

機械系 教科書シリーズ 19

---

# 材料力学 (改訂版)

工学博士 中島 正貴 著

コロナ社

### 機械系 教科書シリーズ編集委員会

編集委員長 木本 恭司 (元大阪府立工業高等専門学校・工学博士)  
幹 事 平井 三友 (大阪府立工業高等専門学校・博士(工学))  
編 集 委 員 青木 繁 (東京都立産業技術高等専門学校・工学博士)  
(五十音順) 阪部 俊也 (奈良工業高等専門学校・工学博士)  
丸茂 榮佑 (明石工業高等専門学校・工学博士)

(2007年3月現在)

## 刊行のこ と ば

大学・高専の機械系のカリキュラムは、時代の変化に伴い以前とはずいぶん変わってきました。

一番大きな理由は、機械工学がその裾野を他分野に広げていく中で境界領域に属する学問分野が急速に進展してきたという事情にあります。例えば、電子技術、情報技術、各種センサ類を組み込んだ自動工作機械、ロボットなど、この間のめざましい発展が現在の機械工学の基盤の一つになっています。また、エネルギー・資源の開発とともに、省エネルギーの徹底化が緊急の課題となっています。最近では新たに地球環境保全の問題が大きくクローズアップされ、機械工学もこれを従来にも増して精神的支柱にしなければならない時代になってきました。

このように学ぶべき内容が増えているにもかかわらず、他方では「ゆとりある教育」が叫ばれ、高専のみならず大学においても卒業までに修得すべき単位数が減ってきているのが現状です。

私は1968年に高専に赴任し、現在まで三十数年間教育現場に携わってまいりました。当初に比べて最近では機械工学を専攻しようとする学生の目的意識と力がじつにさまざまであることを痛感しております。こうした事情は、大学をはじめとする高等教育機関においても共通するのではないかと思います。

修得すべき内容が増える一方で単位数の削減と多様化する学生に対応できるように、「機械系教科書シリーズ」を以下の編集方針のもとで発刊することに致しました。

1. 機械工学の現分野を広く網羅し、シリーズの書目を現行のカリキュラムに則った構成にする。
2. 各書目においては基礎的な事項を精選し、図・表などを多用し、わかり

ii 刊 行 の こ と ば

やすい教科書作りを心がける。

3. 執筆者は現場の先生方を中心とし、演習問題には詳しい解答を付け自習も可能なように配慮する。

現場の先生方を中心とした手作りの教科書として、本シリーズを高専はもとより、大学、短大、専門学校などで機械工学を志す方々に広くご活用いただけることを願っています。

最後になりましたが、本シリーズの企画段階からご協力いただいた、平井三友 幹事、阪部俊也、丸茂榮佑、青木繁の各委員および執筆を快く引き受けていただいた各執筆者の方々に心から感謝の意を表します。

2000年1月

編集委員長 木本 恭司

## まえがき

本書を執筆している数年の間、世情を騒がせるような大きな事故が頻発した。ここではその一つひとつに言及するつもりはないが、材料力学的観点から見たとき、防ぐことができたのではないかという残念な思いに駆られるのは筆者だけではないであろう。おそらく材料力学を学んだことのある多くの人たちが同様な感慨を抱かれたと想像する。

材料力学は機械・構造物を設計する場合にももちろん必要とされるが、運用中の機械・構造物が今後とも機能どおり安全かつ長期にわたって使用できるか否か判断を下す場合にも必要とされる。このように材料力学はものづくりの根幹を構成する基礎的科目として重要であるばかりでなく、安全性や信頼性といった領域ともつながる学問である。

本書は、材料力学を初めて学ぶ学生諸君を対象として、記述にあたっては基礎的な考え方をできるかぎり平易に表現するよう心がけた。しかし、材料力学はそれを学んでいる学生諸君が感じているように、簡単な易しい科目ではない。したがって、なんとなくやっていたら理解できるようになるというわけにはいかない。

その意味で、各章に用意された演習問題は自力で解くようにしてほしい。直感的にわかる容易な例が解けても、思考力を要求する問題が解けるようになるわけではないということを肝に銘じてほしい。そのうえで、材料力学を少しわかると感じている学生諸君にとって、「材料力学」は均整のとれたきれいな学問であると感じられるのではないだろうか。

執筆にあたっては先学による多くのすぐれた本を参考にさせていただいた。内容の取捨選択と類書との類似性に執筆上一番の困難を感じた。そのうえで本書の執筆においては全体ができていながらもかかわらず、完成に至るまでに時間

を要した。本書では参考文献を掲載していないが、本書で材料力学を学び興味を覚えた諸君は、多くの優れた材料力学に関する文献や本を自分で探していただきたい。ご迷惑をおかけしたコロナ社と図面の整理とチェックに協力してくれた学生諸君に心から謝意を表す。

2004年11月

著 者

## 改訂版の出版にあたって

本書の初版を上梓してから9年が経過した。刷を重ねるごとに細かなバグを修正してきたが、改訂することはあまり考えていなかった。今回、改訂を考えた一番の理由は、国立高等専門学校機構が各高専において教えるべき科目と教育内容を「モデルコアカリキュラム」として提示してきたことによる。

材料力学においても教育内容が示され、そこで提示された項目のほとんどは本書（初版）の内容と一致していた。そうであれば、あえて改訂を考える理由はないようなものであるが、モデルコアカリキュラム試案 ver. 3 に「基本的なトラスの軸力を計算できる」という項目があり、本書では「トラス」を初版執筆時に割愛していたため、筆者自身も「トラス」についてはプリントを配って授業を行っていた。こうした状況を考慮して、本書の内容に「トラス」を含めようと考えた次第である。それに伴い「せん断力によるはりのたわみ」の項目を削除し、「コイルバネの変形」についても記述を若干変更した。

最後に、筆者の改訂に対する希望をお認めいただいたコロナ社に謝意を表す。

2013年8月

著 者

# 目 次

## 1. 序 章

1.1	材料力学とは	1
1.2	材料力学の扱う範囲	2
1.3	材料力学で用いる単位と記号	4

## 2. 応力とひずみ

2.1	応 力	5
2.2	ひ ず み	9
2.3	せん断応力とせん断ひずみ	14
2.4	応力-ひずみ線図	16
2.5	使用応力, 許容応力および安全率	18
2.6	応 力 集 中	19
	演習問題	22

## 3. 引張りおよび圧縮

3.1	簡単な不静定問題	25
3.2	熱 応 力	29
3.3	簡単なトラス	32
3.4	傾いた面の応力	36
3.5	2軸応力とひずみ	38
3.6	モールの応力円	42
3.7	薄肉の円環, 円筒および球殻	46

3.7.1 薄肉円環 .....	46
3.7.2 薄肉円筒 .....	48
3.7.3 薄肉球殻 .....	49
演習問題 .....	51

## 4. ね じ り

4.1 丸棒のねじり .....	56
4.2 伝 達 軸 .....	60
4.3 コイルばね .....	62
演習問題 .....	65

## 5. は り の 曲 げ

5.1 は り .....	68
5.2 力とモーメントの釣合い .....	70
5.3 せん断力と曲げモーメント .....	72
5.4 片 持 ば り .....	76
5.5 単純支持はり .....	81
5.6 荷重, せん断力および曲げモーメントの関係 .....	86
演習問題 .....	90

## 6. は り に 生 じ る 応 力

6.1 曲げによる応力 .....	92
6.2 曲げモーメントと曲げ応力 .....	94
6.3 図心と断面一次モーメント .....	97
6.4 断面二次モーメント .....	101
6.5 はりのせん断応力 .....	105
演習問題 .....	109



## 7. はりの変形

7.1	はりのたわみ曲線 .....	113
7.2	重ね合わせ法と切断法 .....	122
演習問題	.....	126

## 8. 不静定はりとはりの応用

8.1	不静定はり .....	128
8.2	連続はり .....	136
8.3	異種材料からなるはり .....	142
8.4	曲げとねじりを受ける軸 .....	144
演習問題	.....	148

## 9. ひずみエネルギー

9.1	引張り・圧縮におけるひずみエネルギー .....	151
9.2	せん断とねじりによるひずみエネルギー .....	156
9.3	はりのひずみエネルギー .....	159
9.4	カスティリアーノの定理 .....	162
9.5	カスティリアーノの定理の応用 .....	165
演習問題	.....	169

## 10. 長 柱

10.1	偏心荷重の作用する柱 .....	172
10.2	柱の座屈 .....	176
10.3	拘束条件の異なる柱の座屈 .....	179
10.4	実際の柱の座屈 .....	183
演習問題	.....	186

<b>付 録</b> .....	188
付 1 工業用材料の機械的性質 .....	188
付 2 はりのたわみ角と弾性曲線 .....	189
付 2.1 片持ばり .....	189
付 2.2 両端支持はり .....	190
<b>演習問題解答</b> .....	191
<b>索 引</b> .....	204

# 1

---

## 序 章

本章では、材料力学の基本的な考え方と扱おうとすることがらについて、簡単に述べる。

### 1.1 材料力学とは

身のまわりの多くのものはいろいろな材料による部品や部材によって構成されており、それぞれが要求された機能を果たすように、適切に設計され、製造されている。ものが要求された機能を果たす際には、一般に外部から力を受け、それによる変形を多少なりとも生じることになる。このとき、ものにかかる力が、それを構成する材料の強度を上回れば、ものは壊れたり変形して、要求された機能を果たさなくなる。したがって、ものに作用する力とそれを構成する材料の強度には、一般につきのような関係が成り立っていなければならない。

$$(\text{ものに作用する力}) < (\text{材料の強度})^\dagger$$

この関係がつねに成り立つようにするには、どのような力がどのようにものの構成要素に作用し、それによって部品や部材の内部に生じる抵抗力や変形がどの程度になるかを明らかにしなくてはならない。この材料の内部に生じる抵抗力や変形がどの程度になるかを明らかにすることが、**材料力学** (strength

---

† この式は考え方について述べたもので、必ずしも正確ではない。例えば、材料の強度は応力（2章で述べる）によって評価されることが多いが、そうすると式の両辺における単位の次元が、力〔N〕と応力〔N/m<sup>2</sup>〕で異なることになり、比較できなくなる。

of materials) の役割である。すなわち、材料力学は上記の関係において左辺にかかわることがらを第一に取り扱う。

では、右辺の材料の強度とは何か。材料には、物理的あるいは化学的性質にはじまってさまざまな性質がある。上式には、力が作用したときに材料が示す力学的あるいは**機械的性質** (mechanical properties) が強度として当てはめられるのであるが、それは作用する力によっても異なる。例えば、一定の力が作用する場合と繰り返し作用する場合では、材料の示す強さは異ってくる。このような観点から材料の力学 (機械) 的性質を実験的に検討することも材料力学の範囲である。

材料の強度を考慮しつつ上記の関係を守ることが、材料力学の背景にある基本的な考え方である。すなわち、機械・構造物を設計する際に、設計者が行う強度計算による形状・寸法の決定と材料の選択は、上式の間接的な実践することにほかならないといえる。

## 1.2 材料力学の扱う範囲

材料は力の作用によって変形するが、作用する力が小さければ、力を取り去ったときに元の形にもどる。一方、作用する力が大きければ、力を取り去っても変形が残る。前者の性質を**弾性** (elasticity) といい、後者の性質を**塑性** (plasticity) という。材料力学では、おもに弾性的な範囲の力と変形を取り扱う。

つぎに、力の作用する仕方について考えてみよう。力 (モーメント・トルク) は機械・構造物に対して、**図 1.1** のような引張り・圧縮、せん断、曲げおよびねじりといった負荷として (あるいは、これらの組み合わせとしたものとして) 作用するが、材料力学では、**図 1.2** に示すように、力を面に垂直に作用する力 (**垂直力**) と平行に作用する力 (**せん断力**) に還元して取り扱う。これらの負荷とそれによる変形を、本質を損なわないよう単純化して、仮定を導入しながら解析するのが材料力学の手法である。

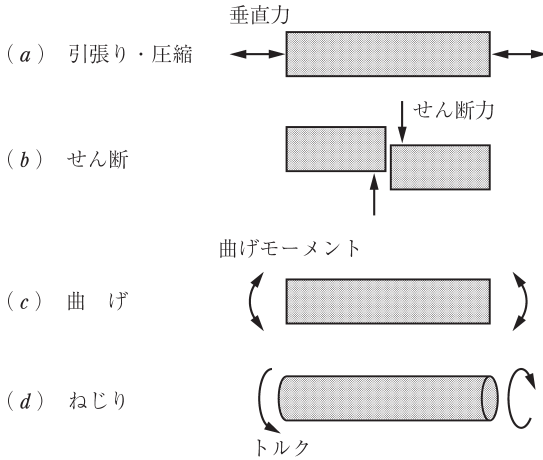


図 1.1 負荷の作用の仕方

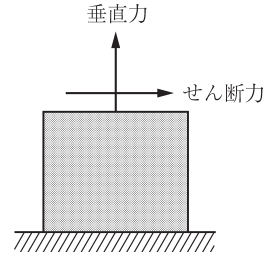


図 1.2 垂直力とせん断力

また、図 1.3 のように、これらの力が材料に対して静的（あるいは準静的）に負荷されるか、繰り返し負荷されるか、また衝撃的に負荷されるか、それによって取扱いは異なってくるが、材料力学では静的（あるいは準静的）に負荷される場合をおもに考える。

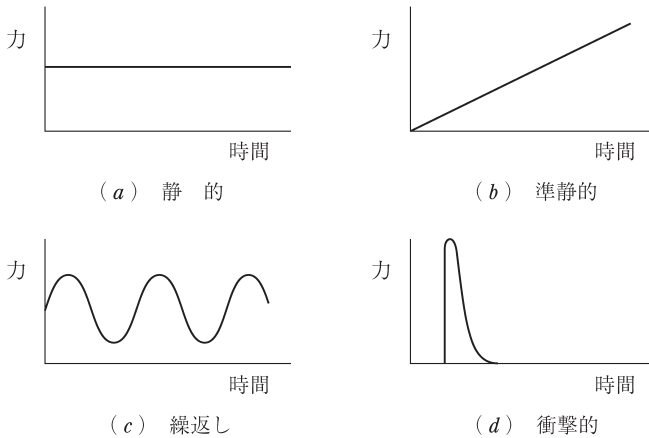


図 1.3 負荷-時間線図

### 1.3 材料力学で用いる単位と記号

本書では、さまざまな量を扱う際に従来から使われてきた工学単位ではなく、**SI 単位** (international system of units) を用いている。国際的には、SI 単位を用いることが約束となっているので、SI 単位を使うことは将来的にも問題はない。しかしながら、試験機や測定器の表示において、また企業における設計や製造の現場では、現在でも工学単位が使用されることがある。あるいは国によってはヤードポンド (yard-pound) 法などの単位系が一般に用いられている場合もある。要は、二つの単位間で換算を容易に行うことができればよいのであるが、ややもすればヤードやポンドの量がいくらであるか、わからないために換算ができないことがある。こうしたことは、材料力学としてでなくとも他国の文化として理解してほしい。また、本文中には単位によく付けられる接頭語の種類やさまざまな量に対してギリシャ文字が記号として用いられている。読み方も含めて使い方に慣れることが大切である。

## 2

# 応力とひずみ

本章では、材料に作用する荷重とそれによる変形について述べ、続いて応力とひずみを定義する。これらの考え方に基づく実際の材料の力学的挙動や安全率および許容応力について取り扱う。

### 2.1 応 力

同じ材料からできた2本の太さの異なる丸棒に、引張荷重が軸線方向に作用している場合を考える (図 2.1)。

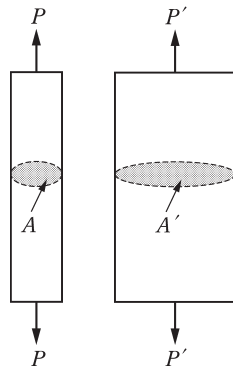


図 2.1 太さの異なる丸棒に生じる応力

両者を破断するのに必要な荷重を比べると、太いほうにより大きな荷重が必要である。同一材料からできているとすれば強さは同じであるはずで、破断に要する荷重が異なるのは断面積が違うからである。このように、材料の強さを荷重で比較しようとする断面積を考慮しなければならず、荷重 ( $P$ : load

# 索 引

<b>【あ】</b>	カスティリアーノの定理		<b>【し】</b>
圧縮荷重	6	163	軸
安全率	19	69	下降伏点
		<b>【き】</b>	絞 り
<b>【い】</b>	危険断面	77	集中荷重
一般化力	165	共役な応力	70
		極断面二次モーメント	33
<b>【う】</b>		58, 102	自由体線図
上降伏点	17	許容応力	40
薄 肉	46	切欠係数	40
薄肉円環	46		主軸
薄肉円筒	48		主ひずみ
薄肉球殻	49	<b>【く】</b>	使用応力
		クラベイロンの	衝撃応力
		3モーメントの式	155
<b>【え】</b>		繰返し荷重	18
永久ひずみ	17		<b>【す】</b>
円周応力	47	<b>【け】</b>	垂直応力
円周ひずみ	48	形状係数	6
			図 心
<b>【お】</b>		<b>【こ】</b>	<b>【せ】</b>
オイラー		コイルばね	静定はり
——の座屈荷重	178	剛性壁	8
——の式	178	剛性天井	8
応 力	6	降 伏	17
応力集中	20	固定支持	68
応力集中係数	20		<b>【さ】</b>
応力-ひずみ線図	16		座 屈
			176
<b>【か】</b>			座屈応力
回転半径	174		182
外 力	6		座屈荷重
重ね合わせ法	122		176
荷重-伸び線図	16		座屈長さ
			182
			残留ひずみ
			17
			<b>【そ】</b>
			相当長さ
			182
			相当細長比
			182
			<b>【た】</b>
			耐 力
			17



縦主軸	92	ねじれ角	57	ポアソン比	11
縦弾性係数	10	ねじれこわさ	58	細長比	182
たわみ	113	熱応力	29	骨組構造	32
たわみ角	113			<b>【ま】</b>	
たわみ曲線	93, 113	<b>【の】</b>		曲げ	68
単純支持	68	伸 び	18	曲げ応力	94
単純支持はり	69	<b>【は】</b>		曲げ剛性	96
単純曲げ	85	柱	172	曲げモーメント	74
弾性曲線	113	ばね定数	64	曲げモーメント図	75
弾性限度	17	は り	68	<b>【み】</b>	
端末条件係数	182	反 力	25, 70	密巻きコイルばね	63
断面一次モーメント	98	<b>【ひ】</b>		<b>【め】</b>	
断面係数	96	ひずみ	9	面積モーメント	97
断面二次半径	174	ひずみエネルギー	152	<b>【も】</b>	
断面二次モーメント	102	引張荷重	6	モールの応力円	43
断面の核	174	引張強さ	17	<b>【や】</b>	
<b>【ち】</b>		比ねじれ角	57	ヤング率	10
中立軸	92	比例限度	16	<b>【よ】</b>	
中立面	92	疲労荷重	21	横弾性係数	15
<b>【て】</b>		<b>【ふ】</b>		<b>【り】</b>	
伝達軸	60	不静定はり	70, 128	両端固定ばり	70
<b>【と】</b>		不静定問題	26	両端支持はり	69
トラス	32	フックの法則	10	<b>【れ】</b>	
トルク	56	フープ応力	47	連続ばり	70, 136
<b>【な】</b>		分布荷重	70		
内 力	6	<b>【へ】</b>			
<b>【ね】</b>		平行軸の定理	102		
ねじり	56	平衡状態	70		
ねじり剛性	58	<b>【ほ】</b>			
ねじりモーメント	56	ポアソン数	11		

— 著者略歴 —

1972年 岐阜大学工学部機械工学科卒業  
1974年 岐阜大学大学院工学研究科修士課程修了（機械工学専攻）  
1974年 豊田工業高等専門学校助手  
1985年 豊田工業高等専門学校助教授  
1988年 工学博士（東京工業大学）  
1994年 豊田工業高等専門学校教授  
2013年 豊田工業高等専門学校名誉教授  
2013年 豊田工業高等専門学校嘱託教授  
現在に至る

材料力学（改訂版）

Strength of Materials (Revised Edition) © Masaki Nakajima 2005

2005年1月13日 初版第1刷発行  
2014年4月30日 初版第9刷発行（改訂版）

検印省略

著者 <sup>なか</sup> <sup>じま</sup> <sup>まさ</sup> <sup>き</sup>  
中 島 正 貴  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 新日本印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04482-9 (新井) (製本：愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします