

# 機械音響学

工学博士 安田仁彦著

コロナ社

## まえがき

音響学はこれまで、電気音響学や建築音響学として発展し、それぞれ電気工学や建築工学の分野において重要な役割を果たしている。これに対し機械工学の分野の機械音響学は、騒音対策の必要性が高まるに伴って、あるいは音響利用が進むにつれて、近年急速に重要性を増している。

電気音響学や建築音響学の分野では、これまで多くの著書が出版されている。これに対し、機械音響学の分野の著書は少ない。このため機械系の学生、技術者が音響学を学ぶには、他分野を指向した著書を通して学ぶことを余儀なくされることが多く、学びやすい状況になかった。本書は、機械系の学生、技術者を対象として、これらの学生、技術者に読みやすい著書となることを心がけて、機械音響学の基礎を解説したものである。好評を博している著者の前著「振動工学（基礎編、応用編）」（コロナ社）と全体の基調は同じになっているので、機械系の学生、技術者には、同著と同じように読んでいただけたらと思う。

本書で取り上げた項目はつぎのようである。まず数学的な準備をした後、波動方程式を導いた。つぎに波動方程式に基づいて、平面波の伝播、管路の中の音波、自由空間の音波、閉空間の中の音波などの諸問題を扱った。これらの章の間の適当な位置に、工学的に重要な静音化技術を扱った章を設けた。また機械音響学では、音振動連成問題は重要であるので、その基礎となる弾性体の振動の章と、音振動連成問題の章をそれぞれ設けた。最後に、設計現場で必須のツールとなっている有限要素法や境界要素法を適切に使いこなすために、これらの方法の基本的な考え方を三つの章にわたって解説した。

本書を著すにあたって著者が心がけたことは、上述の前著と同じように、全体を統一して取り扱うことである。統一した取扱いとするため、本書の各章の

かなりの部分で式展開を新たに行った。細心の注意を払い、ひとつひとつ納得しながら式展開を進めたつもりであるが、思わぬ誤謬<sup>ごびょう</sup>があることを恐れる。もしお気づきの点があったらお手数でも著者までお知らせいただきたい。

本書は、いくつかの企業で行った研修の資料と名古屋大学などで行った講義のノートをもとにし、企業との共同研究の際の資料を追加してできあがったものである。研修や講義の際に寄せられた質問やコメントは、本書を仕上げるにあたってきわめて有用であった。

本書の原稿に対して、同僚、後輩、学生から貴重なコメントをいただいた。本書を改善するのにこれらのコメントを役立たせていただいた。お名前は申し上げないが、これらの方々に感謝申し上げたい。

本書が、機械音響学を学ぼうえで読者に少しでも役立ち、あるいはこの分野の発展にいささかでも貢献することがあれば、著者にとってはこのうえない大きな喜びである。

2004年5月

安田仁彦

# 目 次

## 1 緒 論

1.1 音 響 学 .....	1
1.2 フーリエ解析 .....	3
1.2.1 オイラーの公式 .....	3
1.2.2 フーリエ級数 .....	6
1.2.3 フーリエ積分 .....	8
演 習 問 題 .....	10

## 2 波 動 方 程 式

2.1 音 波 .....	11
2.2 1次元の波動方程式 .....	12
2.3 2次元と3次元の波動方程式 .....	18
2.4 種々の座標系における波動方程式 .....	21
演 習 問 題 .....	23

## 3 平 面 波 の 伝 播

3.1 平 面 波 .....	24
3.1.1 基 礎 式 .....	24
3.1.2 調和運動する振動板による平面波 .....	25

3.1.3 非調和運動する振動板による平面波	26
3.1.4 平面波の伝播	28
3.1.5 調和波の伝播	30
3.2 音圧と音の強さ	31
3.2.1 音圧と音圧レベル	31
3.2.2 音のエネルギーと音の強さ	33
3.3 2次元と3次元の波動方程式に基づく平面波	35
3.3.1 2次元波動方程式に基づく平面波	36
3.3.2 3次元波動方程式に基づく平面波	39
3.4 音波の反射と透過	40
3.4.1 反射と透過	40
3.4.2 反射と屈折	43
演習問題	45

## 4 管路の中の音波

4.1 一様断面の管路	46
4.1.1 半無限長の管路	48
4.1.2 閉口管路	48
4.1.3 開口管路	51
4.1.4 音響インピーダンス密度が与えられた値となる管路	52
4.2 断面が連続的に変化する管路	53
4.3 複雑な管路	57
4.3.1 断面が不連続に変化する管路	58
4.3.2 空洞が結合された管路	60
演習問題	63

## 5 遮音と吸音

5.1 遮音	64
5.2 平板による遮音	65
5.2.1 斜入射の音波の遮音	65
5.2.2 コインシデンス効果	70
5.3 吸音	72
5.4 吸音材による吸音	73
5.4.1 多孔質吸音材	74
5.4.2 膜状吸音材	77
5.4.3 共鳴形吸音材	78
5.5 消音器における遮音と吸音	79
5.5.1 吸収形消音器	80
5.5.2 リアクタンス形消音器	81
5.5.3 共鳴形消音器	83
演習問題	84

## 6 弾性体の振動

6.1 膜の振動	85
6.1.1 運動方程式	85
6.1.2 自由振動	86
6.1.3 モード関数の直交性	90
6.1.4 自由振動と初期条件	93
6.1.5 強制振動	94
6.2 板の振動	97
6.2.1 運動方程式	97
6.2.2 自由振動	101

6.2.3 モード関数の直交性 .....	105
演習問題 .....	105

## 7 自由空間への音波の放射

7.1 球面波 .....	106
7.1.1 基礎式 .....	106
7.1.2 呼吸球による球面波 .....	107
7.2 点音源と二重音源による音波 .....	112
7.2.1 点音源による音波 .....	112
7.2.2 二重音源による音波 .....	112
7.3 平面音源による音波 .....	114
7.3.1 平面音源による音波 .....	114
7.3.2 放射インピーダンス .....	118
7.4 弾性振動板による音波 .....	120
演習問題 .....	121

## 8 閉空間の中の音波

8.1 1次元閉空間の中の音波 .....	122
8.1.1 閉口管路 .....	123
8.1.2 開口管路 .....	126
8.2 2次元閉空間の中の音波 .....	127
8.2.1 長方形の閉空間 .....	128
8.2.2 円形の閉空間 .....	132
8.3 3次元閉空間の中の音波 .....	134
8.3.1 直方体の閉空間 .....	134
8.3.2 円筒形の閉空間 .....	137

演習問題	141
------	-----

## 9 音振動連成問題

9.1 1次元閉空間の音振動連成問題	142
9.1.1 固有振動	142
9.1.2 振動板による音波	149
9.2 2次元と3次元の閉空間の音振動連成問題	151
9.2.1 2次元と3次元の閉空間の音振動連成問題	151
9.2.2 固有振動	153
演習問題	158

## 10 有限要素法・境界要素法の数学基礎

10.1 重みつき残差法	159
10.1.1 基本的な考え方	159
10.1.2 微分方程式を近似する重みつき残差法	162
10.1.3 微分方程式と境界条件を近似する重みつき残差法	165
10.2 微積分の公式	168
10.2.1 方向微分	168
10.2.2 1次元の部分積分の公式	169
10.2.3 グリーンの補助定理	169
10.2.4 2次元と3次元の部分積分の公式	171
演習問題	172

## 11 有限要素法による音響解析

11.1 1次元の音響問題	173
11.1.1 1次元の音響問題の例	173



11.1.2	要素分割と未知関数の表示	175
11.1.3	基本境界条件からなる問題の解析	177
11.1.4	未知定数の決定	178
11.1.5	自然境界条件を含む問題の解析	180
11.1.6	連立方程式の係数の計算	182
11.2	2次元の音響問題	185
11.2.1	2次元の音響問題の例	185
11.2.2	要素分割と未知関数の表示	186
11.2.3	重みつき残差の条件式	187
11.2.4	未知定数の決定	188
11.3	3次元の音響問題	189
11.3.1	3次元の音響問題の例	189
11.3.2	要素分割と未知関数の表示	190
11.3.3	重みつき残差の条件式	191
11.3.4	未知定数の決定	192
	演習問題	193

## 12

## 境界要素法による音響解析

12.1	数学的な準備	194
12.2	1次元の音響問題	196
12.2.1	1次元の音響問題の例	196
12.2.2	重みつき残差の条件式	198
12.2.3	基本解	199
12.2.4	境界法による解析	200
12.3	2次元の音響問題	203
12.3.1	2次元の音響問題の例	203
12.3.2	重みつき残差の条件式	204
12.3.3	基本解	204
12.3.4	境界積分方程式	205

12.3.5 境界積分方程式の離散化 .....	207
12.3.6 無限領域を含む音響問題 .....	210
12.4 3次元の音響問題 .....	211
演習問題 .....	214
参 考 文 献 .....	215
演習問題略解 .....	217
索 引 .....	222

# 緒 論

この章では、音とはなにかを考え、本書で扱う音響学の範囲を述べる。また、後に必要となるフーリエ解析の基礎をまとめておく。

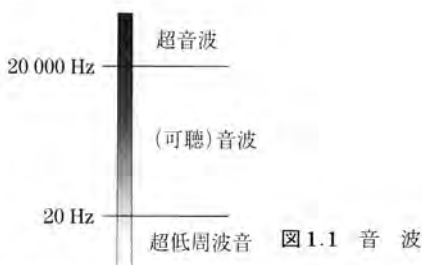
## 1.1 音 響 学

日常生活の中にはいろいろな音があふれている。家の中では人の話し声やテレビの音など、外では自動車の音や風の音などが聞こえる。ふつうにいう音 (sound) とは、これらの例のように、人間が耳で知覚できるものをいう。

音の物理学的な意味は次章で検討することにして、ここでは簡単に、音とは空気中の圧力変化の波動であると理解しておこう。この意味で音を音波 (sound wave) という。波動の変化の速さを表す量として、1秒当りの変化回数が用いられる。これを周波数あるいは振動数 (frequency) といい<sup>1</sup>、単位としてヘルツ [Hz] が用いられる。人間が耳で知覚できる音波は、周波数 20 Hz から 20 000 Hz 程度の範囲のものである。狭い意味で音波とは、この範囲の波動をいう。工学的には音波をもっと広くとらえ、人間の耳に聞こえない低い周波数、高い周波数の波動も音波に含める。前者を超低周波音 (very low frequency wave)、後者を超音波 (supersonic wave) という (図 1.1)。

真空中では音波は伝えられない。音波が伝えられるためには、空気などの物質が必要である。この物質を媒質 (medium) という。ふつうに音波というと

<sup>1</sup> 慣例的に、音響学や電気工学の分野では周波数を、機械工学の分野では振動数を用いることが多い。



き、媒質として空気を意味する。しかし広い意味では、液体や固体を媒質とする波動も音波に含める。

音が発生する原因をいくつかに分けることができる。発生原因の一つは媒質中にある物体の振動である。楽器やスピーカーから音が聞こえるのは、弦や振動板が振動するからである。機械から騒音が発生するのは、機械が振動するからである。音の発生原因の二つ目として、媒質自身の一部に起こる変動がある。拍手や雷のように、媒質が急激に膨張・収縮、あるいは炸裂<sup>きく</sup>する場合に音が発生する。送風機や圧縮機、ジェットエンジンなどの音も同じ原因で発生する。

音を扱う学問を音響学 (acoustics) という。音響学は、音の発生と伝播に伴う物理現象と、それが人間の聴覚器官に作用して音を感じさせる現象を対象とする。したがって音響学は、物理学、工学、医学、生理学、心理学などの広い学問分野に関連する。本書では工学の立場から音を扱う。

音響学の起源は、ギリシャ時代の紀元前500年頃の、ピタゴラス (Pythagoras) による音階の研究にさかのぼるといわれている。しかし自然科学の一分野として、音の物理的性質について系統的な研究が行われるようになったのは、これよりずっと遅い、16世紀以降のガリレイ (Galilei) の時代からである。ガリレイは弦や板の振動を研究した。その後17世紀から19世紀にかけて、メルセンヌ (Mersenne) による空中の音速の測定に始まって、ニュートン (Newton)、ラプラス (Laplace)、ヘルムホルツ (Helmholtz)、レーリー (Rayleigh) らが、音を力学の問題として扱ってきた。その集大成が1877年に出版されたレーリーの著書「音の理論 (Theory of Sound)」である。

音が工学の対象になり始めたのは、ベル (Bell) による電話の発明 (1876) や、マルコーニ (Marconi) による無線通信の発明 (1895) の頃からである。これらの機器で、音波と電気波形の間の変換が重要な問題となり、変換技術が発展させられた。この技術が、今日の電気音響学 (electroacoustics) の根幹をなしている。

建築の分野では、20世紀に入ってセービン (Sabine) によって確立された残響理論が音響学に大きな影響を与え、建築音響学 (architectural acoustics) の発展に寄与した。建築の分野では、音響環境の設計が今日ますます重要になっている。

最近の音響学で重要な問題は、産業、社会活動の発達の副産物として増大してきた、機械・交通機関の騒音である。騒音対策、騒音制御は、機械・航空・土木などの分野で音響学の重要な課題となっている。この本では、これらの分野を念頭において、機械音響学 (mechanical acoustics) の基礎を解説する。

## 1.2 フーリエ解析

この節で、音の問題を解析するときに必要なフーリエ解析の基礎をまとめておく<sup>\*</sup>。

### 1.2.1 オイラーの公式

純虚数を指数とする指数関数と三角関数の関係を表す公式を思い出しておこう。純虚数  $j\theta$  を指数とする指数関数  $e^{j\theta}$  のマクローリン級数展開を求めると

$$\begin{aligned} e^{j\theta} &= 1 + j\theta + \frac{1}{2!}(j\theta)^2 + \frac{1}{3!}(j\theta)^3 + \dots \\ &= \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \dots\right) + j\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots\right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

となる。また三角関数  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  のマクローリン級数展開を求めると

<sup>\*</sup> 詳細は例えば文献2)を参照。

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \dots \\ \sin \theta &= \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

となる。式(1.1)と式(1.2)を比較すると

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (1.3)$$

を得る。この式を**オイラーの公式** (Euler formula) という。この式によれば、指数関数  $e^{j\theta}$  は、実部が  $\cos \theta$ 、虚部が  $\sin \theta$  の複素関数である。この関数  $e^{j\theta}$  を、実部、虚軸を横軸、縦軸とする複素平面上で表せば、実軸から角  $\theta$  の方向で、原点から1の距離にある点となる (図1.2)。

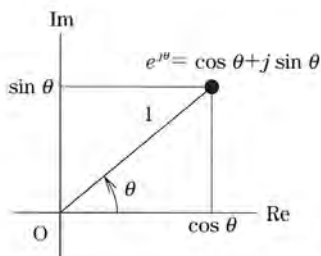


図1.2 オイラーの公式

オイラーの公式を用いると、例えば、実数定数  $x_0$ ,  $\omega$  を用いて定義される時間  $t$  の調和関数

$$x = x_0 \cos \omega t \quad (1.4)$$

は、関数

$$z = x_0 e^{j\omega t} = x_0 (\cos \omega t + j \sin \omega t) \quad (1.5)$$

の実部  $\text{Re}[z]$  で与えられることがわかる。ここで  $\text{Re}$  は実部をとる演算を表す。

実部をとる演算の代わりに、つぎのような扱いも可能である。式(1.5)と共役な複素数

$$z^* = x_0 e^{-j\omega t} = x_0 (\cos \omega t - j \sin \omega t) \quad (1.6)$$

を導入する。なお本書では、共役な複素数を記号  $*$  を付して表すことにする。式(1.5)と式(1.6)を用いると、式(1.4)の調和関数は

$$x = \frac{1}{2}(z + z^*) \quad (1.7)$$

で与えることができる。

音響学のような問題では、解析にあたって、調和関数の微積分あるいは乗除の演算がしばしば必要になる。調和関数の微積分は、 $\sin$  と  $\cos$  の間で形を変え、また乗除は複雑な公式に従う。このように調和関数の演算は一般にめんどうである。これに対して指数関数は、微積分によって関数の形を変えず、また乗除は指数部の加減算に帰着される。このように指数関数の演算は簡単である。そこで問題に含まれる調和関数を、オイラーの公式を利用して指数関数で表し、調和関数の演算を指数関数の演算に置き換えると便利ことが多い。本書でも、このやり方に従って問題を扱うことが多い。

### 【例題 1.1】

図 1.3 に示すような、質量  $m$ 、ばね定数  $k$ 、減衰係数  $c$  の 1 自由度粘性減衰系がある。この系に  $F \cos \omega t$  の調和外力が作用するとき、運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F \cos \omega t$$

となる。この系の強制振動を表す解を、指数関数を利用して求めよ。

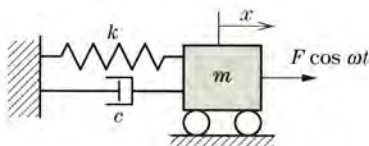


図 1.3 1 自由度粘性減衰系

【解答】 問題の運動方程式をそのまま扱う代わりに、右辺に  $jF \sin \omega t$  を加えて、運動方程式を

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = Fe^{j\omega t} \quad (a)$$

で置き換える。この式の解の実部が、もとの問題の解である。

式(a)の解を求めるため、 $X$  を未知定数として、解  $x$  を

$$x = Xe^{j\omega t}$$

とおく。これを式(a)に代入すると

# 索 引

	<b>【い】</b>		<b>【き】</b>		<b>【け】</b>
板	97	機械音響学	3	限界周波数	71
	<b>【う】</b>	基底関数	163	減衰定数	74
運動方程式	14, 20, 85	基本解	199, 205, 213	建築音響学	3
	<b>【え】</b>	基本境界条件	174, 177		<b>【こ】</b>
エクスポネンシャルホーン	54	基本調波成分	7	コインシデンス効果	70
円筒座標	21, 111	吸音	72	コインシデンス周波数	71
	<b>【お】</b>	球音源	107	高調波成分	7
オイラーの公式	4	吸音材	73	呼吸球	107
音	1	吸音率	72, 76	コーシーの主値	196
——のエネルギー	33	吸音力	72	固有音響インピーダンス	30
——の強さ	34	球座標	22, 106	固有角周波数	124
——の強さのレベル	35	吸収形消音器	80	固有角振動数	89
音振動連成問題	142	球面波	106	固有振動	122
重み関数	163	境界積分方程式	207, 210, 213		<b>【き】</b>
重みつき残差法	163	境界法	202	残差	163
音圧	12	共振	50, 96		<b>【し】</b>
音圧レベル	33	共振角周波数	50	試験関数	163
音響インピーダンス密度	29, 49	共振振動数	96	指向性	114
	<b>【か】</b>	共振点	96	指向性パターン	114
音響学	2	共振波長	50	指数ホーン	54
音響管	46	強制振動	96	自然境界条件	175, 180
音源の強さ	112	共鳴	50	実効値	31
音速	12	共鳴形吸音材	78	質量則	69
音場	15	共鳴形消音器	83	質量法則	69
音波	1, 12	キルヒホッフの仮定	97	自明な解	88
	<b>【か】</b>		<b>【く】</b>	遮音	64
ガラーキン法	164	口	53	遮断周波数	56
		屈折	43	自由空間	106
		屈折波	43	自由振動	86
		グリーンの補助定理	169, 171	周波数	1



縮退	131
消音器	80
進行波	29
振動数	1
振動モード	90
【す】	
スネルの法則	43
【せ】	
積分方程式	206
節点	175
全反射	44
【そ】	
速度ポテンシャル	15, 20
粗密波	12
ゾンマーフェルトの放射 条件	211, 214
【た】	
体積増加率	13, 19
体積速度	112
体積弾性率	14
多孔質吸音材	74
ドラムペールの波動方程式	16
【ち】	
超音波	1
超低周波音	1
調和波	30
直交性	92, 105, 125
【て】	
定在波	49
定常波	49
デルタ関数	195
点音源	112
電気音響学	3
伝播定数	74

【と】	
透過	40, 42
透過損失	65, 67, 80
透過波	40
透過率	42, 80
特性インピーダンス	74
【に】	
二重音源	113
——の強さ	113
入射波	40
【の】	
ノイマン関数	111, 133, 138
のど	53
【は】	
媒質	1
波数	31
波長	30
波動方程式	15, 21
バブル	115
波面	12
腹	50
パワー	35, 110
反射	40, 42
反射波	40
反射率	42
【ふ】	
複素フーリエ級数	7
複素フーリエ係数	7
節	50
部分積分	169
——の公式	171
ブーミング	78, 132
フーリエ級数	7
フーリエ係数	7
フーリエ積分	9
フーリエ変換	9

【へ】	
平面音源	115
平面音波	12
平面波	12, 24, 36, 39
ベッセル関数	111, 116, 133, 138
ヘルムホルツの方程式	25
変数分離の方法	37, 87, 102, 129, 135, 138
【ほ】	
方向微分	168
放射インピーダンス	109, 118
放射インピーダンス密度	109
放射抵抗	110
放射リアクタンス	110
ホーン	53
【ま】	
膜	85
膜状吸音材料	77
曲げこわさ	99
【も】	
モード	125
モード関数	89, 104, 125
【よ】	
要素	175
【り】	
リアクタンス形消音器	81
粒子速度	12
理論モード解析	95
【れ】	
連続の式	14, 20
連続の条件	58, 61, 66

— 著者略歴 —

- 1963年 名古屋大学工学部機械学科卒業  
1968年 名古屋大学大学院工学研究科博士課程修了  
工学博士(名古屋大学)  
1968年 名古屋大学助手  
1970年 名古屋大学講師  
1976年 名古屋大学助教授  
1985年 名古屋大学教授  
2004年 名古屋大学名誉教授  
愛知工業大学教授  
2013年 愛知工業大学退職

機械音響学

Mechanical Acoustics

© Kimihiko Yasuda 2004

2004年7月16日 初版第1刷発行

2017年5月20日 初版第4刷発行

検印省略

著者 安田 仁彦  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来 真也  
印刷所 三美印刷株式会社  
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10  
発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.  
Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03)3941-3131(代)  
ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04573-4 C3053 Printed in Japan

(金)



**JCOPY** <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-3513-6969, FAX 03-3513-6979, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。