ +) 9.73 \\ \hline 10.23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.35 \\ -) 4.28 \\ \hline 0.07 \\ \hline \end{array}$$

例 1 では、56.346 の有効数字は小数第 3 位まで、1.23 の有効数字は小数第 2 位までであるため、計算結果は有効桁位が高いほうの小数第 2 位まで求めて 57.58 とする（小数第 3 位を四捨五入）。小数第 2 位に誤差が含まれているため小数第 3 位以降を求めても意味がない。例 2、例 3 はともに有効数字が小数第 2 位までの和、差であるので、計算結果も小数第 2 位まで求める。例 2 では、有効数字 2 桁と 3 桁の足し算で、結果は有効数字 4 桁になっている。例 3 では、有効数字 3 桁どうしの引き算で、結果は有効数字 1 桁に減少している（桁落ち）。このように和と差の計算では、「有効桁位」をそろえるため、「有効桁数」は変化する場合がある。

〔2〕 **積・商の計算** 誤差を含む値の積・商を計算する場合、結果の有効数字は、各数値の「有効桁数」の少ないものにそろえる。

例 4) 5.234×0.358 例 5) $543.4 \div 235$

$$\begin{array}{r} 5.234 \\ \times) 0.358 \\ \hline 41\ 872 \\ 261\ 70 \\ 1\ 570\ 2 \\ \hline 1.873\ 772 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.312 \\ 235 \overline{) 543.4} \\ \underline{470} \\ 73\ 4 \\ \underline{70\ 5} \\ 2\ 90 \\ \underline{2\ 35} \\ 550 \\ \hline \end{array}$$

例 4 は有効数字 4 桁と 3 桁の掛け算であり、計算結果の 3 桁目に誤差を含んでいることがわかる。したがって結果は有効桁数が少ないほうの 3 桁まで求めて 1.87 とする (4 桁目を四捨五入)。例 2 は有効数字 4 桁と 3 桁の割り算であり、計算結果の 3 桁目に誤差を含むことがわかる。結果は有効桁数が少ないほうの 3 桁まで求めて 2.31 とする。

〔3〕 **計算を複数回続けるときの有効数字** 誤差を含む数値を用いた計算を複数回続けて行う場合は、誤差が蓄積されていくため、途中の計算結果の有効数字は 1 桁以上多くとる。電卓で計算を行うときには、途中の計算結果は丸める必要はなく、最後の結果のみを、必要な有効桁数に丸めるようにする。

数学的に定義される定数や精密に測定された数値を用いて計算する場合にも、ある桁数で打ち切った値は近似値となり誤差を含む。例えば円周率は $3.14159265\dots$ であるが、これを 3 桁で打ち切って 3.14 とすれば誤差は $0.00159\dots$ となる。打ち切る桁数は、計算に用いるほかの測定値の有効桁数よりも 1 桁以上大きくするのが望ましい。例えば半径 2.94 mm の円の面積を計算する場合、円周率は 3.14 ではなく 3.142, 3.1416 などを用い、計算結果の有効数字は 2.94 に合わせて 3 桁とすれば、円周率の誤差の影響は少なくなる。

$$2.94 \times 2.94 \times 3.14 = 27.140\dots = 27.1 \text{ mm}^2$$

$$2.94 \times 2.94 \times 3.1416 = 27.154\dots = 27.2 \text{ mm}^2$$

また、重力加速度の値は、地球上の場所によって異なり、赤道上では約 9.78 m/s^2 、北極、南極では約 9.83 m/s^2 である。この差は、主に地球の自転による遠心力の違いが原因である。国際度量衡総会では、標準重力加速度の値を $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ と定めている。本書では特に断りがない限り、重力加速度は 9.81 m/s^2 を用い、有効数字は 3 桁として計算を行うものとする。

力学の問題文中に「質量 2 kg」などの物理量が出てくる場合、測定値という断りがなければ正確に 2 kg と仮定している場合が多く、有効桁数は無限大と考えて差し支えない。しかし、この値と誤差を含む数値との計算を行う場合には、有効数字を考慮する必要がある。

