

ロボティクスシリーズ 8

ロボット機構学 (改訂版)

博士(工学) 永井 清 共著
博士(工学) 土橋 宏規

コロナ社

ロボティクスシリーズ編集委員会

編集委員長 有本 卓 (立命館大学)

幹 事 川村貞夫 (立命館大学)

編 集 委 員 石井 明 (立命館大学)

(五十音順) 手嶋教之 (立命館大学)

渡部 透 (立命館大学)

(2009年1月現在)

刊行のことば

本シリーズは、1996年、わが国の大学で初めてロボティクス学科が設立された機会に企画された。それからほぼ10年を経て、卒業生を順次社会に送り出し、博士課程の卒業生も輩出するに及んで、執筆予定の教員方からの脱稿が始まり、出版にこぎつけることとなった。

この10年は、しかし、待つ必要があった。工学部の伝統的な学科群とは異なり、ロボティクス学科の設立は、当時、世界初の試みであった。教育は手探りで始まり、実験的であった。試行錯誤を繰り返して得た経験が必要だった。教える前に書いたテキストではなく、何回かの講義、テストによる理解度の確認、演習や実習、実験を通じて練り上げるプロセスが必要であった。各巻の講述内容にも改訂と洗練を加え、各章、各節の取捨選択も必要だった。ロボティクス教育は、電気工学や機械工学といった単独の科学技術体系を学ぶ伝統的な教育法と違い、二つの専門（T型）を飛び越えて、電気電子工学、機械工学、計算機科学の三つの専門（ π 型）にまたがって基礎を学ばせ、その上にロボティクスという物づくりを指向する工学技術を教授する必要があった。もっとたいへんなことに、2000年を迎えると、パーソナル利用を指向する新しいさまざまなロボットが誕生するに及び、本来は人工知能が目指していた“人間の知性の機械による実現”がむしろロボティクスの直接の目標となった。そして、ロボティクス教育は単なる物づくりの科学技術から、知性の深い理解へと視野を広げつつ、新たな科学技術体系に向かう一歩を踏み出したのである。

本シリーズは、しかし、新しいロボティクスを視野に入れつつも、ロボットを含めたもっと広いメカトロニクス技術の基礎教育コースに必要となる科目をそろえる当初の主旨は残した。三つの専門にまたがる π 型技術者を育てるとき、広くてもそれぞれが浅くなりがちである。しかし、各巻とも、ロボティクスに

ii 刊 行 の こ と ば

直接的にかかわり始めた章や節では、技術深度が格段に増すことに学生諸君も、そして読者諸兄も気づかれよう。恐らく、工学部の伝統的な電気工学，機械工学の学生諸君や，情報理工学部の諸君にとっても，本シリーズによってそれぞれの科学技術体系がロボティクスに焦点を結ぶときの意味を知れば，工学の面白さ，深さ，広がり，といった科学技術の醍醐味が体感できると思う。本シリーズによって幅の広いエンジニアになるための素養を獲得されんことを期待している。

2005年9月

編集委員長 有本 卓

ま え が き

本書は、ロボット機構の扱い方を修得したい機械系の学部生や大学院生が独学で用いること、あるいはロボットの機構学を詳説する授業で教科書として用いられることなどを想定して執筆したものである。本書ではおもに、ロボットアーム（マニピュレータ）を対象として、運動学、静力学、そして動力学について解説している。運動学はロボットの手先運動と関節運動の関係を扱い、静力学はロボットの手先力と関節駆動力の関係を扱う。また、動力学はロボットの関節運動と関節駆動力の関係などを扱うものである。このような運動学、静力学、および動力学の知識を修得することは、ロボット機構の解析、制御プログラムの作成、あるいはロボット機構の設計で重要となる基礎知識を身につけることを意味する。

本書の執筆方針は、このような読者や用途の想定、および内容をふまえて、以下のように設定している。

1. ロボット機構学の基礎を丁寧に説明する。
回転関節や並進関節をもつ簡単なマニピュレータの例を多く用いて、ロボット機構学の基礎や手法を丁寧に説明する。
2. 運動学や静力学、動力学の物理的意味を丁寧に説明する。
速度の関係式のヤコビ行列、静力学関係式の転置ヤコビ行列、運動方程式の慣性行列などの物理的意味を丁寧に説明する。
3. 手法の説明は、一般の機構への手法の適用をふまえて行う。
運動学や静力学、動力学の関係式の導出においては、簡単な機構を対象とする場合であっても、適宜、一般の場合と同一か類似の手法で行い、一

般の場合への適用を理解しやすくする。

4. 運動制御におけるロボット機構学の利用方法を説明する。

ロボット機構学に対する理解を深めるため、運動学や静力学，動力学が
マニピュレータの運動制御においてどのように利用されるかを説明する。

本書の執筆にあたって，図の清書などに多くの協力をいただいた立命館大学
理工学部ロボティクス学科の五藤孝彬君と清水拓也君，長澤里美さんに感謝し
たい。

2015年7月

永井 清，土橋 宏規

改訂にあたって

本書の初版は2015年に発行された。その後，多くの大学で教科書として採
用され，「ロボット機構学の基礎を丁寧に説明する」などといった本書の執筆方
針は多くの方に理解いただいた。

一方，本書のもう一つの想定である「ロボット機構の扱い方を修得したい機
械系の学部生や大学院生が独学に用いること」を考えると，専門分野の研究で
必要なロボット機構学の基礎として，知識や手法の実際の使用場面を考慮した
説明を加筆・修正したほうがよいと思う内容がいくつか出てきた。

さらに，よりわかりやすくなるように完成度を上げた説明をいくつかのトピッ
クスに加えることで，本書を授業で使用の際，および独学で使用の際の価
値がさらに高まると考え，今回，改訂版としてさらなる内容の充実をはかった。
改訂にあたって，協力いただいた立命館大学理工学部ロボティクス学科の三村
陽菜さんと石上奈々さんに感謝したい。

2023年8月

永井 清，土橋 宏規

目 次

1. ロボット・マニピュレータの機構学

1.1	ロボット・マニピュレータ	1
1.1.1	機構の構造	1
1.1.2	システムの構成	2
1.2	ロボット・マニピュレータの運動学, 静力学, 動力学	5
1.2.1	2DOF マニピュレータの運動学の例	5
1.2.2	運動学・静力学・動力学の関係	8
1.2.3	1自由度マニピュレータの例	10

2. 手先位置の表現と座標変換

2.1	手先の位置と姿勢の表現	12
2.2	座標変換	13
2.2.1	姿勢変換	13
2.2.2	同次変換	15
2.2.3	ロール・ピッチ・ヨー角	16

3. 運動学における位置の関係式

3.1	順運動学と逆運動学の例	19
3.1.1	並進 2DOF マニピュレータ	19
3.1.2	2DOF マニピュレータ (回転+並進)	20
3.2	順運動学	21

3.2.1	2DOF マニピュレータの順運動学	21
3.2.2	3DOF マニピュレータの順運動学	25
3.3	逆運動学	27
3.4	一般のマニピュレータに適用可能な運動学方程式の導出方法	30
3.4.1	DH 記法と運動学方程式	30
3.4.2	適用例	33
	章末問題	36

4. 運動学における速度の関係式

4.1	速度の関係式とヤコビ行列	38
4.2	速度の関係式とその物理的意味	41
4.2.1	2DOF マニピュレータ	41
4.2.2	並進 2DOF マニピュレータ	42
4.2.3	2DOF マニピュレータ (回転+並進)	43
4.3	一般のマニピュレータにおける速度の関係式	45
4.3.1	マニピュレータ内の速度の関係式	45
4.3.2	同一リンク (剛体) 上の速度の等価変換	48
	章末問題	49

5. 静力学

5.1	マニピュレータの静力学関係式	50
5.1.1	仮想仕事の原理	50
5.1.2	静力学関係式の導出	52
5.2	静力学関係式の物理的意味	53
5.2.1	2DOF マニピュレータ	53
5.2.2	並進 2DOF マニピュレータ	54
5.2.3	2DOF マニピュレータ (回転+並進)	56

5.3 一般のマニピュレータにおける静力学関係式	58
5.3.1 マニピュレータ内の静力学関係式	58
5.3.2 同一リンク（剛体）上の力の等価変換	60
章末問題	61

6. 動力学

6.1 マニピュレータの運動方程式と慣性モーメント	63
6.1.1 並進運動における質量と回転運動における慣性モーメント	63
6.1.2 一様な棒の慣性モーメント	64
6.1.3 単一剛体のニュートンの運動方程式とオイラーの運動方程式	66
6.2 ラグランジュ法とニュートン・オイラー法	66
6.2.1 ラグランジュ法	66
6.2.2 ニュートン・オイラー法	69
6.3 ラグランジュ法による運動方程式の導出	70
6.3.1 並進 2DOF マニピュレータの運動方程式	70
6.3.2 2DOF マニピュレータ（回転+並進）の運動方程式	73
6.3.3 2DOF マニピュレータの運動方程式	75
6.4 ニュートン・オイラー法による運動方程式の導出	78
6.4.1 2DOF マニピュレータの運動方程式	82
6.4.2 慣性行列 $M(\theta)$ の導出	86
章末問題	87

7. パラレル・メカニズム

7.1 パラレル・メカニズムの構造をもつロボット	88
7.1.1 パラレル・リンク機構	88
7.1.2 多指ハンド	90
7.1.3 ワイヤ・メカニズム	90

7.2	パラレル・リンク機構の機構学	91
7.2.1	3DOF 平面パラレル・リンク機構	91
7.2.2	運 動 学	93
7.2.3	静 力 学	97
7.2.4	動 力 学	98
7.3	パラレル・リンク機構の実際とその扱い	100
章 末 問 題		101

8. 冗長マニピュレータ

8.1	定義と特徴	103
8.1.1	運動学的冗長性を有する冗長マニピュレータ	103
8.1.2	駆動冗長性を有する冗長マニピュレータ	105
8.2	シリアル・マニピュレータの運動学的冗長性	107
8.2.1	基礎式と運動学的冗長性	107
8.2.2	運動学的冗長性の利用	108
8.3	パラレル・マニピュレータの駆動冗長性	111
8.3.1	基礎式と駆動冗長性	111
8.3.2	駆動冗長性の利用	112
章 末 問 題		114

9. 運動制御における機構学の利用

9.1	手先位置制御	115
9.1.1	逆運動学と関節位置制御を用いた手先位置制御	115
9.1.2	静力学関係式を用いた手先位置制御	116
9.1.3	運動方程式を利用した動的制御	118
9.2	力 制 御	120
9.2.1	転置ヤコビ行列を用いた手先力制御	120

9.2.2 運動方程式を利用したインピーダンス制御	121
章 末 問 題	125
付 録	126
引用・参考文献	128
章末問題解答	132
索 引	144

1

ロボット・マニピュレータの機構学

1.1 ロボット・マニピュレータ

1.1.1 機構の構造

腕の形をしたロボットは通常、ロボット・マニピュレータ (robot manipulator) やマニピュレータ (manipulator), またはロボットアーム (robot arm) と呼ばれる。マニピュレータという名称は、「操り動作 (manipulation) を行うもの」からきている。図 1.1 にマニピュレータの概念図を示す。

典型的なマニピュレータは、図に示すように複数のリンク (link) が関節 (joint) によって結合された構造をしている。関節は通常、二つの物体の間の相対的な回

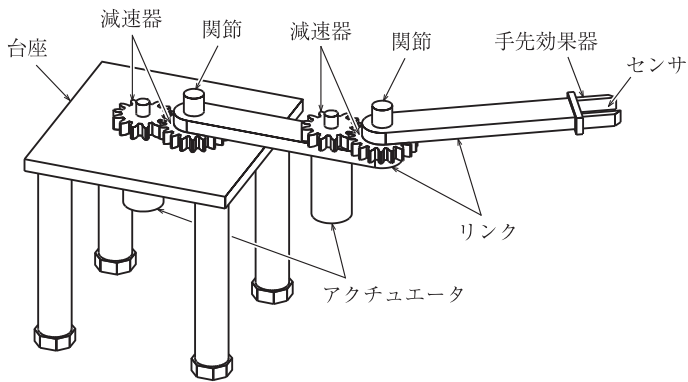


図 1.1 マニピュレータの概念図

転運動または並進運動を行う対偶 (pair) によって構成される。根元の関節は台座 (base) に固定され、先端には作業に応じた手先効果器 (end effector) が装着される。作業対象物 (object または work) の把握が必要な作業においてはグリッパ (gripper) またはハンド (hand) が使用され、それがセンサ (sensor) を有する場合もある。関節を駆動するためのモータ (motor) など一般にアクチュエータ (actuator) と呼ばれ、発生した力は歯車 (gear) などの減速器 (reduction mechanism) により増幅されて関節に伝達される。アクチュエータにより駆動される関節は能動関節 (active joint) と呼ばれ、そうでない関節は受動関節 (passive joint) と呼ばれる。

図 1.1 のマニピュレータは二つの関節をもつため、2 自由度マニピュレータまたは 2DOF マニピュレータ (DOF: degree of freedom, 自由度) と呼ばれる。ここでいう自由度は、機構の運動を表現する独立した位置変数の数であり、通常のマニピュレータにおいては関節数と一致する。

1.1.2 システムの構成

ロボットシステム (robotic system) の例を図 1.2 に示す。このロボットシステムはマニピュレータ (ロボットアーム) とコントローラ (controller)、すなわち制御装置から構成されるロボットシステムであるが、マニピュレータのかわりに移動ロボットなどを用いたロボットシステムもある。マニピュレータ

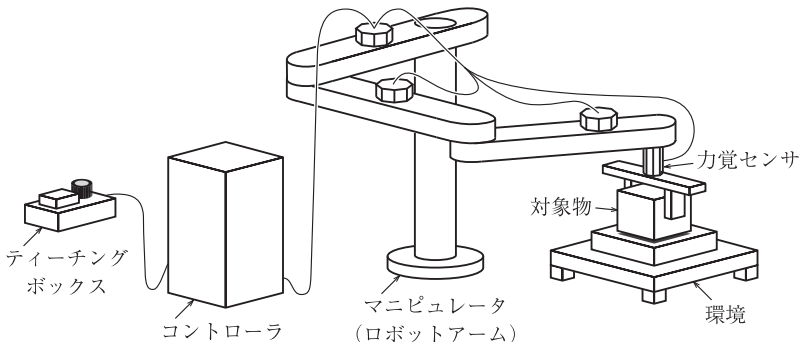


図 1.2 ロボットシステムの例

の周辺にある対象物などは総称して環境（environment）と呼ばれる。以下ではロボットシステムの機能と各部の働きについて説明しよう。

ロボットシステムのおもな機能はつぎの通りである。

- (1) マニピュレータの動作を生成する運動制御機能
- (2) 目標手先軌道や目標手先力を教示する動作教示機能
- (3) 諸定数の設定や運動状態の表示，異常時の動作停止を行う設定・保守機能

これらの機能を図 1.3 のハードウェア構成の例を用いて説明しよう。この構成の場合，各機能は演算部に組み込まれたソフトウェアにより実現される。

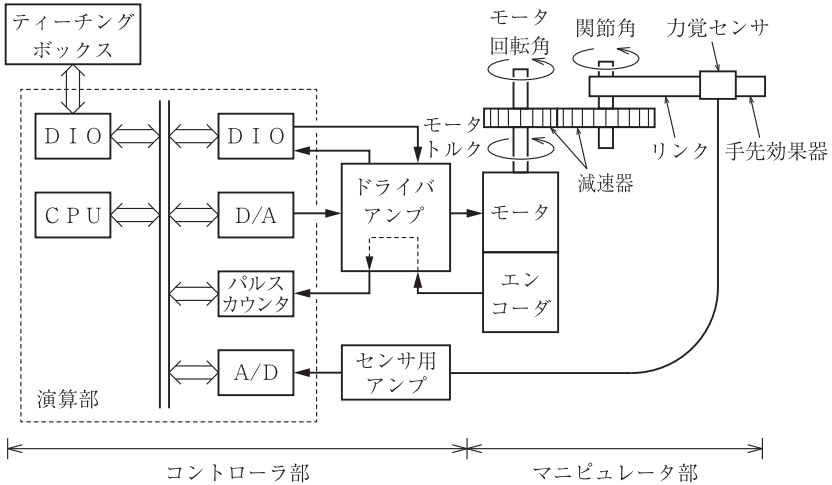


図 1.3 ロボットシステムのハードウェア構成の例

(1) 運動制御機能 この機能を実現するためには，運動状態にかかわる位置情報を検出するエンコーダ付モータ（motor with encoder）がよく用いられる。エンコーダで検出されるモータ回転角あるいは関節角は，力覚センサで検出される手先力とともに演算部の CPU（central processing unit）に送られる。そして制御則に応じて算出される指令値（command signal）がドライバアンプ（driver amplifier）に与えられ，それに応じた電流がモータに流されるこ

とにより、モータトルクが発生する。

この際、インクリメンタルエンコーダ (incremental encoder) の場合は、モータ回転角に比例した数の矩形波が出力され、カウント機能を有するパルスカウンタ (pulse counter) により入力される。また、指令値がアナログ電圧信号として入力されるドライバアンプの場合は、**D/A** コンバータ (digital/analog converter) が演算部の出力用のインタフェースとして用いられる。一方、力覚センサで検出される手先力などは、センサ用アンプによりアナログ電圧信号として出力され、**A/D** コンバータ (analog/digital converter) により入力される。

ドライバアンプの制御方法の形式には位置制御型、速度制御型、トルク制御型があり、回転型モータの場合はそれぞれ、モータ回転角、回転速度、モータトルクの指令値がドライバアンプに入力され、ドライバアンプの制御機能により対応する物理量が指令値に追従する。

その際、指令値として位置制御型ドライバアンプではパルス列が用いられ、速度制御型、トルク制御型ドライバアンプではアナログ電圧が用いられる場合が多い。速度制御型、トルク制御型ドライバアンプを用いて位置制御系を構成する場合には、制御ソフトウェア上でモータ回転角を用いるのでパルスカウンタが必要となる。

上述の構成要素を用いてシステムを構成する際、位置制御型ドライバを用いる場合は、演算部でモータ回転角を用いる必要がないのでパルスカウンタは不要となる。この場合、正確な指令値をパルス信号として与えるために、D/A コンバータのかわりに、パルス発生器が出力用インタフェースとして用いられる場合が多い。

また、位置/速度制御型ドライバアンプにおいては、エンコーダ信号はドライバアンプ内部で回転速度に変換され、ドライバアンプの速度制御機能や速度モニタのために使われる。図 1.3 のようなハードウェアでは、CPU から D/A コンバータを介してモータに向かう信号の流れと、エンコーダからパルスカウンタを介して CPU に向かう信号の流れや、力覚センサから A/D コンバータを介して CPU に向かう信号の流れがフィードバックループを構成している。こ

のフィードバックループは，9章に述べるマニピュレータの運動制御機能を実現するためのものである。

(2) 動作教示機能 この機能では，目標手先軌道や目標手先力などが指定される。また，動作教示用に制御方法を切りかえることも行われる。これらのためにティーチングボックス (teaching box) が使われる。ティーチングボックスのインタフェースには **DIO** (digital input-output) が使われることが多い。

(3) 設定・保守機能 ティーチングボックスを利用して制御に必要な諸定数を設定したり，マニピュレータの位置，速度，力信号の表示や，異常時や点検時におけるドライバの出力信号の停止などを行う。

1.2 ロボット・マニピュレータの運動学，静力学，動力学

1.2.1 2DOF マニピュレータの運動学の例

マニピュレータの機構設計やその制御を行う際には，マニピュレータの機構を正確に定義したうえで，その運動を適切に表現する必要がある。

図 1.4 に前述の 2DOF マニピュレータのリンク機構を示す。マニピュレータの運動はおもにリンク機構によって決定されるため，駆動部と呼ばれるアクチュエータや減速器を取り除いて考える場合が多い。駆動部については必要に応じてあらためて付加すればよい。

図のリンク機構の場合，紙面に垂直な回転関節をもつ関節構造であることと，リンク長さ L_1 , L_2 および，関節角 θ_1, θ_2 を定めることによりリンク機構を定義できる。この例では回転関節 (revolute joint) の場合を取り上げているが，直線的な動作を行う並進関節 (prismatic joint) の場合もある。このため，関節の位置を表す変数は一般に，関節変数 (joint variable) と呼ばれる。

マニピュレータの運動を扱う際には，作業が

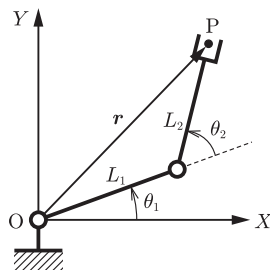


図 1.4 2DOF マニピュレータのリンク機構

索引

【あ】

アクチュエータ 2
操り動作 1

【い】

一般化座標 67
一般化力 67
インクリメンタル
エンコーダ 4
インピーダンス制御 121

【う】

運動学 6
運動学的冗長性 104
運動学方程式 6
運動方程式 66

【え】

エンコーダ付モータ 3
遠心力・コリオリ力項 68

【お】

オイラー角 18
オイラーの運動方程式 66

【か】

回転関節 5
回転行列 14
過拘束 106
仮想仕事の原理 50
仮想変位 50
加速度の関係式 39
環 境 3
慣性行列 66
慣性モーメント 64

慣性力項 68
関 節 1
関節位置 8
関節位置制御 115
関節加速度 8
関節駆動力 8
関節速度 8
関節変数 5

【き】

疑似逆行列 118
基準座標系 12
逆運動学 6

【く】

駆動冗長性 106
グリップ 2

【け】

減速器 2

【こ】

剛性制御則 124
拘束力 50
コントローラ 2

【さ】

サーボ補償器 118
作業対象物 2
サブアーム 88

【し】

姿勢変換行列 14
自由度 2
重力項 69
受動関節 2, 89

順運動学 6
冗長マニピュレータ 104
冗長ロボット 38
シリアル・マニピュレータ 89

指令値 3

【せ】

制御量 116
静力学 8
静力学関係式 53
線形化 119
線形化補償器 118
センサ 2

【そ】

操作量 116
速度の関係式 39

【た】

対 偶 2
台 座 2
多指ハンド 90

【て】

ティーチングボックス 5
手先位置 6
手先加速度 8
手先効果器 2, 88
手先座標系 12
手先速度 8
手先復元力 116
手先力 8

【と】

同次変換 16

同次変換行列	16		
動力学	8	【ひ】	ラグランジュの運動方程式
特異姿勢	42	非線形項	66
トップ・プレート	88	【ふ】	ラグランジュ法
ドライバアンブ	3	複数解	66
【に】		【へ】	【り】
ニュートン・オイラー法		平行軸の定理	リンク
66, 78		並進関節	1
ニュートンの運動方程式	66	ベクタ・クロージャ	リンクパラメータ
【の】		9	24, 30
能動関節	2, 89	【ま】	【ろ】
【は】		摩擦項	ロボットシステム
ハイブリッド制御	120	118	2
歯 車	2	【も】	ロボット・マニピュレータ
パラレル・メカニズム	88	モータ	1
パラレル・マニピュレータ	89	2	ロール・ピッチ・ヨー角
89		【や】	16
パラレル・リンク機構	88	ヤコビ行列	【わ】
パルスカウンタ	4	39	ワイヤ・メカニズム
ハンド	2	【ら】	90
		ラグランジアン	【英語】
		67	A/D コンバータ
			CPU
			D/A コンバータ
			DH 記法
			24, 30
			DH パラメータ
			24
			DIO
			5

— 著者略歴 —

永井 清 (ながい きよし)	土橋 宏規 (どばし ひろき)
1983年 京都大学工学部精密工学科卒業	2007年 京都大学工学部物理工学科卒業
1986年 京都大学大学院修士課程修了 (精密工学専攻)	2009年 京都大学大学院修士課程修了 (機械理工学専攻)
1987年 京都大学大学院博士課程中退 (精密工学専攻)	2012年 京都大学大学院博士課程修了 (機械理工学専攻)
1987年 立命館大学理工学部助手	京都大学博士 (工学)
1995年 博士 (工学) (京都大学)	2012年 関西学院大学理工学部契約助手
1995年 立命館大学理工学部助教授	2013年 立命館大学理工学部助教
1995年 米国スタンフォード大学客員研究員	2017年 和歌山大学システム工学部講師
～96年	立命館大学客員協力研究員
2004年 英国レディング大学客員研究員	2023年 和歌山大学システム工学部准教授
～05年	現在に至る
2007年 立命館大学理工学部教授	
現在に至る	

ロボット機構学(改訂版)

Robot Mechanics (Revised Edition) © Kiyoshi Nagai, Hiroki Dobashi 2015, 2023

2015年9月17日 初版第1刷発行
2023年10月5日 初版第4刷発行 (改訂版)

検印省略

著者 永井 清
土橋 宏規
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 ・ 電話 (03) 3941-3131 (代)
ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04509-3 C3353 Printed in Japan

(大井)



JCCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。