

ま え が き

機械や構造物を設計する際に、それらを構成する材料を正しく——すなわち安全でしかも経済的に——使用するためには、1) 材料が使用不能となる原因の強さと、2) その原因の強さが作用した場合の材料の挙動とを知る必要がある。すなわち、両者の調和をはかることによって合理的な強度設計が可能となる。便宜上 1) を無理、2) を抵抗と呼べば、材料力学は通常主として無理を明らかにする学問を意味している。

本書の目指す所は、材料力学に関して、“何でも載っている本”ではなく、“何でも理解できるようになる本”である。そのため、直観的に理解しやすい原理に基づいて、各項目の相互の関連を明確にし、なるべく全体を統一的に記述するよう努めた積もりである。

本書はもともと直観を重視し、分りやすさを第一に心掛けたものではあるが、統一的記述にこだわったため、初心者にとってやや難かしく感じられる部分もある(第4章 例題 10, 第5章 5.2.3項, 第6章 6.3.1項, 6.4節)。そこは通常材料力学の程度を越えているので、初めて材料力学を学ぶ場合には省略していただいて結構である。

本書を執筆するに当り、九州大学野口博司助教授には原稿を通読して貴重な御意見をいただいた。また中江洋氏には図面の作成と原稿の整理に関して大変お世話になった。両氏に心から御礼申し上げる。

出版に際し、コロナ社編集部の方々は、著者の大幅な原稿の遅れにもかかわらず、忍耐強く待っていただき、本書を誠意をもって仕上げてくださいました。ここに記して深甚の謝意を表する次第である。

この書を私の講義を受けずして世を去った長男 信一の霊前に捧げる。

1994年9月

著者しるす

目 次

1 緒 言

2 力 の 平 衡

- 2.1 平 衡 条 件3
- 2.2 棒の横断面に伝わっている力および偶力の種類6

3 直線棒の引張りと圧縮

- 3.1 応力とひずみ8
- 3.2 鋼の応力-ひずみ線図9
- 3.3 引張り・圧縮における応力と変形11
- 3.4 圧力を受ける薄肉円筒20
- 3.5 ひずみエネルギー25
- 演 習 問 題29

4 直線棒の曲げ

- 4.1 曲げモーメントとせん断力34
- 4.2 曲げモーメントによる応力と変形39
- 4.3 断面二次モーメント44

4.4	弾性線の微分方程式	52
4.5	重ね合せの原理	65
4.6	曲げを受ける棒のせん断応力	81
4.7	ひずみエネルギー	87
	演習問題	91

5 直線棒のねじり

5.1	せん断応力とせん断ひずみ	97
5.2	ねじりモーメントによる応力と変形	99
5.2.1	丸棒のねじり	99
5.2.2	薄肉閉断面の棒のねじり	103
5.2.3	薄肉長方形断面の棒のねじり	104
5.3	つる巻ばね	106
5.4	ひずみエネルギー	109
	演習問題	111

6 引張り力、曲げモーメントおよびねじりモーメントを受ける棒の応力と変形

6.1	直線棒の応力と変形のまとめ	113
6.2	組合せ応力	115
6.3	細長い曲線棒の変形	121
6.3.1	重ね合せの原理による変形の求め方	121
6.3.2	カスティリアーノの定理による変形の求め方	131
6.4	変形を決める微分方程式の重ね合せの原理に基づく誘導	139
6.4.1	直線棒の場合	139
6.4.2	円弧状の棒の場合	139
	演習問題	142

7

太く短い曲線棒の引張りと曲げ

7.1 応力と変形	145
7.2 断面定数 x の計算	149
7.3 細長い曲線棒	153
演習問題	154

8

材料力学において応力と変形を求めるときの基本的考え方

8.1 直線棒の引張りにおける応力と変形	157
8.2 直線棒の曲げにおける応力と変形	158
8.3 直線棒（丸棒）のねじりにおける応力と変形	159
8.4 太く短い曲線棒の引張りと曲げにおける応力と変形	160
8.5 ま と め	161

9

細長い直線棒の圧縮による座屈

9.1 安定な釣合いと不安定な釣合い	162
9.2 オイラーの座屈荷重	163
演習問題	170

演習問題の解答

索 引

I

緒 言

材料力学の目的は、材料を正しく使用するための根拠を与えることである。材料を正しく使用するということは、安全でしかも経済的に使用することを意味している。例えば、自動車の車軸を例にとりて考えるとき、安全性のみからいえば、寸法が大きいほどよい。しかし経済性の面のみからいえば、寸法が小さいほどよい。結局十分な安全が保証される範囲でなるべく小さい軸を設計することが材料を正しく使用することになる。それを可能にするためには、つぎの二つの事柄を知る必要がある。

- i) 破損（永久変形や破壊）を起こす原因の強さ
- ii) 破損に対する材料の抵抗

材料力学では、主として i) を対象とするが、そのときの部材の形状としては、おもに部分的に一様断面の直線棒として取り扱えるものを考える。実際の部材では、破損は一般に一様断面部から生じるのではなく、段や切欠きなど形状の複雑な場所を起点として起こる。そのような局所的な影響は、材料力学の範囲だけからでは求まらないので、弾性力学を用いて解析しなければならない。

破損を起こす原因の強さは、部材に伝わっている単位面積当りの力——これを応力という——によって代表される。強度の面のみからいえば、上記 i) と ii) の項目を考慮すれば十分であるが、一般には弾性変形であっても、機能の面から、変形を一定の値以下におさえる必要があることもある。また i) の原

因の強さ（応力）を知るために変形を考慮することが必要な場合もある。

結局材料力学においては、応力と変形が特に重要である。そして、対象とする形状としては、少なくとも部分的には一様断面の直線棒とみなせるもの[†]を主として取り上げる。

以下では、一様断面の直線棒が種々の荷重を受けるときの応力と変形について順次述べていく。その際、棒の各断面に伝わっている力を求めることが必要である。したがって、最初に第2章において各断面に伝わっている力を求めるための方法について述べる。

[†] 例えばL形の棒や円弧状に曲がった棒も部分的には直線棒とみなされる。

2

力の平衡

2.1 平衡条件

材料力学では、通常静止している物体を取り扱う。静止していれば、速度も角速度も0である。したがって加速度と角加速度も0である。このことは、静止している物体に作用する力（合力）と力のモーメントとがともに0であることを意味している。全体として静止していれば、その物体の部分も静止していることになるので、静止している物体の任意の部分を取り出しても、その部分に働く力と力のモーメントは0である。このことは、物体の内部に伝わっている力や偶力を求めるときの根拠となるものである。

一つの物体にいくつかの力や偶力が作用し、かつその物体が静止しているとき、したがって加速度と角加速度も0であるとき、力および力のモーメントに関するつぎの6条件が満たされていなければならない。

$$\sum_{i=1}^m X_i = 0, \quad \sum_{i=1}^m Y_i = 0, \quad \sum_{i=1}^m Z_i = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^{m+n} M_{yzi} = 0, \quad \sum_{i=1}^{m+n} M_{zxi} = 0, \quad \sum_{i=1}^{m+n} M_{xyi} = 0 \quad (2.2)$$

ここで、 X_i, Y_i, Z_i はそれぞれ i 番目の力の x, y, z 方向成分を表す。また $M_{yzi}, M_{zxi}, M_{xyi}$ はそれぞれ i 番目の力 ($i: 1 \sim m$) または偶力 ($i: m+1 \sim m$)

+n) の任意の点に関する x, y, z 軸まわりのモーメントである。 m, n はそれぞれ作用している力および偶力の個数である。

式 (2.1) は平行移動に対する加速度が 0 であることを、または式 (2.2) は回転を加速する角加速度が 0 であることを意味している。

材料力学では、力が一平面内に作用する場合を対象とすることが多い。そのとき式 (2.1), (2.2) の条件のうち、以下の条件を考慮すればよい。

$$\sum_{i=1}^m X_i = 0, \quad \sum_{i=1}^m Y_i = 0 \quad (\text{平行移動の平衡条件}) \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^{m+n} M_{xyi} = 0 \quad (\text{回転の平衡条件}) \quad (2.4)$$

ここで、力の作用している平面を x - y 平面としている。

式 (2.4) の回転の平衡条件は、任意の点のまわりについて考えてよい〔式 (2.2) についても同様〕。その理由は以下のとおりである。

いま、 M_{xyi} を力によるものと偶力によるものに分けて、原点に関して式 (2.4) を書けば

$$\sum_{i=1}^m (Y_i x_i - X_i y_i) + \sum_{i=m+1}^{m+n} M_{xyi} = 0 \quad (2.5)$$

ここで、 (x_i, y_i) は i 番目の力の作用点の座標である。

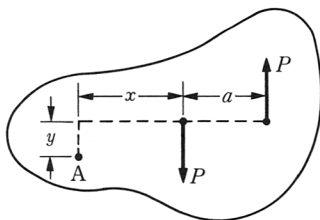
つぎに (x_0, y_0) に関して式 (2.4) を書けば

$$\sum_{i=1}^m \left\{ Y_i (x_i - x_0) - X_i (y_i - y_0) \right\} + \sum_{i=m+1}^{m+n} M_{xyi} = 0 \quad (2.6)$$

また式 (2.3) の関係を用いれば

$$\sum_{i=1}^m \left\{ -Y_i x_0 + X_i y_0 \right\} = - \left[\sum_{i=1}^m Y_i \right] x_0 + \left[\sum_{i=1}^m X_i \right] y_0 = 0$$

となるので、式 (2.5) と式 (2.6) が等価であることが分かる。なお、式 (2.



点 A のまわりの力のモーメント
 $= P(a+x) - Px = Pa$ (x, y に無関係)

図 2.1 偶力のモーメント
 (任意の点に関して一定の値をとる)

5), (2.6) において M_{xvi} の方の表示が変わらないのは, 偶力によるモーメントはどの点に関して考えても値が等しくなるからである (図 2.1)。

全体として静止している物体においては, その一部分も当然静止している。静止している部分の加速度, 角加速度はもちろん 0 である。すなわち, “全体として力の平衡状態にあれば, その一部分についても平衡条件は満たされている。” この事実は材料力学においてきわめて重要であり, 以後本書において, 各部に伝わっている力や偶力を求めるためにしばしば利用される。

平衡条件だけからでは, 伝わっている力が求まらないこともあるが, そのときは変形の条件を考慮すればよい。

【例題 2.1】 軸力を受ける棒の任意の断面に伝わっている力を求めること (図 2.2)。

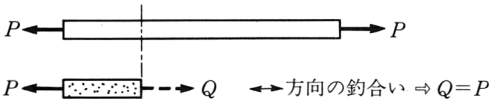
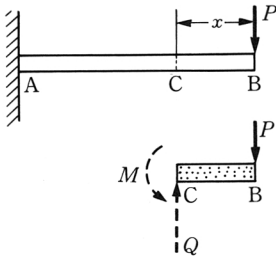


図 2.2 任意の断面に
伝わる力†

【例題 2.2】 横方向の荷重を受ける棒の断面に伝わっている力と偶力を求めること (材料力学では断面に伝わっている偶力のことをその作用にしたがって曲げモーメントまたはねじりモーメントと呼ぶ。この場合は曲げモーメントである) (図 2.3)。



↓ の釣合い ⇒ $Q=P$
点 C のまわりの
○ の釣合い ⇒ $M=Px$

図 2.3 任意の断面に伝わっている力と偶力

【例題 2.3】 曲がった棒の任意の断面に伝わっている力と偶力 (曲げモーメント) を求めること (図 2.4)。

† 以下において で物体を表したときは, その部分の平衡条件を考えているものとする。また点線でかいた力や偶力はそれが未知であることを意味するものとする。

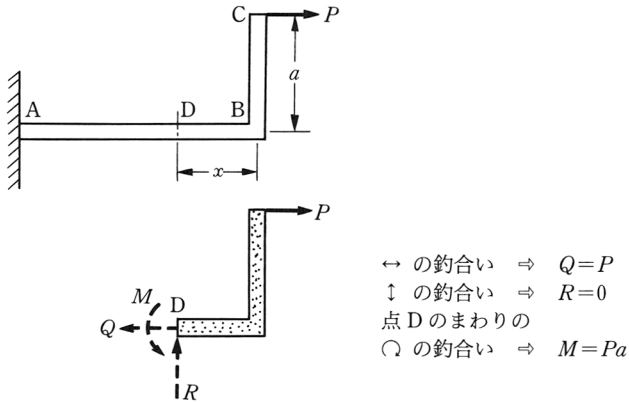


図 2.4 曲がった棒に伝わっている力と曲げモーメント (CB 間の力と曲げモーメントは例題 2.2 と同様に求める)

【例題 2.4】 平衡条件だけでは伝わっている力が求まらない問題 (図 2.5)。

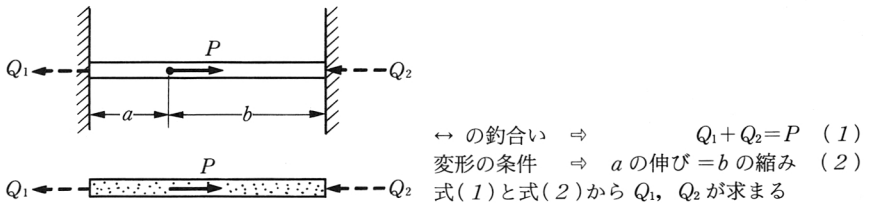


図 2.5 平衡条件だけで伝わっている力が求まらない問題 (これを不静定の問題という。不静定の問題を解くには変形の条件を考慮すればよい)

2.2 棒の横断面に伝わっている力および偶力の種類

いま、例として横断面の形状が円である一様断面の丸棒を考える。図 2.6 に示すように、一つの断面 O を考えるとき、断面 O の左側の部分に働く力および偶力と断面 O に伝わっている力および偶力が釣り合って静止しているのであるから、式 (2.1), (2.2) から分かるように、断面 O には一般に 3 種類の力と 3 種類の偶力とが伝わっている。

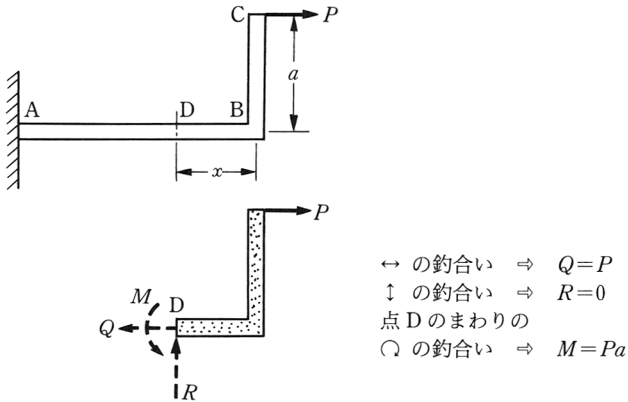


図 2.4 曲がった棒に伝わっている力と曲げモーメント (CB 間の力と曲げモーメントは例題 2.2 と同様に求める)

【例題 2.4】 平衡条件だけでは伝わっている力が求まらない問題 (図 2.5)。

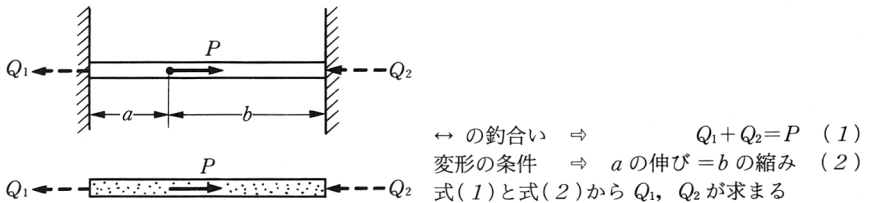


図 2.5 平衡条件だけで伝わっている力が求まらない問題 (これを不静定の問題という。不静定の問題を解くには変形の条件を考慮すればよい)

2.2 棒の横断面に伝わっている力および偶力の種類

いま、例として横断面の形状が円である一様断面の丸棒を考える。図 2.6 に示すように、一つの断面 O を考えるとき、断面 O の左側の部分に働く力および偶力と断面 O に伝わっている力および偶力が釣り合って静止しているのであるから、式 (2.1), (2.2) から分かるように、断面 O には一般に 3 種類の力と 3 種類の偶力とが伝わっている。

索 引

【A】

安定 162
 安定・不安定 162
 圧縮 8, 162
 圧縮力 7

【B】

BMD 37
 棒の中心線 39, 145
 分布荷重 35

【D】

断面係数 43
 断面二次モーメント 42, 45
 断面の主軸 44
 断面の図心 41
 断面相乗モーメント 45
 断面定数 147
 弾性変形 9
 弾性線 52
 弾性体 9

【E】

永久変形 1, 118, 162

【H】

破壊 1, 118, 162
 破損 1
 平衡条件 4, 5, 156
 変形の条件 5, 12
 引張り 8, 113, 156

引張り力 7
 引張試験 9
 引張強さ 10
 ひずみ 9, 11
 ひずみエネルギー 25, 87, 109, 131
 細長比 165
 細長い曲線棒 121
 不安定 162
 フックの法則 9, 12, 156
 不静定問題 74
 不静定の問題 12, 16
 太く短い曲線棒 145, 156

【J】

自由支持 37
 上降伏点 10

【K】

回転半径 165
 回転リング 24
 荷重の重心 36
 下降伏点 10
 重ね合せの原理 65, 121
 カスティリアーノの定理 132
 片持ばり 38
 固定端 54
 組合せ応力 115
 極断面二次モーメント 102
 曲率半径 40, 52

【M】

曲 げ 34, 113, 156

曲げモーメント 5, 7, 34, 99
 曲げモーメント図 37
 マックスウェルの定理 133
 丸棒のねじり 101
 モールの応力円 119

【N】

ねじれ角 102
 ねじり 97, 113, 156
 ねじりモーメント 5, 7, 99
 伸 び 11

【O】

オイラーの座屈荷重 165
 応 力 8, 11
 応力-ひずみ線図 9
 応力成分 116

【P】

ピン結合 12
 ポアソン比 12

【S】

Saint Venant の原理 99
 SFD 37
 せん断ひずみ 9, 98
 せん断応力 9, 82, 97, 116
 せん断力 7, 34
 せん断力図 37
 絞 り 11
 真破断応力 10
 垂直ひずみ 9

垂直応力 9,97

【*T*】

縦弾性係数 9

つる巻ばね 106

【*U*】

薄肉円筒 20

薄肉閉断面の棒のねじり
103

薄肉長方形断面の棒のねじり
104

【*Y*】

焼きばめ 23

横弾性係数 9,98

【*Z*】

座屈 162

座屈荷重 163

— 著 者 略 歴 —

- 1953 年 九州大学工学部機械工学科卒業
1955 年 九州大学大学院修士課程修了（機械工学専攻）
1957 年 九州大学講師
1960 年 九州大学助教授
1969 年 工学博士（九州大学）
1972 年 九州大学教授
1995 年 九州大学名誉教授
1995 年 九州産業大学教授（工学部機械工学科）
2006 年 退職
2009 年 九州産業大学名誉教授

材料力学

Strength of Materials

© 西谷弘信 1994

1994 年 11 月 30 日 初版第 1 刷発行
2009 年 12 月 20 日 初版第 10 刷発行

検印省略

著 者 にし たに ひろ のぶ
西 谷 弘 信
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 新日本印刷株式会社

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

電話 (03) 3941-3131 (代) 振替 00140-8-14844

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-04031-9

(製本：愛千製本所)

Printed Japan



無断複写・転載を禁ずる

落丁・乱丁はお取替いたします