シリーズ システム・制御のニューフロンティア　D-1

ネットワークシステムの分散協調制御

畑中　健志
船田　　陸　共著

コロナ社

シリーズ刊行のことば

21世紀も四半世紀を終え，人工知能やロボティクス，通信ネットワークなどの科学技術はかつてない速度で進化を続けています。これらの情報技術の爆発的な発展とともに，地球規模での自然環境の激変や社会構造の多様化と複雑化は，我々が直面する課題を大きく変容させました。このような状況下において，システム・制御の学問は，新たなフロンティアを開拓し続けています。

前世紀に発展した古典的なシステム・制御理論は，おもに物理法則に基づくモデル化と解析・設計を中心として発展してきました。しかし，現代社会におけるシステムは，人間，社会，経済，環境など，多様な要素が複雑に絡み合い，物理モデルのみに立脚した古典的手法では捉えきれない側面を多く持ちます。

本「シリーズ システム・制御のニューフロンティア」は，このような認識に基づき，既存の枠組みを超えた新しいシステム・制御の学問体系を構築することを目的としています。具体的には，以下の四つのカテゴリにおいて，最新の研究成果と将来展望を提示します。

【カテゴリ A：新しいシステム・制御の基礎理論】

サイバーフィジカルシステムや人間社会の中でのシステムなど，現代的なシステムを扱うための新たな基礎理論の枠組みを展開します。

【カテゴリ B：システムの知能】

人工知能とシステム制御理論が融合した新しいシステム設計論を探求します。

【カテゴリ C：システムの身体性】

身体と環境のダイナミクスとそれに基づく知能の構成を目指し，物理世界と相互作用するシステムの制御メカニズムを探求します。

【カテゴリ D：人間社会におけるシステム・制御】

社会科学や経済学，心理学など人文社会系の視点を取り入れた，人間社会におけるシステムの解析や設計について最新の理論を紹介します。

本シリーズは，大学院生，研究者，そしてシステム・制御に関心を持つすべての皆様を対象としています。各巻は，第一線の研究者によって執筆され，最新の研究成果，未解決問題，将来展望を網羅的に解説しています。本シリーズが，システム・制御の新たな地平を切り拓く一助となることを願ってやみません。

それではともに，システム・制御のニューフロンティアへと踏み出しましょう！

2025 年 8 月

「シリーズ システム・制御のニューフロンティア」編集委員会

ま　え　が　き

「…（農業用の）自律型ロボットは小型で電動式になることは，すでに明白になりつつある。（中略）広い農地への拡張は，より大型で高速な機械によって達成されるのではなく，同種の小型ロボットの群れが互いに協調することによって達成される。…」

これはドイツ農業協会が 2019 年に発表したレポート “Digitalisation in agriculture” の一節である。農業に限らず，広域でのロボット運用には複数ロボットの協力・協調が欠かせない。その実現に向けては，個々のロボットがセンサを介して得た情報をロボット間で共有するネットワーキングの技術が必要であることは論を俟たない。また，システムの大規模化に従って，場合によってはエッジコンピューティングやクラウドコンピューティングの技術も必要になるであろう。しかしながら，果たしてそれで十分であろうか。これらはシステム構築の重要な要素ではあるものの，「目的を達成するために，取得した情報を基にロボットはどのように行動すべきか」については解を与えない。そして，これこそが本書の主題である。

本書のタイトルは『ネットワークシステムの分散協調制御』とした。ネットワークシステムとは，複数の動的サブシステムがネットワークに接続されたシステムのことである。ネットワークシステムでは，各サブシステムがネットワークで接続されたサブシステムの情報のみを利用して，ネットワーク全体の目的を達成することが求められる。このような制御のことを分散協調制御という。ネットワークシステムの分散協調制御は 2000 年代以降，システム制御分野において一大ブームとなり，現在ではシステム制御の研究を行う上で必須の前提知識といって差し支えない。

本分野の初の邦書は，2015 年に「マルチエージェントシステムの制御」（シス

テム制御工学シリーズ 22）と題してコロナ社から出版されている。ここでは，合意制御（本書では同期制御とよぶ），被覆制御，分散最適化といった代表的な分散協調制御問題が体系的にまとめられており，日本語を母語とする学生や若手研究者の本分野への参入を大いに促進してきた。一方，それぞれの問題が立脚する理論基盤は必ずしも統一されておらず，合意制御は行列の固有値解析，被覆制御はリアプノフ理論，分散最適化では最適化論の手法に基づいて収束性が解析される。ここで，一つの疑問が生じる。すなわち，「これらの異なる分散協調制御問題を単一の基盤理論によって統一的に扱うことはできないのか？」という疑問である。本書を通じて，この疑問に対する著者なりの回答を試みる。

本書では，動的システムに定義される（広い意味での）エネルギーに基づく制御理論を基盤とする。前半では，受動性とよばれる動的システムの性質を基に，同期制御と分散最適化が統一的に理解できることを示す。それだけでなく，受動性を用いることで，この両者が本質的に同じであることまで見通せる。つぎに，リアプノフ関数を動的システムに定義されたエネルギーと捉えれば，被覆制御も矛盾なく本書の枠組みに包含される。最後に，本書では「マルチエージェントシステムの制御」の出版以降に整備された制御バリア関数に基づく制御に関する章を設けた。これは，2010 年代中盤以降にシステム制御分野において提案された最も実用的な制御手法であると断言して差し支えない。制御バリア関数をエネルギーと表現するのは乱暴ではあるが，少なくとも必要となる理論基盤に共通項が多く，本書の枠組みときわめて相性が良い。すなわち，本書を通読すれば，限られた前提知識のみを基に，ネットワークシステムの分散協調制御の過去から現在までを網羅的に理解することができる。

本書の構成は以下のとおりである。2 章では，本書で中心的な役割を果たす受動性の定義と保存則を導入し，受動性と動的システムの安定性の関係について解説する。3 章では最も基本的な分散協調制御である同期制御について，受動性の役割に焦点を当てて説明する。4 章では，分散最適化の基礎を成す主双対勾配法が受動的なシステムのフィードバック結合によって構成される事実を示し，既存の分散最適化手法が受動的なシステムの結合によって巧みに組み立

てられていることを解説する。ここまでを本書の前半とする。初学者は各章の 3.3 節および 4.4 節までを通して分散協調制御における受動性の役割と，同期制御と分散最適化の構造的等価性を理解してもらえるはずである。3.4 節および 4.5 節以降はやや発展的な内容であるので，初学者はこれらの節を飛ばしても差し支えないが，通読することで受動性に基づく視点の有用性と，同期制御と分散最適化の関係をさらに深く理解することができる。後半は 5 章で被覆制御，6 章で制御バリア関数に基づく制御について解説する。特に 6 章は一部に高度な数学を含むが，結果として与えられる制御手法はきわめて実用性が高いものである。くじけずに読み進めてもらいたい。

最後に，本書の完成までに多くの方々のお世話になりました。東京科学大学畑中研究室，三平研究室の学生には多くの誤りや読みづらさの指摘とともに，図の作成に協力いただきました。また，宮野竜也博士，山下駿野博士にも改善に向けたコメントをいただきました。皆様に厚くお礼を申し上げます。

2026 年 4 月

畑中　健志
船田　　陸

執筆分担

畑中健志：1～4 章
船田　陸：5 章，6 章

目　　　次

1.　序　　　論

2.　受動性と安定性

3. 同　期　制　御

4. 分　散　最　適　化

5. 被　覆　制　御

6. 制御バリア関数に基づく制御

1 序　　　論

1.1 ネットワークシステムの分散協調制御

鳥や魚などの生物の中には，多数の個体が集まって群れを形成し，外敵などの危険に対する生存確率を上げる種が存在する。このとき，群れを形成する各個体は自律的に自身の行動を決定しているにもかかわらず，他者と見事に運動を協調し，あたかも群れが一つの意志をもつ個体であるかのように振る舞う。このような協調行動が発現するメカニズムについて，古くから物理学，生物学，計算機科学などの諸分野において活発な研究が進められてきた。中でも，文献 1) では，各個体は近傍の個体から情報を取得し，それを基に「接近・整列・分離」という非常に単純な行動規則に従って行動することで群れ行動が発現することを主張している。

生物の群れ行動は本書の主題を考える上で重要な示唆を与える。まず，鳥であれ魚であれ，各個体の運動特性は動的システムとして表現されざるを得ない。また，各個体が近傍の個体のみから情報を取得するということは，個体間の情報交換の制限はネットワークとして表現されるはずである。このように，複数の動的システムが他者の情報の利用可否を表すネットワークで接続されたシステムのことを**ネットワークシステム**とよぶ。

つぎに，ネットワークシステムには達成すべき目的が定義されなければならない。生物の例では群れを形成することそのものが目的である。群れの形成がそうであるように，達成すべき目的は他個体の存在なくしては定義し得ない。

前述の動的システムがネットワークで表現される情報交換の制限の下で所定の目的を達成する制御を**分散協調制御**という。

これ以降，本書で扱う分散協調制御の目的を列挙しよう。

1.1.1　同期制御問題

再び生物の群れ行動を考えよう。「接近・整列・分離」の三つのルールのうち整列に着目して，群れの進行方向がそろう現象を説明する数理モデルとして**Vicsek モデル**がある。

いま，個体にはそれぞれ $1, 2, \cdots, n$ という ID が付与されているとし，**図 1.1**(a) のように個体 i の進行方向を表す角度を x_i と表記しよう。このとき，Vicsek モデルは次式で与えられる[†]。

$$\dot{x}_i = \frac{1}{|\mathcal{N}_i(t)|+1}\left(x_i + \sum_{j\in\mathcal{N}_i(t)} x_j\right) - x_i \tag{1.1}$$

ここで，$\dot{x}_i$ は x_i の時間に関する微分であり，本書を通じて，記号の上に $\cdot$ をおくことで時間に関する微分を表すこととする。また，$\mathcal{N}_i(t)$ は個体 i が情報を利用できる他個体の集合であり，本来の Vicsek モデルは個体間の距離が一定値以下の個体からなる集合としてこれを定義する。しかし，ここでは簡単のため，集合 $\mathcal{N}_i$ は時間によって変化しないと仮定しよう。このとき，式 (1.1) は次式に書き換えることができる。

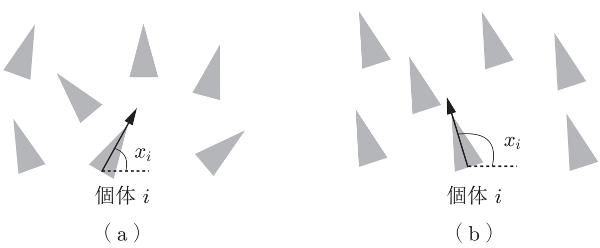

図 1.1　鳥の整列行動

† 本来の Vicsek モデルは離散時間システムとして定義されるが，あとの議論のため，本書ではそれを連続時間システムに変換した式 (1.1) を考える。

$$\dot{x}_i = \frac{1}{|\mathcal{N}_i|+1}\left(-|\mathcal{N}_i|x_i + \sum_{j\in\mathcal{N}_i} x_j\right)$$
$$= \frac{1}{|\mathcal{N}_i|+1}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}(x_j - x_i) \tag{1.2}$$

すなわち，Vicsek モデルはネットワークが接続された相手との変数の偏差の総和によって x_i を更新するのである。このとき，式 (1.2) に従う進行方向 x_i $(i = 1, 2, \cdots, n)$ は適切なネットワーク結合に関する仮定の下で

$$\lim_{t\to\infty}(x_i - x_j) = 0 \quad \forall i, j = 1, 2, \cdots, n \tag{1.3}$$

を満足することが知られている。すなわち，図 1.1(b) のように鳥の進行方向は同期する。このように，ネットワークの構成要素たる動的システムの変数の偏差をゼロに収束させる問題を**同期制御問題**という。

同期制御は幅広い工学応用を有する。例えば，n 台の自動運転車に車列を形成させる場面を考えよう[6)†]。ここで，**図 1.2** のように，単一車線上の車両 i の位置を $p_i \in \mathbb{R}$，速度を $v_i \in \mathbb{R}$ とおき，各車両の ID は前方車から数えて $1, 2, \cdots, n$ と付与されているものとする。車両 i と車両 $i-1$ の理想的な車間距離を d とし，$q_i = p_i + d(i-1)$ と定義すると，車列の形成とは次式の達成にほかならない。

$$\lim_{t\to\infty}(v_i - v_j) = 0 \quad \forall i, j = 1, 2, \cdots, n \tag{1.4}$$

$$\lim_{t\to\infty}(q_i - q_j) = 0 \quad \forall i, j = 1, 2, \cdots, n \tag{1.5}$$

明らかに，これは同期制御問題である。この問題の発展として，ロボットや航空機の**フォーメーション制御**[7)] がある。いま，ロボット i の二次元，あるいは

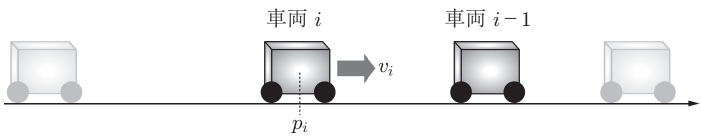

図 1.2　自動運転車の車列

† 肩付き数字は，巻末の引用・参考文献番号を示す。

三次元空間上の位置を p_i と表記する。このとき，フォーメーション制御の目的は次式で与えられる†。

$$\lim_{t\to\infty}(p_i - p_j) = d_{ij} \quad \forall i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1.6}$$

ここで，d_{ij} は所望のフォーメーション形状を指定するベクトルである。いま，すべての i,j に対して $d_{ij} = d_j - d_i$ となるようなベクトル d_i $(i = 1,2,\cdots,n)$ が存在するとする。このとき，$q_i = p_i + d_i$ と定義すると

$$\lim_{t\to\infty}(q_i - q_j) = 0 \quad \forall i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1.7}$$

を達成すれば

$$\lim_{t\to\infty}(p_i - p_j) = d_j - d_i = d_{ij} \quad \forall i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1.8}$$

より，式 (1.6) が成り立つ。明らかに，式 (1.7) は同期制御の目的と一致する。このほかにも，**センサネットワーク**による計測値や推定値の平均化，時刻同期など，同期制御の工学応用は多岐に及ぶ[8)]。

本書では，同期を達成すべき制御目的と考えるが，Vicsek モデルがそうであるように，現実世界のさまざまな現象を説明する数理モデルには式 (1.2) と類似の構造を仮定するものも多い。そのことを確認する前に，式 (1.2) を次式のように一般化しておこう。

$$\dot{x}_i = \sum_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}(x_j - x_i) \tag{1.9}$$

ここで，$j \in \mathcal{N}_i$ であるとき，$a_{ij} > 0$ とする。式 (1.9) は**合意アルゴリズム**とよばれる。定数 a_{ij} を $a_{ij} = \dfrac{1}{|\mathcal{N}_i| + 1}$ $\forall j \in \mathcal{N}_i$ と設定すれば，式 (1.2) が式 (1.9) で表現できることを容易に確認できるであろう。

社会の学習過程を説明する古典的なモデルに **DeGroot モデル**[2)] がある。いま，構成員 $i = 1,2,\cdots,n$ から構成される社会において，構成員 i の意見を

† フォーメーション制御問題には複数の定義が存在し，この定義は変位に基づく問題とよばれる[7)]。

$x_i \in \mathbb{R}$ と表記する。一般に，各構成員の意見は他の構成員の意見に影響を受けながら醸成される。DeGroot のモデルはこの現象を説明するものであり，x_i の時間変化を次式で与える†。

$$\dot{x}_i = \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \right) - x_i \tag{1.10}$$

ここで，$a_{ij} \geqq 0 \quad \forall i, j$ であり，$\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 1 \quad \forall i$ である。すなわち，式 (1.10) の右辺第一項は全構成員の重みつき平均であり，a_{ij} は構成員 j の i への影響力の強さを表すパラメータである。式 (1.10) は次式に書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \right) - \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \right) x_i \\ &= \sum_{j=1}^{n} a_{ij} (x_j - x_i) \end{aligned} \tag{1.11}$$

明らかに，これは式 (1.9) の一例であると解釈できる。

合意アルゴリズムと完全に一致しないまでも，部分的にその構造を見いだすことができるモデルも多い。例えば，薬物動態学では薬品が体内に広がる過程を記述した**コンパートメントモデル**とよばれるモデルが用いられる[3)]。簡単のため，二つの部位のみからなるシステムを考えよう。このとき，部位 i $(i = 1, 2)$ の薬品量を x_i と表記すると，コンパートメントモデルは次式で与えられる。

$$\dot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) - a_1 x_1 + cu \tag{1.12}$$

$$\dot{x}_2 = k_2(x_1 - x_2) - a_2 x_2 \tag{1.13}$$

ここで，u は投与する薬品の体積流量，k_i, a_i $(i = 1, 2)$, c は正の定数である。両式の右辺第一項に合意アルゴリズムと同様の項が現れていることが確認でき

† 本来の DeGroot モデルも離散時間システムとして定義されるが，あとの議論のため，本書ではそれを連続時間システムに変換した式 (1.10) を考える。

索　　　引

―― 著 者 略 歴 ――

畑中　健志（はたなか　たけし）

2002年　京都大学工学部情報学科卒業
2004年　京都大学大学院情報学研究科修士課程修了（数理工学専攻）
2006年
～07年　日本学術振興会特別研究員 DC2
2007年　京都大学大学院情報学研究科博士課程修了（数理工学専攻），博士（情報学）
2007年　東京工業大学大学院助教
2015年　東京工業大学大学院准教授
2016年　東京工業大学工学院准教授
2018年　大阪大学大学院准教授
2020年　東京工業大学工学院准教授
2024年　東京工業大学工学院教授
2024年　東京科学大学工学院教授
現在に至る

舩田　　陸（ふなだ　りく）

2014年　東京工業大学工学部制御システム工学科卒業
2016年　東京工業大学大学院理工学研究科修士課程修了（機械制御システム専攻）
2016年
～19年　日本学術振興会特別研究員 DC1
2019年　東京工業大学工学院博士後期課程修了（システム制御系），博士（工学）
2019年　早稲田大学理工学術院総合研究所次席研究員
2019年　The University of Texas at Austin, Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, Postdoctoral Researcher
2020年　東京工業大学工学院助教
2024年　東京科学大学工学院助教
2025年　京都大学講師
現在に至る

ネットワークシステムの分散協調制御

Distributed Cooperative Control in Network

2026 年 5 月 28 日　初版第 1 刷発行

検印省略

著　者　畑　中　健　志
　　　　舩　田　　　陸
発 行 者　株式会社　コ ロ ナ 社
　　　　代 表 者　牛 来 真 也
印 刷 所　三 美 印 刷 株 式 会 社
製 本 所　有限会社　愛 千 製 本 所

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10
発 行 所　株式会社　コ　ロ　ナ　社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)
ホームページ　https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–03404–2　C3353　Printed in Japan　（大井）