例題 0.1 銅製の立方体の一辺の長さを測定したところ 23.4 mm であった。この立方体の体積 V [mm³] と質量 m [kg] を求めよ。ただし銅の密度は 8.94×10^3 kg/m³ とする。

解答 測定値の有効数字は 3 桁であるから、計算の過程では 4 桁以上まで求め、結果の有効数字は 3 桁とする（体積を 1.28×10^4 mm³ として計算すると、 $m = 1.14 \times 10^{-1}$ kg となる）。

$$23.4 \times 23.4 \times 23.4 = 12812.904 \quad \therefore V = 1.28 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

$$1.281 \times 10^4 \times 10^{-9} \times 8.94 \times 10^3 = 0.1145 \dots \quad \therefore m = 1.15 \times 10^{-1} \text{ kg} \blacklozenge$$

0.2 力学で用いられる物理量と単位

力学では、力、質量、時間、長さ、速度、加速度など、さまざまな物理量が用いられる。各物理量は、基準となる大きさを示す**単位** (unit) と、その単位の何倍かを示す数値で表される。国際度量衡総会は 1960 年に**国際単位系** (仏: Le Système International d'Unités, 略称 SI) を採用することを決定し、その後、国際標準化機構 (ISO) や日本工業規格 (JIS) でも SI 単位が導入され、世界的に SI 単位の使用が求められるようになった。

力学で用いられる最も基本的な物理量には、長さ、質量、時間があり、これらの単位を**基本単位** (basic unit) と呼ぶ。SI 単位では、基本単位をメートル [m]、キログラム [kg]、秒 [s] とする MKS 単位系が採用されている。基本単位として [cm]、[g]、[s] を用いるものは CGS 単位系と呼ぶ。また、熱力学や電磁気学の単位なども含めると、SI の基本単位は表 0.1 に示す 7 種類となる。

面積 (= 長さ \times 長さ, m²)、速さ (= 長さ / 時間, m/s) などの単位は、基本単位の組み合わせとして表されるため、**組立単位** (assembly unit) と呼ばれている。また、物理量を、基本物理量である長さ L (length)、質量 M (mass)、時間 T (time) の組み合わせで表したときの組み合わせ方を**次元** (dimension)

索 引

【あ】			
圧縮材	49	過減衰	201
圧力	73	加速度	82, 170
安定なすわり	71	滑車	187
安定な釣合い	71	換算質量	167
		慣性	99
		——の法則	99
		慣性モーメント	110
		慣性力	103
【い】		【き】	
位置エネルギー	178	機械振動	194
移動支点	44	機械の効率	191
		基本単位	5
【う】		求心力	105
ウインチ	190	共振	206
運動	78	強制振動	194
運動エネルギー	177	極慣性モーメント	115
運動学	78	距離	170
運動方程式	100		
運動量	152	【く】	
運動量保存の法則	155	偶不釣合い	113
		偶力	27
【え】		くさび	144
エネルギー	177	組立単位	5
円振動数	195		
遠心力	105	【け】	
		経路	78
【か】		減衰固有角振動数	203
回転運動	94, 122	減衰固有周期	203
——の方程式	110	減衰固有振動数	203
回転支点	44	減衰自由振動	200
回転半径	111	減衰比	201
角運動量	158		
角加速度	94, 95	【こ】	
角振動数	195	剛体	11, 18
角速度	94		
角変位	94	行程	78
		合力	13
		国際単位系	5
		誤差	1
		固定支点	44
		弧度法	7
		固有円振動数	199
		固有角振動数	199
		固有周期	199
		転がり摩擦係数	138
		【さ】	
		差動滑車	189
		作用	41
		作用線	12
		作用点	12
		作用・反作用の法則	40, 101
		【し】	
		軸受	148
		次元	5
		仕事	170
		——の原理	188
		仕事率	175
		質量	100
		支点	44
		周期	195
		重心	57
		自由振動	194
		自由度	195
		瞬間中心	123
		純粋モーメント	21
		示力図	30
		自励振動	194
		振動	194

振動系	196
振動数	195
【す】	
垂直抗力	41
垂直反力	41
スカラー	12, 80
スラスト軸受	148
【せ】	
静止摩擦力	134
静的不釣合い	113
静力学	11, 34
絶対運動	93
絶対誤差	1
絶対速度	93
切断法	52
接点	48
接点法	50
【そ】	
騒音	194
相對運動	92
相對誤差	1
相對速度	93
速比	187
【た】	
打撃の中心	168
ダランベールの原理	103
単位	5
単振動	195
——の運動方程式	197
弾性エネルギー	175
【ち】	
力	11
——の合成	13
——の三角形	13
——の多角形	16
——の分解	15
——のモーメント	11, 19
——の3要素	12

力比	186
着力点	12
中立なすわり	72
中立な釣合い	72
調和振動	195
直列ばね	204
【つ】	
釣合い	34
釣合せ	113
【て】	
定滑車	187
てこ	186
【と】	
等加速度直線運動	84
動滑車	187
等価ばね	204
等速円運動	95
等速度運動	81
動的不釣合い	113
動摩擦力	134
動力学	11
動力	175
トラス	48
トルク	20
【に】	
ニュートンの運動の法則	99
【ね】	
ねじ	146
【は】	
ハウの記号法	30
パップスの定理	69
はね返り係数	161
ばね振り子	184
バリニオンの定理	21
反作用	41
反発係数	161
反力	41

【ひ】	
非減衰1自由度系の振動	196
引張材	49
【ふ】	
不安定なすわり	71
不安定な釣合い	71
複合滑車	188
部材	47
不足減衰	203
ブレーキ	142
分力	15
【へ】	
平均値	194
平衡点	194
並進運動	78, 122
平面運動	122
並列ばね	205
ベクトル	12, 80
ベルト	139
変位	79
偏心衝突	165
【ほ】	
放物運動	87
保存力	173
骨組構造	47
【ま】	
摩擦	134
摩擦角	135
摩擦力	134
【も】	
モーメントの腕	19
【ゆ】	
有効数字	1

【ら】		【り】		—のモーメント	158
ラジアル軸受	148	力学	11	臨界減衰	202
ラミの定理	36	力学的エネルギー保存の		輪 軸	190
ラーメン	48	法則	180	【れ】	
		力 積	153	連力図	30
◆					
【数 字】		—の振動	196	2 自由度	207
1 自由度系		—の調和振動	197		
		1 自由度振動系	196		

— 著者略歴 —

福田 勝己 (ふくだ かつみ)

1976年 東京電機大学工学部第二部機械
工学科卒業
1980年 東京大学助手
1981年 工学院大学工学専攻科修了(機械
工学専攻)
1993年 東京電機大学大学院工学研究科
修士課程修了(電気工学専攻)
2000年 博士(工学)(東京大学)
2004年 東京工業高等専門学校教授
2014年 産業技術総合研究所客員研究員
2016年 東京工業高等専門学校名誉教授,
特任教授
現在に至る

鈴木 健司 (すずき けんじ)

1988年 東京大学工学部機械工学科卒業
1990年 東京大学大学院工学系研究科修士
課程修了(機械工学専攻)
1993年 東京大学大学院工学系研究科博士
課程修了(機械工学専攻)
博士(工学)
1993年 東京大学助手
1995年 東京大学講師
2004年 工学院大学助教授
2007年 工学院大学准教授
2009年 工学院大学教授
現在に至る

工業力学の基礎

The Basis of Engineering Mechanics

© Katsumi Fukuda, Kenji Suzuki 2016

2016年12月16日 初版第1刷発行



検印省略

著者 福田 勝己
鈴木 健司
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04648-9 (新井) (製本:愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします