

まえがき

本書で扱う「力の釣合い」については、中学校の理科以来なじみのある用語であることから、大学や高等専門学校の工学系学生や技術者にとっては「今さら」学習するまでもない工学常識といってもよいほど、簡単な問題としてとらえられている観がある。

しかし、設計実務における釣合い問題は、中学校の教科書にも出てくるような両側から同一の力で引っ張られる物体のような単純な例ばかりではなく、橋りょうトラスのような多くの部品が組み合わされた複合体として姿を表す。ロボットハンドでワークを把握する場合の把持力や、重量物を支持する架台の鋼材に作用する力はいくらになるのか…などなど、簡単なはずの「力の釣合い」に悩む技術者が多いのも事実である。大学や高等専門学校においては、平面内でロープによって吊られた物体や壁に立て掛けた棒の問題など釣合いの基本問題に、多くの時間を費やして学習している。しかし、その応用であるフレームやトラスの問題を解く段階になると難解と感じる学生が多かったり、ロボットなどの製作物が強度不足や変形などのために失敗している例をしばしば見受け

る。「力の釣合い」は質点の釣合いに代表されるような動かない一つの剛体の力関係を考えるのが本来の姿（筆者らの企業での技術指導や大学での学生教育の経験から、力の釣合いにはこのようなイメージを抱く人が多かったように思われる）ではなく、クレーンのガーダなど複雑な力関係が作用する部材に作用するモーメントや力を調べたり、車軸のせん断力や曲げモーメントの分布を求める設計ツールとしてあるべきものである。また、部材の変形を考慮することを考えに入れることで材料力学につながっているものであることを認識していただきたい。

さらに、工業力学としてのいわゆる動力学においても、ニュートンの第二法則に代表されるように、慣性力をパラメータの一つに加えた釣合いの式が現れる。

以上のことから、機械や構造物の力学現象は「力の釣合い」に始まり「力の釣合い」に終わるといっても過言ではないように思える。

本書では、上記のことを踏まえ、質点の釣合いから材料力学の初歩的な変形を含むはりまでの問題を、「力の釣合い」という視点を外さず一貫して解説した。これは類書にはない特徴であるといえるであろう。また、読者が「力の釣合い」についてしっかりとその原理を把握しながらステップアップできるように多くの演習問題を用意して学習効果が高まるように工夫した。

2011年5月

野田尚昭，堀田源治

目 次

1. 質点と剛体の釣合い

1.1 力の釣合いの重要性	1
1.2 三角関数の大切さ	5
1.3 質点に働く力	8
1.4 質点の釣合い (【演習問題 1.1 ~ 1.7】)	8
1.5 剛体の釣合い	18
1.5.1 剛体とは何か	18
1.5.2 剛体に働く力	18
1.5.3 力のモーメント	19
1.5.4 モーメントの計算法 (【演習問題 1.8】)	21
1.5.5 偶力のモーメント	22
1.5.6 与えられた力を, 任意の点に働く力と偶力に分解	23
1.5.7 同一平面上の力の系を, 一つの力と偶力に置き換え (【演習問題 1.9】)	24
1.6 2次元剛体の釣合い (【演習問題 1.10】)	26
1.7 2力物体の釣合い (【演習問題 1.11 ~ 1.13】)	31

2. ト ラ ス

2.1 トラスの定義	36
2.2 節点法によるトラスの解法 (【演習問題 2.1 ~ 2.3】)	37
2.3 切断法によるトラスの解法と応用問題 (【演習問題 2.4 ~ 2.11】)	45

3. フレームの力学

3.1	トラスからフレームへ	59
3.2	2力物体と3力物体を含むフレーム (【演習問題3.1～3.3】)	61
3.3	対称形状のフレーム (【演習問題3.4, 3.5】)	66
3.4	等分布荷重がかかったフレーム (【演習問題3.6, 3.7】)	72
3.5	車輪の付いたフレーム (【演習問題3.8, 3.9】)	77
3.6	滑車の付いたフレーム (【演習問題3.10～3.12】)	82
3.7	ボルトカッターにおける力の釣合い (【演習問題3.13】)	88

4. せん断力と曲げモーメント

4.1	せん断力と曲げモーメント	91
4.2	せん断力図と曲げモーメント図	93
4.3	せん断力図と曲げモーメントの問題	94
4.3.1	集中荷重が作用する両端支持はり	95
4.3.2	等分布荷重が作用する両端支持はり	97
4.4	基本的問題のSFDとBMD (【演習問題4.1～4.5】)	99
4.5	分布荷重が作用するはりのSFDとBMD (【演習問題4.6～4.8】)	107
4.6	分岐のある問題のSFDとBMD (【演習問題4.9～4.15】)	113
4.7	ピンを含む問題のSFDとBMD (【演習問題4.16～4.18】)	125
4.8	フレーム部材のSFDとBMD (【演習問題4.19～4.24】)	134

5. 変形と力の釣合いの組合せ問題

5.1	はりのたわみの問題 (【演習問題5.1～5.8】)	149
5.2	変形を考慮したSFDとBMD (【演習問題5.9～5.12】)	164

引用・参考文献	177
---------	-----

索引	179
----	-----

質点と剛体の釣合い

1.1 力の釣合いの重要性

はじめに、本書で取り扱う力の釣合いの重要性から説明をしよう（これは、すでに材料力学や弾性力学を学習したことのある一般の企業技術者にとってたいへん重要なことであり、当然、工学系の学生にとっては習得することが求められる大切なことである）。

企業の機械設計の現場では、しばしば図 1.1 に示すような設計に出会う。つまり、図 (a) のような先端に荷物を吊るす片持フレームや、図 (b) のようなスタントに代表されるような架台構造のトラスなどである。これらの設計においては、鋼材の種類と大きさを決めることがまず最初の課題となる。その場合、各部材に作用する力の大きさを求め、各部材の受ける「厳しさ」、すなわち破損（永久変形や破壊）を起こす原因の強さを明らかにしていくことになる

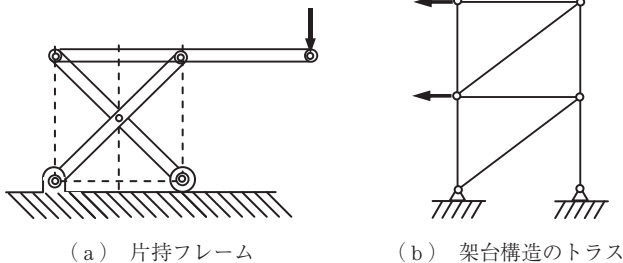


図 1.1 機械設計においてよく出会う構造

2 1. 質点と剛体の釣合い

が、その「厳しさ」が材料固有の「強さ」、すなわち破損に対する材料の抵抗よりも小さいことが要求される。

ところで、構造物の各部材の厳しさについて考察するには、大学や高等専門学校などの工学系の学科で学習する初等的な材料力学が必須である。初等的な材料力学では、基本的な構造物として一次的なはりを取り扱う。そのときの応力の公式は、力の釣合いと変形の考察によって導かれる。力の釣合いは、一般には構造物全体に対しての釣合いとして理解されるが、構造物全体の釣合いが成立するときには、その各部分においても釣合いが成立していることは公式を導く上で重要なポイントとなっている。

例えば、**図 1.2** は棒を人が引っ張る場合を想定したものであるが、棒にとって**図 (a)**、**(b)** のどちらの場合が厳しいと考えるであろうか。**図 (b)** の場合には棒には合計の力 $2P$ が作用して、**図 (a)** の場合より厳しく見えまいだろうか。

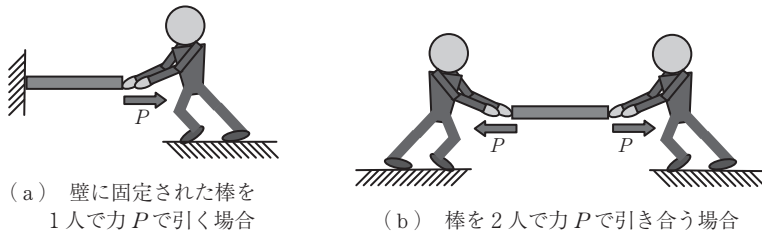


図 1.2 人に引っ張られる棒

図 (a) の場合には力 P に対抗して棒の任意の断面には力 Q が作用しているが、この棒断片の力の釣合いを考えると、 $Q = P$ となり、壁に固定した棒の断面はどの場所においても力 P が作用していることになる。

一方、**図 (b)** の場合にも棒の断面には力 Q が作用するが、**図 (a)** の場合と同様に $Q = P$ が成り立つ。したがって、**図 (a)**、**図 (b)** いずれの場合も棒の厳しさは等しいことがわかる。以上のことを**図 1.3** に示す。

さらに、つぎの**図 1.4** に示すような力 P の引張りを受ける棒材の釣合いを考えてみよう。

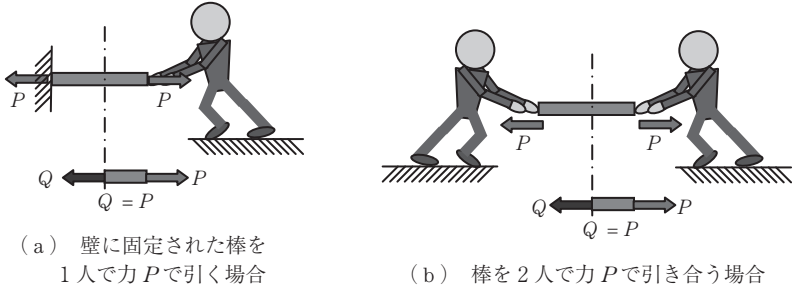
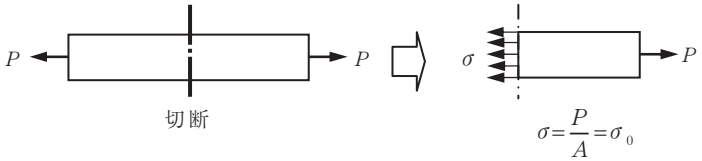
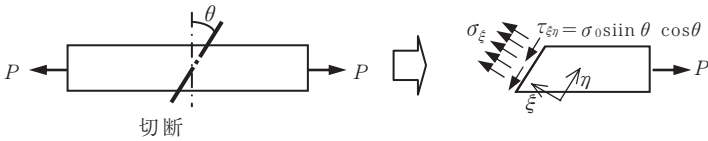


図 1.3 人に引っ張られる棒



(a) 軸に垂直な断面での切断



(b) 軸に垂直な面に対して θ 傾いた面での切断

図 1.4 力の釣合いの概念

図 (a) のように軸に垂直な断面 A での切断を考える場合、断面に働く応力 σ (単位面積の力) は式 (1.1) で表される。

$$\sigma = \frac{P}{A} = \sigma_0 \tag{1.1}$$

また、図 (b) のように軸に垂直な断面に対して θ 傾いた面での切断を考えると、その面での応力 σ_{ξ} と $\tau_{\xi\eta}$ は、それぞれの方向の釣合いにより式 (1.2) で表される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\xi} &= \sigma_0 \cos^2 \theta \\ \tau_{\xi\eta} &= \sigma_0 \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \tag{1.2}$$

ここで、応力は力のような通常のベクトルではないので

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\xi} &= \sigma_0 \cos \theta \\ \tau_{\xi\eta} &= \sigma_0 \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

とはならないことがきわめて重要である（詳細は材料力学や弾性力学のテキストを参照されたい）。

このように材料力学では切断した部材（自由体という）を考え、その力の釣合いが正しく評価できることが重要である。すなわち、通常の釣合いとはある物体に作用するすべての力の効果が釣り合っているか否かが問題となることが多い。しかし、材料力学ではある物体が釣り合っているとき、その一部分を切断して取り出したとき、その一部分についても釣り合っていることが物体の受ける厳しさを考える上できわめて重要となる。

本書では「切断」→「自由体」→「力の釣合い」が正しく身につけられるようにトラスやフレームの問題を中心に解説している。このような問題の学習を通して力の釣合いの理解が深まれば、図 1.1 のような問題も正しく解析できるセンスを身につけることができると考えている。

図 1.5 のような応力集中が作用する問題では、微小部分における「応力」＝「単位面積当りの力」が許容応力以下であることが要求される。このような応力集中による最大応力 σ_{\max} を求めるには、ハンドブック類の資料に記載されている計算式を用いたり、最近ではコンピュータを利用したりする。コンピュータを利用する場合には、解析モデルにおいてどの程度のメッシュ（複雑

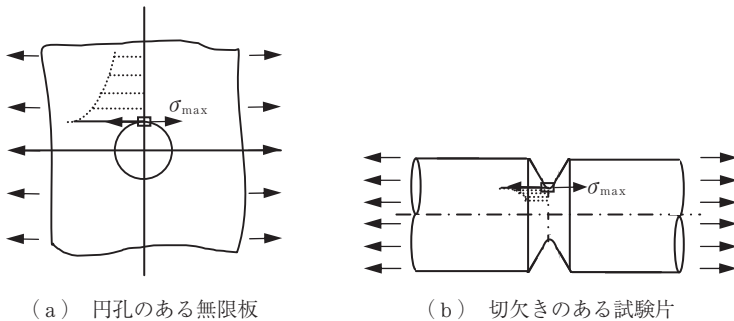


図 1.5 形状複雑な物体の応力集中部における応力

形状のモデルを計算に適するように複数の三角形などの要素に分割すること)をどのように用いるかなど、工学的なセンスを問われることも多い。

図 1.5 のような問題になると、力の釣合いだけでは解決できないが、図 1.1～4 と同様な考え方は、このような問題を解くセンスを鍛える訓練にもなり、やがては図 1.5 のような複雑な問題を解くときの戦力となる。

1.2 三角関数の大切さ

筆者らの研究室には多くの留学生がいる。そのほとんどの留学生は大きく二つに分類される。

- ① 日本語がたいへん得意であるが、数学や力学をやや苦手とする学生
- ② 数学や力学には優れた才能を有するが、日本語をやや苦手とする学生

研究室のメンバーに加わりたいという申し出があったとき、日本語のレベルは話してみるとすぐわかる。しかし、日本語がよくできて母国の大学での成績がまずまずであっても、力学の問題として例えば図 1.6 のような基本的な問題が解けない場合がある。これは日本語は来日後に一生懸命やったのでわずか 1～2 年間で日本語 1 級のレベルにまで到達したが、その熱心さのあまり $\sin 30^\circ = 1/2$ を忘れてしまったためと考えられる。

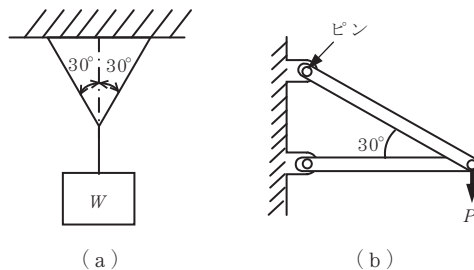


図 1.6 力学の基本的な問題

同様な例はほかにもある。例えば、一般的に医学部の学生も入学試験に向けて数学や力学の勉強をしてきている。しかし、医学部入学後は、数学や力学を

離れ、医学専門書のほうにどっぴりとつかってしまうので、しばらくすると、例えば「 $\sin 30^\circ = ?$ 」などの問題に答えられなくなってしまうことがある。

一方、工学系の学生や技術者であれば $\sin 30^\circ$ の値はすぐに答えられるのが普通である。このように工学系の学生や技術者が $\sin 30^\circ$ の値を忘れていないのはなぜであろうか。筆者らは、それは工学系には力などのベクトルの考え方と応用が不可欠であるためと考える。

図 1.7 のように、一般的な力はある傾きを持って作用する。それをモデル化して考えるとき、つまり具体例を考えるとき $\theta = 30^\circ$ や $\theta = 60^\circ$ は重要である。なぜならば $\sin 30^\circ$ や $\cos 30^\circ$ がすぐ求められるからだけではなく、その x 成分と y 成分の値が異なり、通常の数値としての一般性があるためである。

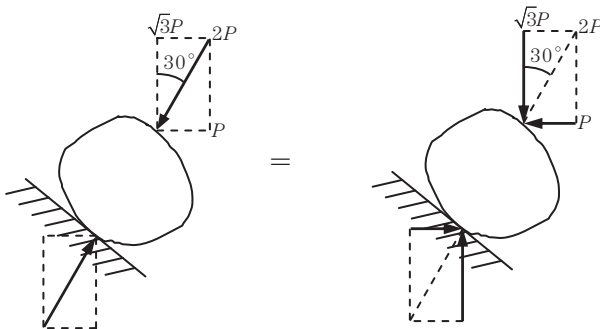


図 1.7 力学の一般的な問題

すなわち、ある傾き θ を持つ一般的な力を x 成分、 y 成分に分けて考えるとき、図 1.8 に示すように、 $\theta = 30^\circ$ モデルや $\theta = 60^\circ$ 、 $\theta = 45^\circ$ モデルはきわめて重要である。

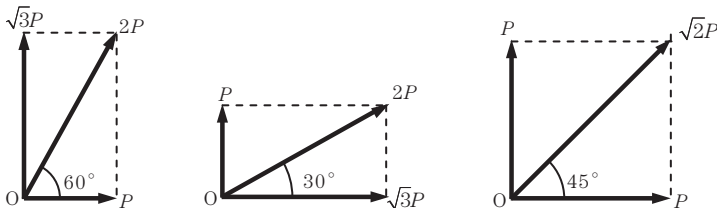


図 1.8 三角関数が現れる力の成分

索引

【あ】		静定問題	157	【は】	
		切断法	45	破 損	1
圧縮力	16	節 点	36	は り	91
応力集中	4	節点法	37	ハンガー	136
【か】		せん断力	91	反作用	38
		せん断力図	91, 95	引張力	16
外 力	92	せん断力の符号	93	ピ ン	36
架台構造	43	【た】		不静定問題	157, 174
滑 車	34, 141	対 称	103	二つの点に働く力	31
厳しさ	2, 91, 134	玉掛け	58	フレーム	37
逆対称	103	多力物体	59	分岐のある問題	113
逆対称問題	175	単純支持	100	ベクトル	8
偶 力	22	弾性力学	91	ボルトカッター	88
偶力のモーメント	22	力の作用線	19	【ま】	
剛 体	18	力の釣合い	1	曲げモーメント	91
剛体回転	150	力の方向	14	曲げモーメント図	91, 95
【さ】		力のモーメント	18, 20	曲げモーメントの符号	93
材料の抵抗	2	張 力	16	ミオソテスの方法	149
材料力学	91	点荷重	72	面の外向き法線	94
作 用	38	等 価	20, 22	モーメントの釣合い	15
作用点	8	等価なモーメント	23	門形構造物	33
三角関数	7	等分布荷重	75	【ら】	
3力物体	37	トラス	36	両端支持はり	95, 97
軸方向力図	101	【な】		ローラー	100
軸 力	37	内部抵抗モーメント	92	~~~~~	
支持物体	17	内 力	92	AFD	101
質 点	8	2次元剛体	26	BMD	91, 95, 113
車 輪	77	二重プーリー	84, 142	SFD	91, 95, 113
重 心	18	2力物体	14, 31	y 軸逆対称	70
自由体	17			y 軸対称	66
集中荷重	75				
自由度	26				

— 著者略歴 —

野田 尚昭 (のだ なおあき)
1979年 九州工業大学工学部機械工学第二学科卒業
1981年 九州工業大学大学院工学研究科修士課程修了(機械工学専攻)
1984年 九州大学大学院工学研究科博士課程修了(機械工学専攻)工学博士
1984年 九州工業大学講師
1985年 米国リーハイ大学客員研究員
1987年 九州工業大学助教授
2003年 九州工業大学教授
現在に至る

堀田 源治 (ほった げんじ)
1979年 九州工業大学工学部第二部機械工学科卒業
1979年 日本国有鉄道入社
1985年 株式会社メイテック入社
1995年 株式会社日鉄エレクトックス入社
2008年 有明工業高等専門学校教授
現在に至る

演習問題で学ぶ
釣合いの力学

Engineering Mechanics Focusing on Equilibrium

© Nao-Aki Noda, Genji Hotta 2011

2011年7月15日 初版第1刷発行



検印省略

著者 野田尚昭
堀田源治
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 萩原印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話 (03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04616-8

(大井) (製本: 愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします