

まえがき

コンピュータ技術の発展に伴い、以前では考えられないような複雑な現象を汎用ソフトウェアで簡単に扱えるようになってきている。これはたいへん喜ばしいことである反面、手法の中身を理解することなく解析者が扱えるということから、誤った解析結果を導いてしまう危険性をはらんでいる。

固体力学分野においても、コンピュータがない時代には扱えなかったさまざまな非線形問題を汎用ソフトウェアで処理することができる。ここで、解析者が十分に手法の原理を理解することなく問題が解かれるからといって、問題そのものが簡単になったわけではないことに注意が必要である。複雑な現象は、やはり注意深い考察に基づく裏づけがあって初めて解かれるものである。

固体力学を深く理解するためには、テンソル解析の知識が重要である。これなしには、ひずみや応力といったきわめて基本的な物理量すら定義することができない。

さて、前著『ベクトル解析からはじめる固体力学入門』では、できる限り証明や丁寧な説明は避け、直観的かつ最短距離で理解できるようにテンソル解析を導入し、固体力学の基礎について説明を行った。しかし、研究者や技術者が実際に解析にあたるには、前著だけではいささか不十分である。やはり、きちんと理解するためには、それなりの厳密な議論が必要である。本書では、大学院生向けにテンソル解析から固体力学の応用までをしっかりと理解してもらえるように書き上げた。

前著では、ベクトル解析・テンソル解析を簡単に導入した上で、微小な弾性変形に限定して固体力学の説明を行い、有限要素法までを紹介した。一方、本書では、1～4章まででテンソル解析を詳細に説明する。その上で、5章では、このテンソル解析を駆使して、固体力学と有限要素法について非線形を含めた

応用的な内容まで紹介する。6章では、はりや柱に絞る、典型的な非線形問題である座屈を説明している。さらに、7章では、直交座標で議論されてきたテンソル解析を一般座標にまで拡張し、それをもとに8章では有限変形理論を説明する。また、付録には弾性力学、塑性論、動力学などの基礎的な事項も掲載した。入門書である前著と本著により、固体力学の変形に関する研究や解析に支障なく取り組むことができるであろう。

おそらく本著は、初学者には多少読むのが難しいだろう。前著を含む入門書をしっかり読んだ上で、気長に付き合ってもらいたい。そうすれば、固体力学を体系的に理解できるはずである。

本著の執筆にあたり、静岡大学の矢代茂樹先生、京都大学の西川雅章先生、東北大学の青柳吉輝先生、東京理科大学の松崎亮介先生、JAXAの吉村彰記博士にはたいへん丁寧に原稿に目を通していただき、数多くのご指摘をいただいた。また、原稿の作成においては、東北大学の樋口諒君にたいへんご支援をいただいた。心より感謝の意を表します。

2015年4月

岡部朋永

目 次

1. ベ ク ト ル

1.1	ベクトルと成分	1
1.2	内 積	2
1.3	外 積	3
1.4	3 重 積	4
1.5	平行四辺形・平行六面体	5
1.6	ベクトル3重積	6
1.7	ベクトル変換	6
1.8	総和の規約	8
1.9	クロネッカーのデルタ	8
1.10	座標変換行列	9
1.11	座標変換行列の行列式	10
1.12	商 法 則	11
1.13	右手系・左手系	11
1.14	スカラー・擬スカラー・擬ベクトル	13

2. テ ン ソ ル

2.1	テ ン ソ ル	16
2.2	単位テンソル・零テンソル	17
2.3	テンソルの演算	18

2.4	転置テンソル	18
2.5	対称テンソル・交代テンソル	19
2.6	テンソル積	20
2.7	テンソル変換	21
2.8	テンソルと双線形性	22
2.9	3階テンソル	23
2.10	テンソルと階数	24
2.11	任意の階数を対象としたテンソル積	25
2.12	縮約・縮合	26
2.13	エディントンのイプシロン	27
2.14	交代テンソル・逆テンソル・直交テンソル	30
2.15	等方テンソル	31
2.16	直接表記	33

3. 2階テンソルの性質

3.1	トレース	38
3.2	行列式	38
3.3	テンソルの合成とべき乗	39
3.4	固有値・固有ベクトル	40
3.5	対称テンソルの固有値	44
3.6	主方向・主値	44

4. テンソル場

4.1	ナブラとテンソル場の微分	46
4.2	発散および発散定理	47

5. 固体力学と有限要素法

5.1 変形・ひずみ	49
5.1.1 変形勾配テンソル	49
5.1.2 グリーンひずみテンソル	50
5.2 コーシー応力テンソル	52
5.3 ピオラ・キルヒホッフ応力テンソル	56
5.4 仮想仕事の原理	58
5.5 応力-ひずみ関係式・エネルギー原理	61
5.6 有限要素法	64
5.6.1 微小変形理論における有限要素法	64
5.6.2 幾何学的非線形を考慮した有限要素法	66

6. はりと柱の変形

6.1 はりの定義	71
6.2 曲げモーメント・せん断力	72
6.3 せん断力図・曲げモーメント図	73
6.4 はりの応力, はり・たわみの基礎式	75
6.5 構造力学の立場から考える	77
6.6 構造力学と弾性力学の関係	82
6.7 仮想仕事の原理	84
6.8 はりの有限要素解析	86
6.9 柱の座屈 — 材料力学による取り扱い (偏心法)	89
6.10 柱の座屈 — 材料力学による取り扱い (平衡法)	91

6.11 柱の大たわみ理論と座屈解析	94
6.12 有限要素法による柱の線形座屈解析	100

7. 一般テンソル解析

7.1 斜交座標	106
7.1.1 反変成分と共変成分	106
7.1.2 和の略記法	107
7.1.3 共変計量行列・反変計量行列	108
7.1.4 テンソル	110
7.1.5 ベクトルの座標変換	111
7.1.6 2階テンソルの変換	112
7.1.7 計量テンソル	113
7.2 曲線座標	114
7.2.1 曲線座標とは	114
7.2.2 線の長さと体積	115
7.2.3 曲線座標の変換	117
7.2.4 ベクトル・テンソルにおける座標変換	118
7.2.5 クリストッフエルの記号	119
7.2.6 双対基底とクリストッフエルの記号	121
7.2.7 クリストッフエルの記号における座標変換	122
7.2.8 共変微分	122
7.2.9 計量テンソルの共変微分	125
7.3 レビ・チビタの平行条件	126

8. 有限変形理論

8.1 基底ベクトルと計量テンソル	128
8.2 変形勾配と極分解	129
8.3 変形速度と回転速度	131
8.4 ひずみテンソルとその不変量	134
8.5 ナンソンの公式	139
8.6 各種応力	141
8.7 運動法則	144
8.8 応力速度と構成則	145
8.9 仮想仕事の原理	150

付 録

A.1 弾性力学の基礎	154
A.1.1 等方弾性体	154
A.1.2 微小変形理論に基づく弾性固体の基礎方程式	155
A.1.3 微小変形理論における解の一意性	156
A.2 塑性論の基礎	157
A.2.1 一軸引張負荷	157
A.2.2 初期降伏条件	159
A.2.3 相当応力と相当塑性ひずみ	159
A.2.4 後続降伏条件	160
A.2.5 増分形構成則	161
A.2.6 流れ則	161
A.2.7 解の一意性	164
A.3 アイソパラメトリック要素	165

A.4	物質客観性の原理	167
A.5	力学の基礎	171
A.5.1	運動の記述	171
A.5.2	力と仕事	175
A.5.3	運動方程式と簡単な質点運動の例	177
A.5.4	運動量と力学的エネルギー	181
A.5.5	解析力学における運動方程式	184
A.5.6	固体におけるハミルトンの原理	190
	引用・参考文献	194
	索引	196

1 | ベクトル

1.1 ベクトルと成分

大きさと向きを持った量をベクトルという[†]。これをベクトルにおける定義とする。ここではまず、ベクトルに関する演算の基本的な事項を証明なしに述べる。

図 1.1 のように原点 O とたがいに垂直な単位ベクトル e_1, e_2, e_3 を考えよう。このとき、任意の点の座標は (x_1, x_2, x_3) として表すことができる。この座標のことを直交座標系 (x_1, x_2, x_3) と呼び、 Σ と表すことにしよう。また、図中のたがいに垂直な単位ベクトル e_1, e_2, e_3 を Σ の基本ベクトルという。

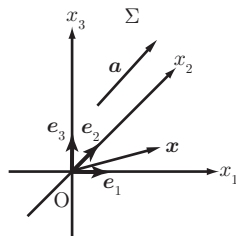


図 1.1 単位ベクトルと基本ベクトル

任意のベクトル \mathbf{a} は、基本ベクトルの 1 次結合

$$\mathbf{a} = a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 + a_3 \mathbf{e}_3 \quad (1.1)$$

[†] 例えば、速度や加速度、力はベクトルである。ベクトルという用語はハミルトンによってスカラーなどの用語とともに導入された。

で一意に表される。また、ベクトルの始点を原点とした位置ベクトル \mathbf{x} は

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3 \quad (1.2)$$

のように、 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ の 1 次結合で表される†。

また、 x_1, x_2, x_3 や a_1, a_2, a_3 などを成分という。この成分を以後では x_i とも表し、このとき i は $\{1, 2, 3\}$ のうち任意の値をとるものとする。また、他の添字についても同様である。

1.2 内積

ベクトル \mathbf{x}, \mathbf{y} の内積をつぎのように定義する。

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos \theta \quad (1.3)$$

θ は \mathbf{x} と \mathbf{y} の作る角を表し、 $||$ はベクトルの大きさを表す。式 (1.3) を用いると

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (1.4)$$

を得る。この δ_{ij} をクロネッカーのデルタという。このことを利用して $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ を成分で表すと

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} &= (x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3) \cdot (y_1\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2 + y_3\mathbf{e}_3) \\ &= x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 \end{aligned} \quad (1.5)$$

を得る。

また、ベクトル \mathbf{x} の大きさ $|\mathbf{x}|$ は、式 (1.3) より

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \cdot \mathbf{x} &= |\mathbf{x}| |\mathbf{x}| \cos 0 \quad (\theta = 0^\circ) \\ &= |\mathbf{x}| |\mathbf{x}| \end{aligned}$$

† 以下、任意のベクトルを中心に説明を行うが、時として位置ベクトルであることもある。その都度、前後を見ながら読み替えてほしい。

$$= |\mathbf{x}|^2 \quad (1.6)$$

となり，したがって，式(1.5), (1.6)より

$$\begin{aligned} |\mathbf{x}| &= \sqrt{x_1x_1 + x_2x_2 + x_3x_3} \\ &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \end{aligned} \quad (1.7)$$

となる。

1.3 外積

\mathbf{x} と \mathbf{y} に対して $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ を満たすベクトルを \mathbf{x} と \mathbf{y} の外積という。外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ はつぎの性質を有する。

$$(i) \quad \mathbf{x} \times \mathbf{y} \perp \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \times \mathbf{y} \perp \mathbf{y} \quad (1.8)$$

$$(ii) \quad |\mathbf{x} \times \mathbf{y}| = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \sin \theta \quad (1.9)$$

また，それぞれの基本ベクトルに対して

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 &= \mathbf{e}_3 & \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3 &= \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1 &= \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_1 &= -\mathbf{e}_3 & \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_2 &= -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_3 &= -\mathbf{e}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

と定義する。すると，外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ はつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \times \mathbf{y} &= (x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3) \times (y_1\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2 + y_3\mathbf{e}_3) \\ &= (x_2y_3 - x_3y_2)\mathbf{e}_1 + (x_3y_1 - x_1y_3)\mathbf{e}_2 + (x_1y_2 - x_2y_1)\mathbf{e}_3 \\ &= \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} \mathbf{e}_1 + \begin{vmatrix} x_3 & x_1 \\ y_3 & y_1 \end{vmatrix} \mathbf{e}_2 + \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \mathbf{e}_3 \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.11)$$

ただし，ベクトルの演算において分配法則が成り立つことは既知とした。

1.4 3 重積

$\mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z})$ をスカラー 3 重積という。これを成分で表すと

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) &= (x_1 \mathbf{e}_1 + x_2 \mathbf{e}_2 + x_3 \mathbf{e}_3) \\
 &\cdot \left(\left(\begin{array}{cc|c} y_2 & y_3 & \mathbf{e}_1 \\ z_2 & z_3 & \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc|c} y_3 & y_1 & \mathbf{e}_2 \\ z_3 & z_1 & \end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc|c} y_1 & y_2 & \mathbf{e}_3 \\ z_1 & z_2 & \end{array} \right) \right) \\
 &= x_1 \begin{vmatrix} y_2 & y_3 \\ z_2 & z_3 \end{vmatrix} + x_2 \begin{vmatrix} y_3 & y_1 \\ z_3 & z_1 \end{vmatrix} + x_3 \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ z_1 & z_2 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix} \tag{1.12}
 \end{aligned}$$

となる。通常この 3 重積をつぎの記号で表す。

$$|\mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}| = \mathbf{x} \cdot (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) \tag{1.13}$$

この式 (1.13) は少し違和感があるかもしれない。つまり、式 (1.13) では、 \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} は横に並ぶにもかかわらず、その成分は行ごとに並ぶ。ただし、行列式では転置（行と列を入れ替えること）をしても、その値は変わらないことを思い出せば

$$|\mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}| = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \tag{1.14}$$

と書け、この表記法に納得してもらえらるだろう。行列式では、二つの列（あるいは行）を奇数回入れ替えたときは符号が変わり、偶数回入れ替えたときは変わらない。このことより、次式が成り立つ。

$$|\mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}| = -|\mathbf{y} \mathbf{x} \mathbf{z}| = |\mathbf{y} \mathbf{z} \mathbf{x}| = -|\mathbf{z} \mathbf{y} \mathbf{x}| = |\mathbf{z} \mathbf{x} \mathbf{y}| = -|\mathbf{x} \mathbf{z} \mathbf{y}| \tag{1.15}$$

1.5 平行四辺形・平行六面体

「ベクトル解析」の教科書によく書かれているように、先ほど述べた外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ の大きさは、 \mathbf{x} と \mathbf{y} を 2 辺とする平行四辺形の面積 S に等しい。このことは、図 1.2 のように \mathbf{y} の終点から \mathbf{x} へと垂線を下ろし、式 (1.9) と見比べれば、容易に理解できる。

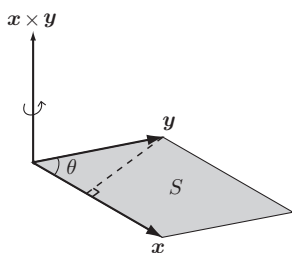


図 1.2 外積と面積

したがって、先ほど定義した外積は、つぎの二つの性質によっても定義することができる。

- (1) 外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ の大きさ $|\mathbf{x} \times \mathbf{y}|$ は、 \mathbf{x} と \mathbf{y} を 2 辺とする平行四辺形の面積 S に等しい (式 (1.9))。
- (2) 外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ の方向は、 \mathbf{x} , \mathbf{y} , $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ が右手系になるように与えられる (式 (1.8), (1.10))。

つぎに、 \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} が同一の平面にないとする。このとき、 \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} を 3 辺とする平行六面体の体積 V は、高さを h とし、 \mathbf{x} と \mathbf{y} の作る平行四辺形の面積を S 、 \mathbf{x} と \mathbf{y} の法線と \mathbf{z} との角度を ϕ とすると

$$\begin{aligned} V &= hS = |\mathbf{x}| |\cos \phi| |\mathbf{y} \times \mathbf{z}| \\ &= \pm |\mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}| \quad (\cos \phi > 0 : +, \cos \phi < 0 : -) \end{aligned} \quad (1.16)$$

となる。 $\phi = \frac{\pi}{2}$ のとき $V = 0$ となり、 \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} は同一平面上にある。

1.6 ベクトル3重積

ベクトル $\mathbf{x} \times (\mathbf{y} \times \mathbf{z})$ をベクトル3重積といい、つぎの公式が成り立つことが知られている。

$$\mathbf{x} \times (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{z})\mathbf{y} - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})\mathbf{z} \quad (1.17)$$

簡単なので、成分を入れ替えて確認しよう。すると

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \times (\mathbf{y} \times \mathbf{z}) + \mathbf{y} \times (\mathbf{z} \times \mathbf{x}) + \mathbf{z} \times (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \\ = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{z})\mathbf{y} - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})\mathbf{z} + (\mathbf{y} \cdot \mathbf{x})\mathbf{z} - (\mathbf{y} \cdot \mathbf{z})\mathbf{x} + (\mathbf{z} \cdot \mathbf{y})\mathbf{x} - (\mathbf{z} \cdot \mathbf{x})\mathbf{y} \\ = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1.18)$$

と書ける。これをヤコビの恒等式という¹⁾†。

1.7 ベクトル変換

図 1.3 のように原点を固定して座標軸を変化させたときの2組の直交座標系 Σ と Σ' を考える。このとき、2組の基本ベクトル間には、つぎのような関係が成り立つと仮定する。

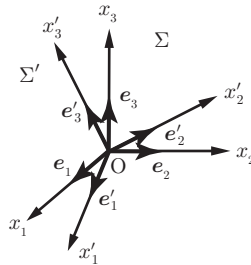


図 1.3 ベクトル変換

† 肩付き番号は巻末の引用・参考文献を示す。

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = a_{11}\mathbf{e}'_1 + a_{21}\mathbf{e}'_2 + a_{31}\mathbf{e}'_3 \\ \mathbf{e}_2 = a_{12}\mathbf{e}'_1 + a_{22}\mathbf{e}'_2 + a_{32}\mathbf{e}'_3 \\ \mathbf{e}_3 = a_{13}\mathbf{e}'_1 + a_{23}\mathbf{e}'_2 + a_{33}\mathbf{e}'_3 \end{cases} \quad (1.19)$$

任意ベクトル \mathbf{x} をそれぞれの基本ベクトルで表せば

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3 = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + x'_3\mathbf{e}'_3 \quad (1.20)$$

と書ける。この式 (1.20) に式 (1.19) を代入して、整理すると

$$\begin{aligned} (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3)\mathbf{e}'_1 + (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3)\mathbf{e}'_2 \\ + (a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3)\mathbf{e}'_3 = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + x'_3\mathbf{e}'_3 \end{aligned} \quad (1.21)$$

となる。両辺の $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$ の係数を比較すると

$$\begin{cases} x'_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ x'_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ x'_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

と書ける。式 (1.23) の行列

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

を座標変換行列という[†]。式 (1.22) は

$$x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij}x_j \quad (1.25)$$

[†] 前著では座標変換行列の成分を β_{ij} としたが、本著では a_{ij} とした。

索引

【あ】
 アイソパラメトリック要素 165
 アルマンジひずみテンソル 135

【う】
 運動方程式 144, 177
 運動量保存の法則 144

【え】
 エディントンのイプシロン 27

【お】
 オイラーの第 1 運動法則 52
 オイラーの第 2 運動法則 55
 応力ベクトル 52, 141, 142
 大たわみ理論 94
 オルドロイド速度 147

【か】
 階数 24
 外積 3, 28
 回転 10
 回転速度テンソル 132
 解の一意性 156, 164
 角運動量保存の法則 144
 仮想仕事の原理 58, 84, 150
 仮想変位 84, 85

【き】
 幾何学的非線形 66
 幾何剛性マトリクス 70, 103
 基準配置 49
 擬スカラー 13

擬ベクトル 13
 基本ベクトル 1
 逆テンソル 30
 客観性 148, 167
 共変計量行列 108
 共変成分 107
 共変テンソル変換 113
 共変微分 122
 共変ベクトル変換 112
 行列式 38
 曲線座標 114

【く】
 グリーンひずみテンソル 50, 135
 クリストッフエルの記号 119
 クロネッカーのデルタ 2, 8, 107

【け】
 形状関数 166
 計量テンソル 113
 現配置 49

【こ】
 硬化係数 162
 更新ラグランジュ法 70
 構成式 61
 剛性方程式 103
 剛性マトリクス 70
 後続降伏条件 160
 交代テンソル 19, 30
 降伏関数 159
 降伏点 157

コーシー応力 141
 コーシー応力テンソル 52
 固有値 40
 固有ベクトル 40
 混合テンソル変換 113

【さ】
 座屈 89, 91, 94, 100
 座標変換行列 7, 9, 111

【し】
 軸性ベクトル 15
 自然基底 115
 斜交座標 106
 主応力 45
 縮合 26
 縮約 26
 主値 44
 主ひずみ 45
 主方向 44
 初期降伏条件 159

【す】
 スカラー 3 重積 4
 ストレッチテンソル 132
 スピンテンソル 132

【せ】
 零テンソル 17
 線素ベクトル 50
 せん断力 72, 78
 せん断力図 73

【そ】

相対キルヒホッフ応力 147
 相対変形勾配テンソル 133
 双対基底 107
 相当応力 149, 159
 相当塑性ひずみ 159
 総和の規約 8
 速度勾配テンソル 131
 塑性ひずみ 158
 塑性変形 157

【た】

第 1 変分 63, 185
 対称テンソル 19
 体積要素 56
 単位テンソル 17
 弾塑性構成則 149

【ち】

直接表記 33
 直交テンソル 30

【て】

停留ポテンシャルエネルギー 64
 テンソル 16, 23
 テンソル積 20, 25
 テンソル変換 21
 転置テンソル 18

【と】

等方弾性体 61, 154
 等方テンソル 31
 トレース 38

【な】

内積 2
 流れ則 161
 ナブラ 46
 ナンソンの公式 139

【に】

ニュートンの運動方程式 177

【は】

柱 89
 発散 47
 発散定理 48
 ハミルトニアン 189
 ハミルトンの原理 184
 ハミルトンの正準運動方程式 188
 はり 71
 はり・たわみの基礎式 75, 79
 反変計量行列 108
 反変成分 107
 反変テンソル変換 113
 反変ベクトル変換 112

【ひ】

ピオラ・キルヒホッフ応力
 テンソル 56
 微小ひずみ 156
 微小変形理論 64
 ひずみ硬化 158
 左手系 11
 左発散 48
 非ひずみ硬化 158
 標構 167

【ふ】

フックの法則 78, 154
 物質微分 52, 131
 不変量 13, 39

【へ】

平衡法 91
 平衡方程式 58, 156
 ベクトル 1
 ベクトル 3 重積 6
 ベクトル変換 6
 変位境界条件 59, 156

変形勾配テンソル 49
 変形速度テンソル 132
 偏差応力 159
 偏心法 89

【ほ】

ポアソン比 62
 ポテンシャル 175
 ポテンシャルエネルギー 63

【ま】

曲げモーメント 72, 78
 曲げモーメント図 73

【み】

右手系 11

【め】

面素 57

【や】

ヤウマン速度 147

【ゆ】

有限変形理論 128
 有限要素法 (有限要素解析)
 64, 86, 100, 152

【ら】

ラグランジアン 184
 ラグランジュの運動方程式 186
 ラメの定数 67

【り】

力学的境界条件 59, 156

【れ】

レイリーの方程式 193
 レビ・チビタの平行条件 126

【わ】

和の略記法 107

— 著者略歴 —

- 1996年 慶應義塾大学理工学部機械工学科卒業
1998年 慶應義塾大学大学院理工学研究科前期博士課程修了 (機械工学専攻)
1999年 慶應義塾大学大学院理工学研究科後期博士課程修了 (機械工学専攻)
博士 (工学)
2001年 独立行政法人産業技術総合研究所研究員
2002年 東北大学助教授
2007年 東北大学准教授
2014年 東北大学教授
現在に至る

テンソル解析からはじめる応用固体力学

Introduction to Tensor Analysis and Applied Solid Mechanics

©Tomonaga Okabe 2015

2015年6月12日 初版第1刷発行



検印省略

著者 おか べ とも なが
部 朋 永
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03)3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04641-0 (新宅) (製本: 愛千製本所) G

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします