

## ま え が き

大学3年生のとき、ある本をきっかけに機械系と電気系のアナロジーに興味をもち、勉強した。機械システムの動的挙動を等価な電気回路に置き換えて解析するというもので、当時はアナログ計算機なるものもあった。3年生の後期に卒業研究テーマが発表され、その中の「油圧回路の…」というテーマの「回路」しか目に入らずに所属した研究室が、精密工学の研究室であった。このテーマの課題の一つは、可変油圧ピストンポンプの斜板の位置制御を行うために借りていたサーボアンプを自作することで、回路は回路でも、予想外のことであった。秋葉原で必要部品を買い集め、15 kWの油圧モータの速度制御ができるようにした。このモータは平面研削盤の主軸駆動用であった。当時、高速研削の研究が世界的に行われ始めており、この研究室では、主軸回転とテーブル送りを高速化した研削実験の準備のために、高パワーのモータに加えて、この研削盤の主軸軸受およびテーブル案内面が、すべて油の静圧軸受につくり変えられていた。これが、静圧軸受との出会いである。1972年のことであった。

これから、高速研削から高切込み・極低速送りのクリープフィード研削へと研究内容は変わったものの、学位を取得するまでは研削の研究に従事してきた。しかし同時に、研削加工精度との関係から静圧軸受の動特性についての研究も行い、その過程で静圧軸受の勉強もした。1970年前後は、学会でも静圧軸受が注目されていた。1970年代後半には、有限要素法（FEM）を用いて研削温度の解析（熱伝導問題）も行うようになったが、当時は大学の大型計算機でも節点数1500程度の計算しかできなかった。

1989年、縁あって現在の大学にお世話になることになり、1年目に実験室の整備のための特別な予算をいただいた。大型の防振台とワークステーションを購入したら予算はほとんどなくなってしまったが、そのころのワークステー

ション (HP-UX) のメモリはなんと 8 MB だったと記憶している。

機械加工関係の研究室ではあるが、新しい研究テーマとして空気軸受の解析プログラム、具体的には、FEM を用いてレイノルズ方程式およびエネルギー方程式を解くプログラムの開発を始めた。まずは、これら支配方程式の定式化である。ここで改めて数学を勉強し直し、学生時代にはまったくわからなかった定理の数学的意味が実際と結び付いた。幸いなことに、1 年目の卒業研究生に UNIX もある程度わかりプログラミングも得意な学生がいた。卒業後も連絡をとってロジックやプログラムの誤りを修正し、これが本書でいくつか紹介しているプログラムのもととなっている。彼には大いに感謝する次第である。

FEM を用いたプログラムの構成は、問題によらずほとんど同じであるので、支配方程式の定式化さえ間違えなければ、構造解析や場の問題に応用するのは、それほど難しくはない。筆者は、静圧軸受の圧力分布解析に加えて、静圧軸受主軸ユニットの熱変形解析、熱源の移動と冷却そして研削の進行に伴う工作物の形状変化を考慮した研削中の工作物温度解析にも、FEM を利用している。

本書執筆の動機の一つとなったのは、ある学会で論文の校閲委員をしていたとき、FEM を用いて空気静圧軸受の圧力分布を求めようとしているにもかかわらず、圧力分布がわからないと決まらない絞り出口圧力を簡単な圧力分布の仮定から定めて境界条件とし、レイノルズ方程式のみを解くという論理的に矛盾した論文に出くわしたことである。そこで、浅学非才であることも顧みず、筆者が作成したプログラムを一般に公開しようと考えた次第である。

したがって、本書の前半は、筆者の洗練されていないプログラムであるが、これがすぐに使えるように、4 章以降はもっと素晴らしいプログラムを作成する手助けができるように、という思いで書かせていただいた。

最後に、仕事に専念できるよういつも気を配ってくれている愛する家族、妻の幸子そして息子の剛と悟、に深く感謝いたします。また本書の出版を快諾していただいたコロナ社に感謝申し上げます。

2011 年 3 月

# 目 次

## 1. 滑り軸受と軸受理論の基礎

1.1 滑り軸受の原理と種類	1
1.1.1 潤滑と滑り軸受	1
1.1.2 動圧軸受の原理と種類	4
1.1.3 静圧軸受の原理と種類	8
1.2 滑り軸受理論の要約	13
1.2.1 一般化レイノルズ方程式	13
1.2.2 非圧縮性レイノルズ方程式	15
1.2.3 圧縮性レイノルズ方程式	16
1.2.4 潤滑膜の境界条件	17
1.2.5 絞           り	19

## 2. 数値解析のための準備と有限要素法の利用

2.1 フォートランコンパイラと数値計算ライブラリ	25
2.1.1 フォートランコンパイラ	25
2.1.2 数値計算ライブラリ	28
2.1.3 コンパイラコマンドとコマンドオプション	30
2.2 有限要素法の長所と短所	32
2.2.1 近似の方法と有限要素法の長所	32
2.2.2 有限要素法の利用における短所	33
2.3 プリプロセッシングとポストプロセッシング	34
2.3.1 プリプロセッシング	34

2.3.2	ポストプロセッシング	35
-------	------------	----

### 3. 各種軸受用プログラムとその使い方

3.1	解析モデルの設計	38
3.2	プログラムの基本的なフローチャート	40
3.2.1	圧縮性流体・自成/オリフィス絞り型静圧軸受	40
3.2.2	圧縮性流体・多孔質絞り型静圧軸受	44
3.2.3	圧縮性流体・動圧軸受	44
3.2.4	非圧縮性流体・オリフィス/キャピラリ絞り型静圧軸受	46
3.2.5	非圧縮性流体・動圧軸受	47
3.3	ジャーナル軸受解析のための入力データと出力	48
3.3.1	圧縮性流体・真円形・静圧ジャーナル軸受 (GAS-STAT)	52
3.3.2	非圧縮性流体・真円形・静圧ジャーナル軸受 (HYDRO-STAT)	66
3.3.3	非圧縮性流体・真円形・動圧ジャーナル軸受 (HYDRO-DYN)	72
3.3.4	解析結果の見方	75
3.4	スラスト軸受解析のための入力データと出力	77
3.4.1	圧縮性流体・矩形・静圧スラスト軸受 (GS-RECT)	81
3.4.2	非圧縮性流体・矩形・静圧スラスト軸受 (HS-RECT)	89
3.4.3	圧縮性流体・矩形・動圧スラスト軸受 (GD-RECT)	94
3.4.4	非圧縮性流体・矩形・動圧スラスト軸受 (HD-RECT)	97
3.4.5	圧縮性流体・環状/矩形・静圧スラスト軸受 (GS-ANNULAR)	99
3.4.6	圧縮性流体・円形/矩形・静圧スラスト軸受 (GS-CIRCULAR)	111
3.4.7	圧縮性流体・環状/矩形・表面絞り型静圧スラスト軸受 (GS-SURFACE)	120
3.4.8	解析結果の見方	128
3.5	圧縮性流体・環状/矩形・多孔質絞り型静圧スラスト軸受解析のための入力データと出力	128
3.5.1	圧縮性流体・環状/矩形・多孔質絞り型静圧スラスト軸受 (GS-POROUS)	129
3.5.2	解析結果の見方	140

## 4. プログラミングの要点とプログラムの検証

4.1 有限要素法と定式化の方法	141
4.1.1 圧縮性流体レイノルズ方程式	143
4.1.2 非圧縮性流体レイノルズ方程式	148
4.1.3 多孔質体内の流れとレイノルズ方程式	149
4.2 要素および局部座標系と全体座標系	154
4.2.1 2次の四角形要素	154
4.2.2 1次の三角形要素	156
4.2.3 2次の六面体要素	157
4.3 数 値 積 分	160
4.4 プログラムの構成	163
4.5 剛性マトリックスと負荷ベクトル	171
4.6 境界条件とその処理	179
4.7 流 量 の 算 出	181
4.8 負荷容量と剛性の算出	184
4.9 軸 受 す き ま	184
4.10 プログラムの検証	186
4.10.1 圧縮性流体軸受	186
4.10.2 非圧縮性流体軸受	190

## 5. 軸受設計のさらなる高度化に向けて

5.1 エネルギー方程式	193
5.2 潤滑膜に適用したエネルギー方程式の有限要素定式化	195
5.3 熱流体潤滑問題へ	208

引用・参考文献	211
---------	-----

索 引	213
-----	-----

# 1

## 滑り軸受と軸受理論の 基礎

滑り軸受 (slider bearing) とはなにか、動圧 (hydrodynamic pressure, aerodynamic pressure) とはなにか、静圧 (hydrostatic pressure, aerostatic pressure) とはなにか、またその圧力を利用した軸受 (bearing) とはどのようなものであるかを、本書で解析の対象としているものを中心に説明する。軸受という日本語は回転軸を支持するものを連想させるが、bear という英語はなにかを保持する、支持するという広い意味をもっており、ベアリングは回転運動のみならず並進運動する物体の自重および外力を支持して円滑な運動を実現させる。

このような軸受の理論、いわゆる潤滑理論の基礎は 1886 年にレイノルズによって確立された。ここでは、Dowson によって示された一般化レイノルズ方程式を紹介し、次いで本書で用いているレイノルズ方程式を説明する。特に、それぞれの式に付帯する前提条件や仮定に注意して、理解していただきたい。

動圧軸受および表面絞り軸受における軸受すきま内の圧力は、レイノルズ方程式のみによって決定される。しかし、静圧軸受には軸受すきまに加圧流体を供給する孔などの一般的に言えば絞りが必須であり、軸受すきま内の圧力は、絞りの特性とレイノルズ方程式によって決定される。したがって、静圧軸受に必須の絞りについても説明する。

### 1.1 滑り軸受の原理と種類

#### 1.1.1 潤滑と滑り軸受

物体をある決められた方向に並進運動あるいは回転運動させるためには、必ずガイド (案内面) が必要である。図 1.1 は並進運動の場合であるが、案内面

## 2 1. 滑り軸受と軸受理論の基礎

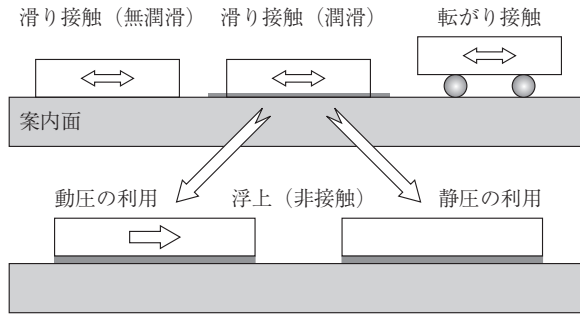


図 1.1 円滑な運動の実現 (並進運動の場合)

(guideway, slideway) に沿って物体を移動させるとき、固体同士が接触している無潤滑の滑り接触では摩擦 (friction) の影響が大きく、円滑な運動は望めない。動きやすくするためには、水や油を注いだり、ころを入れたりすればよいことを人類は古くから知っていた。これが、後述するような実験的および理論的な研究成果を基に、現在の機械要素としての滑り軸受や転がり軸受 (rolling bearing, rolling-contact bearing) となってきたわけである。

水や油を注ぐのは、摩擦を減らして動きやすくするためであり、同時に摩擦 (wear) などを減らすことである。すなわち、水や油を潤滑剤 (lubricant) とする潤滑 (lubrication) である。図 1.1 の滑り接触 (潤滑) のように潤滑を行うと、摩擦係数は、潤滑剤の粘りこさや滑り速度の大きさなどによって変化することが知られており、摩擦係数は軸受特性数 (粘性係数と滑り速度の積を荷重または面圧で割ったもの) によって整理できることを、1902年にドイツのシュトリベック (R. Stribeck) が広範な実験から明らかにしている<sup>1), 2)†</sup>。これをシュトリベック線図またはストライベック線図といい、図 1.2 のようなものである。図に示すように、軸受特性数に応じて摩擦係数の異なる三つの潤滑状態、すなわち境界潤滑 (boundary lubrication)、混合潤滑 (mixed lubrication, thin film lubrication)、そして流体潤滑 (hydrodynamic lubrication, thick film lubrication) が存在する。

<sup>†</sup> 肩付数字は、巻末の引用・参考文献の番号を表す。

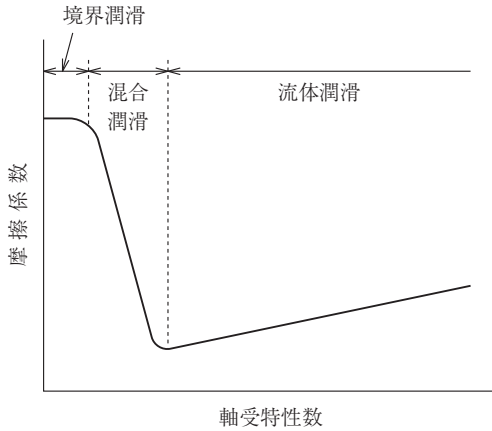


図 1.2 シュトリベック線図

流体潤滑とは、二つの固体間に存在する潤滑剤の膜（潤滑膜，lubrication film）によって固体同士が接触することのない状態であり、この場合の摩擦力は潤滑膜の粘性によるものとなる。したがって、ニュートンの粘性則より、摩擦力は潤滑膜のせん断速度、すなわち固体の滑り速度に比例する。固体同士の直接接触がないから摩擦はほとんど起こらず、粘性の小さい潤滑剤を用いれば摩擦係数も非常に小さい理想の潤滑状態である。流体潤滑状態では、潤滑膜が固体を支持しているわけであるから、潤滑膜には固体を支持するだけの圧力が発生していることになる。

潤滑膜が、1.1.2項で述べる動圧あるいは1.1.3項で述べる静圧によって負荷を支持するのであれば、これはもはや潤滑ではなく、図1.1の転がり接触におけるころや玉が潤滑膜に置き換わったベアリング、滑り軸受、と見ることができる。すなわち、潤滑膜に積極的に圧力が存在するようにして物体を支持する滑り軸受である。

滑り軸受では、転がり軸受のころや玉の役割をするものとして、油と空気が広く用いられている。軸受の性能に及ぼす両者の違いは、主に以下のものが挙げられる。

- (1) 油の粘性係数は空気の約1000倍あり、摩擦が大きい。
- (2) 油の粘性係数が高いことは、せん断による発熱が大きい。



#### 4 1. 滑り軸受と軸受理論の基礎

- (3) 発熱によって油の粘性係数は低下し、軸受特性が大きく変化する。
- (4) 油の発熱は周囲の熱変形を引き起こす。
- (5) 油は圧力に対して非圧縮とみなされるが、空気は圧縮される。

なお、滑り軸受と同様に固体接触のない軸受として実用に供されているものに、磁力を利用した磁気軸受 (magnetic bearing) がある。

#### 1.1.2 動圧軸受の原理と種類

動圧については、1883年から1884年にかけて、イギリスの鉄道技師 B. Tower が、鉄道における軸受摩擦に関する一連の実験の中でこれを発見し、その測定を行っている<sup>3), 4)</sup>。

この動圧が発生する原理を定性的に説明する。まず、図 1.3 は、流体力学で学ぶところの 2 種類の流れ、すなわちクエット流れ (Couette flow) とポアズイユ流れ (Poiseuille flow) である。前者は、一对の平行な壁の一方が静止していてもう一方が動いている場合で、壁に接している流体は粘性のために壁と

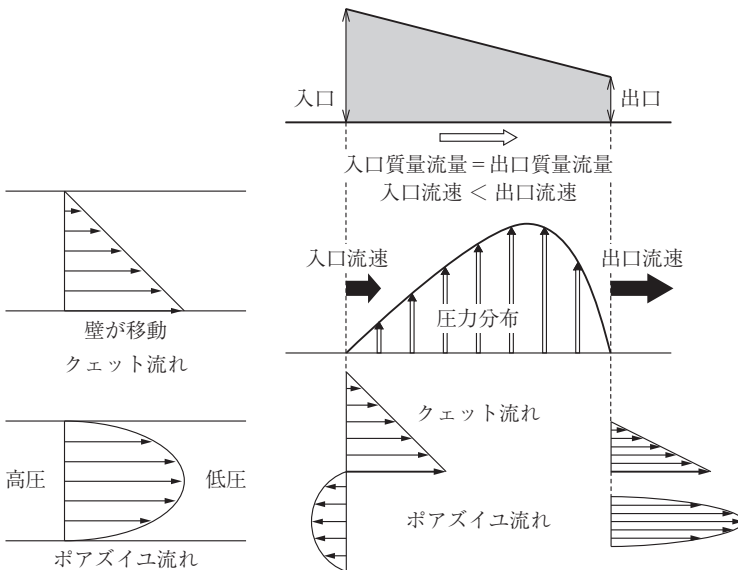


図 1.3 流れの種類

図 1.4 動圧発生原理

同じ速度で動くため、流れは紙面内のみの1次元流れとすると、図のような速度分布となる。壁の移動速度が大きいほど流量は増す。後者は、二つの壁は静止しているが圧力勾配が存在する場合で、圧力の高いほうから低いほうへ流れが生じ、同じく1次元流れとすると、図のような速度分布となる。圧力勾配が大きいほど流量は増す。

これを踏まえて図1.4を見ると、これはくさび状のすきまを形成する一對の壁があり、かつ一方の壁が動いている場合である。一方の壁が動いているので、流れはジェット流れと思われるが、そうではない。なぜなら、1次元流れとすると、ジェット流れだけでは入口側も出口側も平均流速は等しいが、入口と出口の幅(すきま)が異なるため、それぞれの断面を横切る質量流量が等しくならなくなってしまうからである。したがって、質量流量が等しくなるためには、入口側の流速が低く出口側の流速が高くならなければならない。このためにはくさび状のすきま内に周囲よりも高い圧力が発生し、左下がりと右下がりの圧力勾配が生じなければならない。

理論的には1.1.3項で説明するが、動圧が発生する条件は、くさび状のすきまの先細り部分に向かって、壁の動きにつられて流体が引き込まれていくことである。これをくさび効果(wedge effect)と呼ぶが、自動車を運転する者であれば誰でも知っていなければならない、水たまりを走行中に氷上を滑走するようにコントロール不能となるハイドロプレーニング現象(aquaplaning)は、これが原因である。タイヤと地面とで形成されるくさび状のすきまに、タイヤの回転によって水が引き込まれ、その結果発生する動圧によって、1トン以上の車が浮き上がってしまう。

ちなみに、潤滑問題の理論的および実験的な基礎は1883年から1886年の間に、ロシアのN.P. Petrov<sup>5)</sup>、イギリスのB. Tower、同じくイギリスのレイノルズ(O. Reynolds)<sup>6)</sup>によって、3人がたがいを知らなく、確立された<sup>7)</sup>。Petrovは、滑り軸受の摩擦損失は潤滑油の粘性とせん断によるものとして摩擦力を定式化し、レイノルズは、潤滑油の動圧特性を表す微分方程式を示している。

6 1. 滑り軸受と軸受理論の基礎

さて、物体に特定の運動を行わせるためには、直交座標系で考えれば、そこに存在する並進と回転あわせて六つの自由度のうち五つを拘束しなければならない。図 1.5 に示すように、ある軸まわりの回転、ある軸に沿った並進それぞれの運動を行わせるためには、図中の矢印の方向の動きを拘束することになる。拘束したうえで円滑な運動を実現するために、ベアリングが必要となり、荷重方向から分類すれば、以下の二つになる。

- (1) ジャーナル軸受 (journal bearing) またはラジアル軸受 (radial bearing)
  - (2) スラスト軸受 (thrust bearing) またはアキシアル軸受 (axial bearing)
- 一般に、回転運動においてはジャーナル軸受とスラスト軸受が必要であり、並進運動においてはスラスト軸受が必要である。

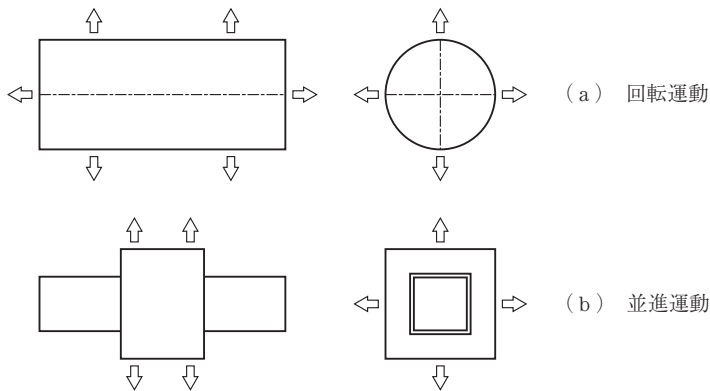


図 1.5 回転運動および並進運動における拘束すべき運動の方向

本書で対象としている、動圧を利用したジャーナル軸受形態を図 1.6 に示す。図 (a) の真円軸受は軸受面の直角断面が円となっている。動圧が発生するのにくさび状のすきまが必要であるが、真円軸受の場合は、これを水平に設置すれば軸受内の軸は自らの重み (自重) によって下方へ偏心するため、回転始動時にはくさび状のすきまが形成されている。図 (b) は、図 (c) のマッケンゼン (Mackensen) 軸受のようにして構造的に初めからくさび状のすきまが形成されているもので、複数の円弧の組合せからなる一般には多円弧軸受

# 索 引

<b>【あ行】</b>	<b>【こ】</b>	<b>【せ】</b>
アイソパラメトリック要素 154	剛 性 9, 11	静圧軸受 8
アキシャル軸受 6	コマンドオプション 30	積分公式 161, 173
圧力-流量特性 10	混合潤滑 2	接合点 50
案内面 1	コンパイラ 26	線積分 161, 162
一般化レイノルズ方程式 14	コンパイルコマンド 30	全体剛性マトリックス 174
エッケルト数 203	<b>【さ】</b>	全体座標系 59
エネルギー方程式 193	差分法 32	全体節点番号 59
オリフィス絞り 20	三角形要素 161	全体負荷ベクトル 174
<b>【か】</b>	<b>【し】</b>	<b>【そ】</b>
解析モデルの設計 38	軸受数 186	ソースファイル 25, 30
ガウスの定理 145	軸受すきま 184	ゾンマーフェルトの条件 18
ガウス・ルジャンドル求積法 161	軸受特性数 2	<b>【た】</b>
拡張子 30	軸受負荷容量 9	対称マトリックス 147, 152
ガラーキン法 142	自成絞り 22	多孔質軸受 12
<b>【き】</b>	自然座標系 155	多孔質絞り 23
キャビテーション 19	絞 り 9, 19	ダルシーの法則 23, 149, 151
ギューベルの条件 19	絞り抵抗 10	単位法線ベクトル 144
境界潤滑 2	絞り出口圧力 11	弾性流体潤滑理論 192
境界条件 17	ジャーナル軸受 6	<b>【ち〜と】</b>
局部座標系 59, 155	シュトリベック線図 2	チョーク 21, 76
<b>【く】</b>	真円軸受 6	通気率 23
クエット流れ 4, 203	浸透率 23	点 源 50
くさび効果 5	<b>【す】</b>	伝導率 23
<b>【け】</b>	スウィフト・ステーパーの条件 19	動 圧 4
形状関数 155, 157	数値計算ライブラリ 26, 28	透過率 23, 150
	すきま抵抗 10	<b>【ね】</b>
	ストライベック線図 2	熱弾性流体潤滑理論 192
	滑り軸受 3	熱伝導方程式 195
	スラスト軸受 6	

熱流体潤滑問題	192	プリプロセッシング	34	面積座標	157
<b>【は】</b>		フローチャート		面積積分	161, 162
ハーフ・ゾンマーフェルト			41, 44, 46, 47	毛細管絞り	19
条件	19	<b>【へ】</b>		<b>【や行】</b>	
バンド幅	55, 175	閉塞	21, 76	ヤコビアン	156, 159
バンドマトリックス	176	偏心角	184	有限要素法	32, 141
<b>【ひ】</b>		<b>【ぼ】</b>		要素剛性マトリックス	147, 148, 152, 171, 172, 174
表面絞り	13, 24	ポアズイユ流れ	4, 203	要素節点番号	59
<b>【ふ】</b>		方向余弦	181	要素負荷ベクトル	147, 148, 172, 174
ファイル転送	31	ポケット	11	<b>【ら行】</b>	
負荷ベクトル	152	ポストプロセッサ	35	ラインの番号	65
負荷容量	184	ポリトロープ変化	151	ラジアル軸受	6
富士通 Fortran & C Package 64	28	<b>【ま行】</b>		リセス	11
部分積分法	144	摩擦	2	流出境界辺	60, 66
プラントル数	203	摩擦係数	2	流体潤滑	2, 3
フーリエの法則	151	マッケンゼン軸受	6	レイノルズの条件	19
プリプロセッサ	34	摩擦耗	2		
		面絞り	13		

<b>【B, D, F】</b>		Graph-R	36	<b>【S, U】</b>	
BLAS	28	HP Fortran	28	smartGRAPH	35
dos2unix コマンド	31	IMSL	29	SSL II	29
FTP クライアントプログラム	31	Intel Fortran Compiler for Linux	27	unix2dos コマンド	31
<b>【G, H, I】</b>		Intel Visual Fortran	27	<b>【数字】</b>	
G95	26	<b>【L, M】</b>		2次元アイソパラメトリック要素	171
GNU Fortran	27	LAPACK	28	2次元シンプレックス要素	156, 172
		MKL	29	2次の四角形要素	154

— 著者略歴 —

1973年 東京都立大学工学部機械工学科卒業  
1975年 東京都立大学大学院修士課程修了（機械工学専攻）  
1975年 東京都立大学助手  
1984年 工学博士（東京都立大学）  
1986年 東京都立大学助教授  
1989年 青山学院大学助教授  
1994年 青山学院大学教授  
現在に至る

実践 気体軸受の設計と解析

— 有限要素法による動圧・静圧気体軸受解析 —

Practical Design and Analysis of Gas Bearings

— Finite Element Analysis of Aerodynamic and Aerostatic Bearings —

© Susumu Ohishi 2011

2011年5月25日 初版第1刷発行

★

検印省略

著者 おお いし すすむ  
大 石 進  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 新日本印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03) 3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04613-7 (金) (製本：愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします