

■

機械系コアテキストシリーズ A-2

部材の力学

—設計のためのはり・板・殻の弾性力学—

渋谷 陽二

著



■

コロナ社

機械系コアテキストシリーズ 編集委員会

編集委員長

工学博士 金子 成彦 (東京大学)

[B: 運動と振動分野 担当]

編集委員

博士 (工学) 渋谷 陽二 (大阪大学)

[A: 材料と構造分野 担当]

博士 (工学) 鹿園 直毅 (東京大学)

[C: エネルギーと流れ分野 担当]

工学博士 大森 浩充 (慶應義塾大学)

[D: 情報と計測・制御分野 担当]

工学博士 村上 存 (東京大学)

[E: 設計と生産・管理 (設計) 分野 担当]

工学博士 新野 秀憲 (東京工業大学)

[E: 設計と生産・管理 (生産・管理) 分野 担当]

このたび、新たに機械系の教科書シリーズを刊行することになった。

シリーズ名称は、機械系の学生にとって必要不可欠な内容を含む標準的な大学の教科書作りを目指すとの編集方針を表現する意図で「機械系コアテキストシリーズ」とした。本シリーズの読者対象は我が国の大学の学部生レベルを想定しているが、高等専門学校における機械系の専門教育にも使用していただけるものとなっている。

機械工学は、技術立国を目指してきた明治から昭和初期にかけては力学を中心とした知識体系であったが、高度成長期以降は、コンピュータや情報にも範囲を広げた知識体系となった。その後、地球温暖化対策に代表される環境保全やサステナビリティに関連する分野が加わることになった。

今日、機械工学には、個別領域における知識基盤の充実に加えて、個別領域をつなぎ、領域融合型イノベーションを生むことが強く求められている。本シリーズは、このような社会からの要請に応えられるような人材育成に資する企画である。

本シリーズは、以下の5分野で構成され、学部教育カリキュラムを構成している科目をほぼ網羅できるように刊行を予定している。

- A：「材料と構造」分野
- B：「運動と振動」分野
- C：「エネルギーと流れ」分野
- D：「情報と計測・制御」分野
- E：「設計と生産・管理」分野

また、各教科書の構成内容および分量は、半期2単位、15週間の90分授業を想定し、自己学習支援のための演習問題も各章に配置している。

工学分野の学問内容は、時代とともにつねに深化と拡大を遂げる。その深化と拡大する内容を、社会からの要請を反映しつつ高等教育機関において一定期間内で効率的に教授するには、周期的に教育項目の取捨選択と教育順序の再構成が必要であり、それを反映した教科書作りが必要である。そこで本シリーズでは、各巻の基本となる内容はしっかりと押さえたうえで、将来的な方向性も見据えることを執筆・編集方針とし、時代の流れを反映させるため、目下、教育・研究の第一線で活躍しておられる先生方を執筆者に選び、執筆をお願いしている。

「機械系コアテキストシリーズ」が、多くの機械系の学科で採用され、将来のものづくりやシステム開発にかかわる有為な人材育成に貢献できることを編集委員一同願っている。

2017年3月

編集委員長 金子 成彦

最近、検査データの改ざんや検査項目の不履行等、ものづくりの品質保証に関わるトラブルが散見している。安全・安心に関わるので、厳格な品質管理が求められる一方、多様にカスタマイズされた仕様を満足し、短期間での製品出荷を余儀なくされた競争環境に置かれているのも事実である。強度設計に関わる工程も、その環境の中では、シミュレーションにより最適解をより迅速に見出すことが求められ、AIを活用した解析ソフトの充実がその要求に合致するようになってきた。ただ、その解の妥当性を判断できるのは、設計者や解析者の持っている経験や知識であることはいうまでもない。その経験や知識の根底には、断片的なデータベースでは捕らえられない、連続的な当該分野の学術的基礎があり、理論が示唆する客観的な根拠が、その検証と妥当性確認（V&V）を裏打ちすることになる。

本書は、そのような知識枠の一つを与えることを目的にまとめられたものである。従来より、材料力学、弾性力学、塑性力学という学術的な枠組みがあり、それに基づく書籍は数多く出版されている。その意味では、本書は弾性力学に該当するが、はりや板、殻といった部材を対象にした弾性力学の理論をまとめた内容になっている。弾性力学の体系化には、Stephen P. Timoshenko (1878~1972) の寄与が大きく

S.P. Timoshenko and J. N. Goodier : Theory of Elasticity, McGraw Hill

S.P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger : Theory of Plates and Shells, McGraw Hill

S.P. Timoshenko and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, Dover Publications,

Inc.

S. Timoshenko : Vibration Problems in Engineering, D.Van Nostrand Company Inc.

等の弾性力学，構造力学，弾性安定論に関わる不朽の教科書があり，本書はそれらから抜粋してまとめたものにすぎない。それほど，弾性力学の理論的枠組みは完成された域に達しているといっても過言ではない。ただ，その理論を，部材と呼ばれる，形状を単純化させ，それに伴って力学的理論も単純化され，実用性を著しく向上させた力学的な過程への適用においては，新たな学術的，技術的知見を創り出す余地は十分にある。

本書は，典型的なはり，棒，板，殻といった部材に弾性力学理論を適用した枠組みを，「部材の力学 (mechanics of members)」としてまとめたものである。最近では，3D プリンターの普及により，複雑な構造や部材，部品の創成ができるようになった。これらを周期的に配置することにより意図的な内部構造を持つメタマテリアル (metamaterial) と呼ばれる新規材料等も提案されている。金属材料にかかわらず，高分子材料も触媒等の化学反応を利用した自己組織的な構造を具備した新たな膜体も実用化されるようになった。製品としての機械構造物を構成する部材から，材料を創成する基本内部構造を構成する部材に至るまで，この力学理論の適用範囲はさらに拡がりを見せているといえる。その意味では，必ずしも機械工学を学ぶ学生のみならず，他分野の学生や技術者も学べる構成が望ましいので，本文中の式の導出や，Web ページにある演習問題の解答は極力省略せずに執筆している。また，本書は，コロナ社の「機械系コアテキストシリーズ」の [A : 材料と構造分野] の一環として執筆され，「A-1 材料力学」(渋谷陽二・中谷彰宏 共著，2017 年) とともに，学部で習得すべき一連の固体力学の基礎に位置づけられる。文中では，適宜当該書籍の「A-1 材料力学」を引用しているので，あわせて学ぶことを薦める。

以上のような背景と意図を持って，本書は，学部で習う弾性力学の基礎を学び，部材の概念に展開した内容としている。著者が大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻に在職しているときに担当した，学部での材料力学，固体力学基

礎（弾性力学），そして大学院における非線形構造力学の講義資料をもとにしており，その講義を受講したこれまでの学生諸氏から指摘された数多くの質問や疑問が，本書をまとめる上で大きな役割を果たしてくれたことはいうまでもない。ここに，深く感謝したい。

最後に，2024年3月で定年退職した大阪大学では25年以上に及ぶ教育研究の場を提供してもらい，研究室での活動に携わった教職員，学生，研究生の方々には感謝以外の言葉は見当たらない。本書を通じて御礼申し上げます。また，「A-1 材料力学」とともに，本書の執筆に関して大変お世話になりましたコロナ社に謝意を表します。

2025年7月

渋谷 陽二

演習問題の解答について

下記の書籍詳細ページ内の「▶関連資料」をクリックすると，演習問題の解答を確認することができます。

<https://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339045321/>

※コロナ社の Web ページから本書の書名検索でも書籍詳細ページにアクセスできます。

※確認するには p.91 にあるパスワードの入力が必要です。

1 章 部材の力学とは

- 1.1 部 材 と は 2
- 1.2 格 子 構 造 3
- 1.3 ハニカム構造の力学 6
- 演 習 問 題 12

2 章 弾性力学の基礎

- 2.1 変位-ひずみ関係式（ひずみの適合条件式） 14
 - 2.1.1 勾配テンソル 14
 - 2.1.2 ひずみテンソル 17
 - 2.1.3 主 ひ ず み 21
 - 2.1.4 適 合 条 件 式 23
- 2.2 コーシーの応力と平衡方程式 28
 - 2.2.1 運 動 方 程 式 28
 - 2.2.2 応力テンソル 30
 - 2.2.3 平 衡 方 程 式 31
 - 2.2.4 主 応 力 34
- 2.3 一般化フックの法則（応力-ひずみ関係式） 37
- 2.4 変位で記述された平衡方程式（ナビアの式）と応力で記述された適合条件式（ミッチェルの式） 42

2.4.1	変位で記述された平衡方程式（ナビアの式）	42
2.4.2	応力で記述された適合条件式（ベルトラミ・ミッチェルの式）	43
2.5	エアリーの応力関数	45
2.6	ひずみエネルギー	48
2.7	仮想仕事の原理	49
2.7.1	仮想変位と仮想仕事の原理	49
2.7.2	相補仮想仕事の原理	51
2.8	最小ポテンシャルエネルギーの原理	52
	演習問題	53

3章 はりと棒の力学

3.1	はりの変形（ベルヌーイ・オイラーの仮説）	56
3.2	はりの断面のゆがみ	60
3.2.1	$y_0 = 0$ の図心に横荷重が作用する場合	64
3.2.2	$y_0 \neq 0$ の位置に横荷重が作用する場合	74
3.3	中実棒のねじり	76
3.3.1	楕円断面棒のねじり	78
3.3.2	薄膜類似	80
3.3.3	長方形断面棒のねじり	81
3.4	中空棒のねじり	84
3.4.1	ねじり応力関数	84
3.4.2	薄肉断面棒のねじり	86
	演習問題	89

4章 板の力学

4.1	板の基礎方程式	93
4.1.1	合応力	93
4.1.2	平衡方程式	94
4.1.3	キルヒホッフの仮説	95

4.1.4	板の支配微分方程式	96
4.1.5	ひずみエネルギー	99
4.2	長方形板の純曲げ	100
4.2.1	基礎方程式	100
4.2.2	合モーメントと曲率の変換	101
4.2.3	例題	103
4.3	分布荷重を受ける長方形板	105
4.4	円板の曲げ	108
4.4.1	極座標系での基礎方程式	108
4.4.2	たわみの一般解	110
4.4.3	軸対称問題の例題	111
	演習問題	120

5章 殻の膜変形

5.1	回転対称殻の基礎方程式	123
5.2	軸対称荷重を受ける回転対称殻	127
5.3	内圧や自重を受ける回転対称殻	128
5.3.1	内圧を受ける円筒殻	128
5.3.2	内圧を受ける球殻	129
5.3.3	内圧を受ける円錐殻	130
5.3.4	内圧を受ける回転楕円体殻	131
5.3.5	物体力（自重）を受ける球殻	132
5.3.6	その他の例題	133
5.4	膜理論における回転対称殻の変形	135
	演習問題	140

6章 殻の曲げ変形

6.1	回転対称殻の平衡方程式	142
6.2	回転対称殻の変位-ひずみ関係式	145

6.3	合応力および合モーメントの構成関係式	146
6.4	軸対称問題における基礎方程式	147
6.5	円筒殻の基礎方程式	149
6.5.1	平衡方程式	149
6.5.2	変位-ひずみ関係式	152
6.5.3	変位を用いた構成関係式	153
6.6	円筒殻に軸対称荷重が作用する例題	154
6.6.1	ドンネルの基礎方程式と一般解	154
6.6.2	例題	155
	演習問題	167

7章 はり・板の大たわみと座屈 (幾何学的非線形性と力学的不安定性)

7.1	はり柱の大たわみ	169
7.1.1	平衡方程式	169
7.1.2	変位-ひずみ関係式	171
7.1.3	支配微分方程式	171
7.1.4	境界条件	173
7.2	はりの大たわみ問題	174
7.2.1	一定の引張軸力が作用する単純支持はり	174
7.2.2	両端回転支持の単純支持はり	177
7.3	板の大たわみ	179
7.3.1	支配微分方程式 (フォン・カルマンの式)	179
7.3.2	円板の大たわみ	184
7.4	板の大たわみ問題	187
7.4.1	単純支持された正方形板の大たわみ	187
7.4.2	固定支持された円板の大たわみ	190
7.5	はり柱の座屈	192
7.5.1	軸圧縮力を受けるはり柱	192
7.5.2	圧縮力を受ける剛接合されたフレーム	199

7.5.3	座屈後のはりの挙動（エラスティカの問題）	201
7.6	板の座屈	207
7.6.1	面内圧縮力を受ける平板	207
7.6.2	面内圧縮力を受ける薄肉管	211
7.6.3	種々の境界条件を持つ面内圧縮力を受ける平板	211
	演習問題	216

付録 A テンソル代数学の基礎

A.1	表記法	218
A.2	直交デカルト座標系でのテンソル	219
A.2.1	座標変換	219
A.2.2	線形演算子	220
A.2.3	テンソル	220
A.3	ベクトルとテンソルの微積分	221
A.4	曲線座標系でのテンソル	223
A.4.1	円柱座標系	224
A.4.2	球座標系	225
A.5	テンソルの時間微分	226
A.6	極分解	228

付録 B Micropolar 弾性体のはり

B.1	新規な弾性特性を創造する格子構造	229
B.2	Micropolar 理論と Micromorphic 理論	231
B.3	はり近似と均質化有限要素定式化	233
B.3.1	2尺度均質化モデル	233
B.3.2	Micropolar はり近似と有限要素定式化	234

引用・参考文献 241

索引 244

1 章

部材の力学とは

◆本章のテーマ

部材の定義と役割を学ぶ。構造をなすのはすべて部材であり、構造に外荷重が作用し変形するのは、それを構成している部材の変形に帰着される。種々の外荷重が作用したときに、構造の最小単位の部材に生じる力学を2章以降で学ぶことの意義について述べる。そして、部材の強度から決まる機械構造物の設計のみならず、微小な部材の材料特性や、その幾何学的な配置から決まる内部構造を持つ材料の弾性特性についても述べる。

◆本章の構成（キーワード）

1.1 部材とは

はり、板、殻

1.2 格子構造

周期構造、組子、骨梁、蜂の巣

1.3 ハニカム構造の力学

かさ密度、ヤング率、せん断弾性係数、ポアソン比

◆本章を学ぶと以下の内容をマスターできます

- ☞ 部材の定義が理解できる
- ☞ 部材の力学の位置付けを理解できる
- ☞ ハニカム構造の弾性特性が求められる

1.1 部材とは

部材 (member) は、構造物の持つ機能を保証し、外荷重に対してその構造健全性を維持する最小単位の基本構成要素として定義される。軸線に対して垂直な荷重や曲げモーメントを受けるはり、面内に作用する力や面外方向に作用する力や曲げモーメントを受ける板、軸力やねじりモーメントを受ける棒等は構造物を構成する部材の典型例である。一般に、機械構造物は種々の部品から構成されている。その部品は、さらにそれを構成する部品から成り立ち、それを繰り返すことにより、構造物を構成する最小単位の部材に分解できる。それらは、二つの代表寸法に比べて残りの寸法が十分大きな**一次元部材** (1D-member; one dimensional member)、残りの寸法が十分小さな**二次元部材** (2D-member; two dimensional member)、そして三つの寸法がおおよそ同じオーダーの**三次元部材** (**バルク体**) (3D-solid; bulk) に大別される。一次元部材の代表的なものは**はり** (beam) と呼ばれているが、負荷される荷重の形態に応じて表現が異なる。十分大きな寸法を持つ軸線に対して、垂直に作用する**横荷重** (lateral force) と呼ばれる荷重が一次元部材に作用する場合にはりと呼ばれるが、軸線方向に沿った荷重が作用する場合、引張荷重のときには**棒** (bar)、圧縮荷重のときには**柱** (column) と呼ばれる。また、軸線まわりにねじりモーメントが作用する場合には、特に円形断面である棒を**シャフト** (shaft) と呼ぶこともある。二次元部材については、極端に小さい一寸法を板厚にすると、面内の曲率半径が無限大 (曲率が0) のときには**板** (plate)、有限値 (0でない曲率を持つ) のときには**殻** (shell) と呼ばれている。一次元部材や二次元部材を総称して一般に部材というが、極端な寸法を持ち、作用する荷重が限定される場合には、三次元の力学理論を一次元や二次元に単純化できる。それらの理論が**はり理論** (beam theory) や**板理論** (plate theory) と呼ばれるものである。構造物の設計においては、予想される荷重を健全に支持するため、最小の部材に対する強度や変形の保証をしなければならない。そのための評価手法は簡便であればあるほど、実用性が高まる。本書では、簡略化された部材に

対して、簡便化された理論を学ぶことを目的としている。

一般の構造設計では、材料に生じる応力とひずみが線形関係にある**線形弾性** (linear elasticity) を対象にする。固体力学における非線形性には二つの観点がある。応力とひずみの関係を表す構成式が非線形である材料的観点と、生じるひずみを変位関数により記述され、非線形項を持つ**有限変形** (finite deformation) の幾何学的非線形性である。線形弾性は、線形の応力-ひずみ関係で微小な変形が対象になり、**材料力学** (mechanics of materials) はその範疇^{ちゅう}に入る。一方、非線形な応力-ひずみ関係で、変形が初期値に回復する場合には**非線形弾性** (nonlinear elasticity)、永久ひずみが残る場合には**塑性** (plasticity) という。材料が非線形弾性または塑性のいずれの場合にも、変形が**微小変形** (infinitesimal deformation) である場合と有限変形である場合があり、それらに応じて力学理論は異なる。本書では、材料は線形の応力-ひずみ関係に限り、ひずみも微小ひずみを用いるが、変位は非線形な**有限変位** (finite displacement) までを取り扱い、これを**大たわみ** (large deformation) と称する。

圧縮荷重が作用する場合には、安定な変形とともに不安定な変形に対する考慮が必要になる。材料力学で学ぶ柱を対象にした不安定挙動は**オイラーの座屈** (Euler's buckling)^{1)†}であり、板や殻についても同様に座屈が生じる。一次元部材や二次元部材のように寸法比に極端な違いのある構造については、圧縮の作用場での座屈の考慮は不可欠である。材料の降伏点よりも小さな荷重で不安定挙動の座屈が生じる場合には、特に注意が必要になる。本書では、弾性の範囲内で生じる座屈について、はりと板を対象に取り上げる。

1.2 格子構造

3D プリンターの普及により、複雑な幾何形状を形造ることができるようになった。用いる材料も、高分子材料から金属材料まで幅広い素材を活用することができるようになり、おもちゃから航空機部品に至る多種多様な構造物の設

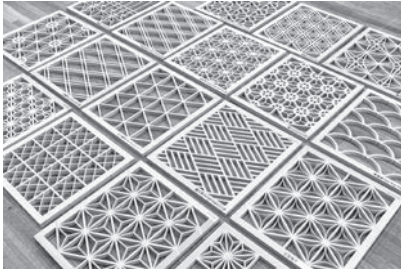
† 肩付きの数字は巻末の引用・参考文献の番号を示す。

計に利用されている。一般に、3D プリンターで作成・製造される構造は最小単位の構造が周期的に配置される場合が多い。そして、空隙率の大きな最小単位の構造ははりや板で構成され、その配置を種々に変えることにより、できあがった構造全体の弾性特性を大きく変化させることができる。**連続体力学** (mechanics of continua) は、理論の適用する範囲を示すしきい値を持ち合わせていない。換言すれば、連続性が保証されている限りは、理論の適用が可能である。従来の**構造力学** (mechanics of structures) も連続体力学に基づいているので、航空機や船舶に代表されるマクロな構造から半導体デバイスの構造に至るまで強度評価や変形解析に用いられ、前述した周期的に配置された内部構造を持つ素材の設計にも活用できる。その意味で、本書では従来の弾性力学、構造力学で学ぶ内容ではあるが、それを活用する範囲が材料の内部構造の設計まで含むことを意図し、**部材の力学** (mechanics of members) と称した。

周期的に基本構造が配置される格子構造について考える。その多くは軽量化のために、空隙率を高めたはりや板といった部材で構成される基本構造をつくる。ただ、軽量化のためだけではなく、種々の外荷重に対する構造の健全性を保証するため、その部材自身の強度と部材を機能的に配置することが重要になる。日本の伝統工芸の一つに組子がある (図 1.1 (a))。釘を使わずに圧縮の内力を発生させ、剛性の大きな外枠で構造全体を維持しているため、テンセグリティ[†]の一つといえる。また、工業的には、種々の気液の輸送を制御するための内部構造を持つパイプ等も市販されており (図 (b))、機能性と構造健全性をともに維持している。

工業製品のみならず、生物や自然界でも格子構造を機能的に配置したものは見受けられる。例えば、我々人間の大腿骨の断面は、図 1.2 (a) のように骨^{こつ}梁^{りょう}と呼ばれる小さなはりから構成される骨組構造体で、我々が走ったり飛び上がったときの衝撃力に耐えうるように、主応力の向きに配向されてい

† テンセグリティ (tensegrity) : 圧縮と引張りの軸力のみにより、外力・反力等が作用せらずに釣り合っている (自己平衡している) トラス構造の概念であり、バックミンスター・フラー (1895~1983) により提唱された tension と integrity の造語。

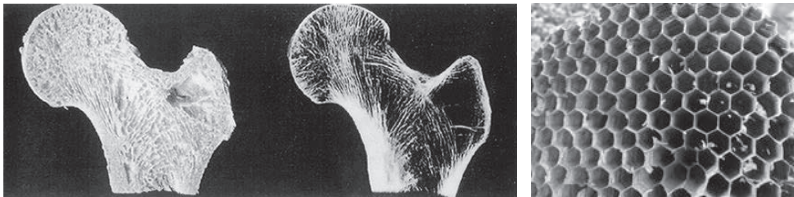


(a) 組子



(b) 内部流路を持つパイプ

図 1.1 伝統工芸や工業製品における格子構造 (図 (a) は吉原木工所 (有), 図 (b) は大場機工 (株) 提供)[†]

(a) 人の大腿骨²⁾

(b) 蜂の巣

図 1.2 人体, 自然界における格子構造

ることはよく知られている。また、最近では都市部でも観察されている蜂の巣の構造は、六角形で周期的に配置された構造である (図 (b))。空間を隙間なく埋め尽くす基本形状として六角形があり、無駄なく緻密に空間を占める最適な格子構造が自然界では観察されることが多い。

最近では、高分子材料を活用したナノマテリアルでも周期的に配置された膜体がある。トリメシン酸 ($C_9H_6O_6$) やメリト酸 ($C_6(CO_2H)_6$) のハニカム格子等も共有結合されたボンドをはりに見立てると、部材の力学から系全体の力学特性を予測することが可能である。次節では、周期的に配置された格子構造の弾性特性を求めの一例を示す。

[†] 図 1.1 は各企業のご好意により掲載。

索引

【あ】

- 浅い殻
shallow shell 154
- 跡
trace;tr 221
- アルマンシーのひずみ
Almansi strain tensor 53

【い】

- 板
plate 2, 92
——の曲げ剛性
bending rigidity of plate 96
- 板理論
plate theory 2
- 一次元部材
1D-member; one
dimensional member 2
- 一般化されたフックの法則
generalized Hooke's law 37
- 一般化平面応力
generalized plane stress 42
- 一般化連続体力学
mechanics of generalized
continua 230

【う】

- 薄肉回転対称殻
thin shell of revolution 122
- 運動
kinetics 28
- 運動学的に許容
kinematically admissible 49
- 運動方程式
equation of motion; EOM 32

【え】

- エアリーの応力関数
Airy's stress function 47

【お】

- オイラー
——の運動方程式
Euler's equations of motion 30
- の座屈
Euler's bucking 3
- のひずみ
Eulerian strain tensor 53
- 応力テンソル
stress tensor 31
- 大たわみ
large deformation 3

【か】

- 回 転
rotation; rot, curl 222
- 外 力
external force 29
——のなす仮想仕事
external virtual work 50
——のなす相補仮想仕事
external complementary
virtual work 51

- ガウス
——の定理
Gauss's theorem 222
——の発散定理
Gauss's divergence
theorem 32
- 殻
shell 2, 92, 122
- 重ね合わせの原理
principle of superposition 116

- 可積分性の定理
integrability theorem 223
- 仮想応力場
virtual stress field 51

- 仮想仕事の原理
principle of virtual work 51
- 仮想変位
virtual displacement 50
- カルマンの有効幅理論 211

【き】

- 基準配置
reference configuration 14
- 擬 標
dummy index 218
- 共回転微分
corotational derivative 227
- 共変成分
covariant 224
- 共変微分
covariant derivatives 224
- 極分解定理
polar decomposition
theorem 16, 228
- キルヒホッフ
——の仮説
Kirchhoff's hypothesis 95
——の動力学の類似
Kirchhoff's kinetic analogy 203

【く】

- 空間表示
spatial description 15
- 偶 力
couple 30
- グリーン
——のひずみ
Green-St. Venant strain
tensor 53
——の補助定理
Green's lemma 223
- クロネッカーのデルタ記号
Kronecker delta 218

【け】

計量テンソル metric tensor	224
現配置 current configuration	14

【こ】

合応力 stress resultant	93
工学ひずみ engineering strain	18
広義の平面ひずみ generalized plane strain	41
構造力学 mechanics of structures	4
交代記号 permutation symbol	18, 218
剛体変位 rigid displacement	15
恒等演算子 identity operator	220
勾配 gradient; grad	221
公理 axioms	30
コーシー応力テンソル	31
コーシーの応力公式 (応力原理) Cauchy's stress principle	31

【さ】

最小ポテンシャルエネルギーの原理 principle of minimum potential energy	53
材料力学 mechanics of materials	3
三次元部材 (バルク体) 3D-solid ; bulk	2
サン・ブナンの原理 St. Venant's principle	76

【し】

指数表記法 indicial notation	218
シャフト shaft	2, 76
自由標 free index	218
主応力 principal stress	34
縮約 contraction	221
主軸 principal axis	22, 56
主ひずみ principal strain	22
主不変量 principal invariant	34
純粹せん断状態 pure shear	18
準静的 quasi-static	50
純曲げ pure bending	56
商法則 quotient rule	221

【す】

垂直ひずみ normal strain	17
ストークスの定理 Stokes's theorem	223
ストレッチテンソル stretch tensor	16

【せ】

静的 static	50
—な釣合い状態 static equilibrium	32
静水圧 hydrostatic pressure	35

静力学的に許容 statically admissible	50
線形演算子 linear operator	220
線形弾性 linear elasticity	3
線素 line element	15
せん断弾性係数 shear modulus	38
せん断中心 shear center	64
せん断ひずみ shear strain	17
せん断流 shear flow	88
せん断力図 Shearing Force Diagram; SFD	171

【そ】

双対 dual	18
双対テンソル dual tensor	18
双対ベクトル dual vector	18
相補仮想仕事の原理 principle of complementary virtual work	51
総和規約 summation convention	218
速度勾配テンソル velocity gradient tensor	16
塑性 plasticity	3

【た】

体積素 volume element	17
体積弾性率 bulk modulus	39

体積ひずみ volumetric strain	21			発散 divergence; div	222
多重連結領域 multiply connected region	24	等価せん断力 equivalent shear force	98	発散定理 divergence theorem	222
縦弾性係数 elastic modulus	38	動的 dynamic	50	はり beam	2
ダ・ランベールの原理 d'Alembert's principle	30	等方演算子 isotropic operator	220	はり柱 beam-column	169
短距離 short-ranged	29	等方性 isotropy	37	はり理論 beam theory	2
単純せん断状態 simple shear	18	トレース trace; tr	221	半逆解法 semi-inverse method	61
断面一次モーメント moment of area	56			反変成分 cotrariant	224
断面係数 section modulus	177	【な】		【ひ】	
断面二次極モーメント polar moment of inertia of area	79	内部の仮想仕事 internal virtual work	50	微小回転テンソル infinitesimal rotation tensor	17
断面二次モーメント moment of inertia of area	7, 57	内部の相補仮想仕事 internal complementary virtual work	51	微小ひずみテンソル infinitesimal strain tensor	17
単連結領域 simply connected region	24	ナビアの式 Navier's equation	43	微小変形 infinitesimal deformation	3
【ち】		ナブラ nabla, del	221	ひずみエネルギー密度関数 strain energy density function	48
中立軸 neutral axis	56	【に】		ひずみテンソルの主値 principal values of strain tensor	22
中立面 neutral plane	56, 93	二次元部材 2D-member; two dimensional member	2	ひずみの主不変量 principal invariants of strain tensor	22
長距離 long-ranged	29	【は】		非線形弾性 nonlinear elasticity	3
直接表記法 direct notation	218	配置 configuration	14	左ストレッチテンソル left stretch tensor	16
【て】		薄膜類似 membrane analogy	81	比ねじれ角 specific twist angle	75
適合している compatible	23	柱 column	2	表面力 surface traction, traction	29
適合条件式 compatibility condition	24	八面体垂直応力 octahedral normal stress	36	表面力ベクトル traction vector	30
テンソル tensor	220	八面体垂直ひずみ octahedral normal strain	23		
		八面体せん断応力 octahedral shear stress	36		
		八面体せん断ひずみ octahedral shear strain	23		

【ふ】

フォン・カルマンの式 183

複連結領域
multiply connected region 24

部 材
member 2

——の力学
mechanics of members 4

フックの法則
Hooke's law 37

物質表示
material description 15

物体点
material point 14

物体力
body force 29

不適合度テンソル
incompatibility tensor 24

負のポアソン比
negative Poisson ratio 9

【へ】

平均応力
mean stress 35

平均ひずみ
average strain 21

平衡方程式
equation of equilibrium 32

平面応力
plane stress 42

平面ひずみ
plane strain 41

ベルトラミ・ミッチェルの
適合条件式
Beltrami-Michell's
compatibility equation 45

ベルヌーイ・オイラーの仮説
Bernoulli-Euler's
hypothesis 60

変 位
displacement 14

変位勾配テンソル
displacement gradient
tensor 15

変形勾配テンソル
deformation gradient
tensor 16

偏差応力テンソル
deviatoric stress tensor 35

偏差ひずみテンソル
deviatoric strain tensor 21

【ほ】

ポアソン比
Poisson's ratio 38

棒
bar 2

ポテンシャルエネルギー
potential energy 52

【ま】

マイクロ連続体力学
mechanics of
microcontinua 230

膜応力
membrane stress 124

膜 体
membrane body 124

曲げ剛性
bending rigidity 57

曲げモーメント線図
Bending Moment Diagram;
BMD 171

【み】

右ストレッチテンソル
right stretch tensor 16

【め】

面 素
surface element 17

面内等方性
in-plane isotropy 12

【や】

ヤング率
Young's modulus 38

ヤーマン微分 227

【ゆ】

有限ひずみ
finite strain 17

有限変位
finite displacement 3

有限変形
finite deformation 3

有限要素法
finite element method;
FEM 182

ゆがみ
distorsion 21

【よ】

横荷重
lateral force 2, 61

横弾性係数 38

【ら】

ラグランジュ座標
Lagrange coordinate 15

ラグランジュのひずみ
Lagrangian strain tensor 53

ラプラシアン
Laplacian 221

ラーメの定数
Lamé's constant 38

ラーメン構造
rahmen structure 199

【り】

力 学
mechanics 28

【れ】

連続体
continuum 14

連続体力学
mechanics of continua 4

— 著者略歴 —

1981年 大阪大学工学部機械工学科卒業
1983年 大阪大学大学院工学研究科博士前期課程修了（機械工学専攻）
1983年 株式会社東芝 重電技術研究所
1988年 大阪大学助手
1992年 博士（工学）（大阪大学）
1993年 米国ペンシルベニア大学客員研究員
1995年 神戸大学助教授
1998年 大阪大学助教授
1999年 大阪大学教授
2024年 大阪大学名誉教授
2024年 信州大学特任教授，長崎大学客員研究員
現在に至る

部材の力学 — 設計のためのはり・板・殻の弾性力学 —

Mechanics of Members – Elastic Theory of Beams, Plates and Shells for Mechanical Design –

© Yoji Shibutani 2025

2025年9月30日 初版第1刷発行

検印省略

著者 しぶ たに よう じ
発行 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 新日本印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04532-1 C3353 Printed in Japan

(新井)



【COPY】 <出版者著作権管理機構委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。