計測・制御
セレクション
シリーズ
3

計測自動制御学会 編

# 量の理論とアナロジー

久保　和良 著

コロナ社

# 刊行のことば

近年の科学技術は，情報化・グローバル化の中で驚くべき速さで発展している。計測・制御分野も例外ではなく，次々と新しい概念・理論・技術が発表され，その核心を理解するのに多大な努力を要する状況にある。さらに，各種の技術が単一の分野に閉じることなく，さまざまな分野が横断的に発展・連携・融合し，新たな分野へ多種多様な広がりをみせている。例えば，計測技術の発展は，知的システムを構築するための人工知能やデータサイエンスの発展にも大きく寄与し，両技術分野の融合による技術革新も期待されている。

計測自動制御学会（SICE）が扱う，計測，制御，システム・情報，システムインテグレーション，ライフエンジニアリングといった分野は，もともと分野横断的な性格を備えていることから，SICE が社会において果たすべき役割がより一層重要なものとなってきている。SICE では，2018 年に完結した「計測自動制御学会（SICE）計測・制御テクノロジーシリーズ」の次世代となるシリーズ企画の在り方について模索し，議論を重ねてきた。その結果，めまぐるしく技術動向が変化する時代に活躍する技術者・研究者・学生の助けとなる書籍を，SICE ならではの視点からタイムリーに提供するというシリーズの方針を立てた。

この方針に基づき，従来のシリーズでのテーマや執筆者の選定から出版までのプロセスを見直し，これまでとは異なるプロセスでシリーズ企画を進めていくことにした。ユニークな取り組みとして，SICE がシリーズの執筆者の公募を行い，会誌出版委員会での選考を経て収録テーマを決定している点がある。また，公募と並行して，会誌出版委員会によるテーマ選定や，学会誌「計測と制御」での特集から本シリーズの方針に合うテーマを選定するなどして，収録テーマを決定している。テーマの選定に当たっては，SICE が今の時代に出版

する書籍としてふさわしいものかどうかを念頭に置きながら進めている。このようなシリーズの企画・編集プロセスを鑑みて，本シリーズの名称を「計測・制御セレクションシリーズ」とした。

本シリーズは，計測，制御，システム・情報，システムインテグレーション，ライフエンジニアリングに関わる多種多様なテーマがタイムリーに収録されていくことをねらっている。本シリーズが変化の大きな時代の中で活躍する研究者・技術者・学生の役に立てば幸いである。最後に，このシリーズ企画を進めるに当たってご尽力いただいたコロナ社の各氏に感謝したい。

2021 年 5 月

計測自動制御学会 会誌出版委員会 出版ワーキンググループ

# ま　え　が　き

アナロジーは，古典的ではあるがたいへん強力な発想法である。それにもかかわらず，アナロジーを主題とする書籍は少ない。工学的アナロジーを考えると，その基礎に量の理論がある。量の理論も専門文献が多いとはいいにくい。そこで，量の理論とアナロジーを主体に置いた文献をまとめようと考えた。このような内容は分野横断型であるから，出版母体は計測自動制御学会（SICE）がふさわしいと思い，出版を提案した。横幹連合（横断型基幹科学技術研究団体連合）の設立と，日本技術者教育認定機構（JABEE）の立上げを身近で見た者として，一石を投じてみたい。それが本書執筆の大きな動機である。

物理構造は物理量によって記述され，その本質は理論として，その現実は計測を通じて観測されて公知のものとなる。物理構造の量を通じた解明なしには，対象のモデリングもシミュレーションも難しい。新たな物理理論の創造は，量と構造の上に成し遂げられると考えられる。物理量の理論が明らかになり，量を通じた物理現象の構造が見えるようになると，森羅万象の本質に近付けるのではないだろうか。これは真理の探究であり，実利実践面はもとより，学の蘊奥（うんおう）を極めることになろう。量の理論とアナロジーは，事物の理（ことわり）を解明する基礎として，また初学者の学習理解を助ける手段としてのみならず，分野横断の英知を与え，新しいアイディアに気付かせてくれる源になりうる。

ところが，いざ執筆に入ると，量の理論がほとんど系統立っていないことに気付いた。それならば，あらゆる方向からの言説をまとめて蓄積する価値を考えた。その上に玉を積んでくださる方を期待してのことである。

以上の観点から，執筆方針の第１として，先人の英知を適正に読者にお届けしたいと考えた。理論の出所を明らかにし，文献を適切に紹介することに努めた。本書がこの領域のガイドブックとして活用されることを望んでいる。

執筆方針の第 2 は，初学者にも興味を持って読んでいただけるような端緒を提供した点である。数学的な厳密さよりも直観的な理解が可能となるように，また難解な部分は読み飛ばしても，拾い読みができるように心掛けた。量子論や相対論にも可能な限り立ち入らないようにした。かつて工学を学んだ現場の方にこそ，復習を兼ねて懐かしんで読み進んでいただきたいとも考えた。

執筆方針の第 3 は，計測から出発して量の理論のユニークさを提供したいと考えたことである。そのため量の理論にとどまらず，横断型科学技術の基礎としての立ち位置を意識した。分野横断ということで，視野を大きくとって，情報量や信号理論の構造，文学や生命学などにも，多方面に言及した。

ほとんどの分野研究は，すでに先人によって細部が解明されている。解明されていない部分があるなら，それに気付くことは難しいかもしれない。しかし，ご自身の分野のアナロジーを，異なる分野に新発想として適用し，貢献できる可能性は少なくない。本書は分野にとらわれない，広く横断的に多様性を許容する立場で書かれている。このような異質な専門書が計測自動制御学会関係者のご理解をいただけたことは幸運でした。筆者の薄学のゆえの思わぬ誤りを畏れつつ，ご批判をお待ちします。

筆者が横断型思考に向かう興味を持たせてくださった元 茨城中学校の杉山彰先生，元 土浦第一高等学校の横倉和夫先生，元 筑波大学の青島伸治先生，永井啓之亮先生，松島皓三先生に感謝します。本書を家族と，亡き両親に捧げます。

本書の出版に際し熱心にご対応下さった SICE 会誌出版委員会　島田洋蔵先生（産業技術総合研究所），同じく斉藤郁彦先生（産業技術総合研究所），コロナ社の各位に，この場をお借りして感謝の意を表し，篤くお礼を申し上げます。

2021 年 9 月

小山市若木にて　　久保 和良　識す

# 目　　次

## 1.　表記方針と準備

## 2.　量　と　は

2.1　量と量の理論 …… 12
2.2　度量衡と時間量 …… 13
2.3　量　の　表　現 …… 15
2.4　量　の　種　類 …… 18
2.5　量と数との違い …… 19
2.6　アナロジーとデュアリティ …… 21

## 3.　数学および教育に関する量の理論

3.1　藤澤利喜太郎の理論（初等算術教育の量） …… 26
3.2　遠山啓の理論（外延量と内包量） …… 28
　3.2.1　分　　離　　量 …… 28
　3.2.2　外延量と内包量 …… 30
　3.2.3　遠山啓の理論について …… 30
　3.2.4　内包量の用法と微積分への拡張 …… 32
　3.2.5　銀林浩の拡張 …… 33
3.3　小島順の理論（量の線型代数） …… 35

3.3.1 実 数 体 …… 36
3.3.2 線 型 空 間 …… 37
3.3.3 線 型 写 像 …… 38
3.3.4 双 線 型 写 像 …… 38
3.3.5 双 対 空 間 …… 39
3.3.6 テ ン ソ ル 積 …… 40
3.3.7 1 次元線型空間と量の扱い …… 40
3.3.8 組 立 量 の 理 論 …… 41
3.4 数学教育で量の理論を考える意味 …… 43

## 4. 物理に関する量の理論

4.1 ニュートンの量の理論とマッハの批判 …… 47
4.1.1 ニュートンの量の理論 …… 47
4.1.2 マ ッ ハ の 批 判 …… 49
4.1.3 ニュートン力学の注意点 …… 50
4.2 押田勇雄の物理学の量の理論 …… 51
4.2.1 物 理 量 …… 51
4.2.2 線型現象と線型微分法則 …… 52
4.2.3 ア ナ ロ ジ ー …… 52
4.2.4 エネルギー変換 …… 53
4.3 三輪修三による示強変数と示量変数の起源 …… 56
4.4 久保亮五の熱力学的な量とポテンシャル …… 57
4.5 高橋秀俊の『物理学汎論』での量の理論 …… 59
4.5.1 構造とエネルギー …… 59
4.5.2 力 に つ い て …… 62
4.5.3 示量変数と示強変数 …… 64
4.5.4 ルジャンドル変換 …… 66

4.5.5　いろいろな自由度の間の交渉 …… 69
4.5.6　慣性のある系 …… 71
4.5.7　ハミルトニアンとラウシアン …… 74
4.5.8　電気回路と機械系との対応 …… 78
4.5.9　不可逆過程 …… 87

## 5.　計測に関する量の理論

5.1　本多敏の理論 …… 90
5.1.1　計測工学での量の分類 …… 90
5.1.2　量の不確定性関係が計測に及ぼす影響 …… 91
5.1.3　センシングにおける信号変換とエネルギー …… 92
5.2　安藤繁の理論 …… 93
5.2.1　センサと計測システム …… 93
5.2.2　センサの4端子モデル …… 94
5.2.3　示容変量と示強変量 …… 95
5.2.4　信号エネルギーとインピーダンス …… 95
5.2.5　インピーダンスの捨象 …… 96
5.3　科学的基礎としての計測における量の理論 …… 98
5.3.1　ヘルムホルツの数量認識 …… 98
5.3.2　マッハの数量の認識論 …… 99
5.3.3　Campbellの測定論 …… 99
5.3.4　その他の理論 …… 100
5.4　高田誠二の分類 …… 100
5.5　小林彬の官能量の位置付け …… 102
5.6　北森俊行のアナロジーと計測理論 …… 102
5.6.1　計測システムの一般的構造 …… 103
5.6.2　計測システムの必要性 …… 107

5.7 森村正直の計測論理構造 …… 110
5.8 山崎弘郎の相似と無次元量 …… 111
5.9 森村正直のトランスデューサに関する理論 …… 114

## 6. 分野横断的工学での量の理論とアナロジー

6.1 工学的な量の理論 …… 117
6.1.1 力学系の量の構造 …… 117
6.1.2 電気系の量の構造 …… 119
6.1.3 量の構造における双対性 …… 120
6.1.4 量の構造から見えるアナロジー …… 123
6.1.5 横断型構造への発展 …… 125
6.1.6 吉川弘之のディシプリンの理論 …… 127
6.2 高橋利衛の量の理論 …… 129
6.2.1 位差量と流通量の分け方と構造 …… 129
6.2.2 ゲシュタルトとしての内在性と外在性 …… 131
6.2.3 工 学 的 視 点 …… 132
6.2.4 双 対 と 類 推 …… 135
6.2.5 量の理論とアナロジー …… 141
6.2.6 高橋利衛の理論の特徴 …… 142

## 7. 工学に現れる量とアナロジー

7.1 電気回路系の量の理論と構造 …… 145
7.1.1 川上正光の量の理論と双対構造 …… 146
7.1.2 齋藤正男の電気回路 …… 147
7.1.3 木村英紀の電気回路 …… 154
7.1.4 高橋秀俊の回路論 …… 158

7.1.5　安藤繁の双対回路論 …… 161
7.2　機械工学系の量の理論と構造 …… 166
7.2.1　保坂寛の機械振動解析論 …… 166
7.2.2　中田孝のモビリティ法 …… 168
7.2.3　長松昌男の電気機械相似理論 …… 173
7.2.4　川瀬武彦の理論 …… 179
7.3　システム工学系の量の理論と構造 …… 187
7.3.1　小林邦博らの過渡現象論 …… 187
7.3.2　正田英介の線型システム理論 …… 188
7.3.3　高橋秀俊の数理と現象 …… 189
7.3.4　高橋秀俊の双対と類推 …… 190
7.3.5　近野正のダイナミカル・アナロジー …… 193

## 8.　量に関するいくつかの話題

8.1　情報理論と信号理論での量とアナロジー …… 196
8.1.1　情報理論と熱力学 …… 196
8.1.2　信号理論と量子力学 …… 201
8.1.3　信号理論での取扱い …… 205
8.1.4　信号の特徴量と無次元量 …… 211
8.1.5　信号処理でのウィナー・ヒンチンの関係 …… 214
8.2　単位と国際単位系（SI） …… 216
8.2.1　メートル条約 …… 217
8.2.2　最新の国際文書と SI …… 218
8.2.3　自然単位系の量の理論 …… 230
8.3　次元解析と新たな量概念 …… 232
8.3.1　次　元　解　析 …… 232
8.3.2　生物学の相似則 …… 237

8.4 文学と工学のアナロジー …… 238
8.5 発想法としてのアナロジー …… 239
8.6 感覚量について …… 240

## 9. 量の理論の総括

9.1 量 の 理 論 …… 250
9.2 X チャートによる一般化 …… 253
9.3 時間とエネルギーおよび第 4 の素子 …… 255
9.4 アナロジーの根幹 …… 256

**引用・参考文献** …… 260
**索 引** …… 267

# 第 1 章

# 表記方針と準備

本書では，可能な限り次の表記法を採用した。ただし，広い分野を扱う関係上，必ずしも採用したポリシーを守れなかった部分もある。表記上の基本的な方針を述べ，初めに準備をしておく。なお，本書では厳密な数学よりも応用的見地からわかりやすさを優先した。

**（1） 量変数と定数および数の表記**　スカラー量（0 階のテンソル）はアルファベットのイタリック表示とした（$y=ax+b$，$m=2\,\mathrm{kg}$，$S=ab$ など）。ただ，単位はローマン体で表記する。

ベクトル量（1 階のテンソル）はアルファベットのイタリック体に上矢印を付した（$\vec{B}=\mu\vec{H}$，$\mathrm{div}\,\vec{D}=\rho$ など）。通常は，行列とともに太字で書かれるが，ベクトルはテンソルであり，行列がテンソルではないことを明確にした。

高次のテンソルは適宜太字を用いるが，事実上は添字表記になるため，その都度説明する。行列はテンソルではない（ベクトルの写像として変換の作用をする）ので，基本的にイタリック体の太字を使い，テンソル量とは区別する（慣性質量を変換要素と考えるなら $\vec{F}=\boldsymbol{M}\cdot\vec{a}$ など，回路の 4 端子行列 $\vec{V}=\boldsymbol{Z}\cdot\vec{I}$ など。ただし電流ベクトルなどは空間量ではないが，研究の便宜のために空間の扱いをする利点が多い）。なお，太字は線型代数の集合などでも使用するので誤解のないよう注意する。

線型代数における集合，群，環，体などは斜体の太字で表す（$r\in\boldsymbol{R}$，実数体 $\boldsymbol{R}$ など）。線型空間と集合の一部は大文字の斜体で示した。行列との誤解を防ぐために，その都度適切に説明する。

イタリック体は量と変数，関数などに使い，ローマン体は数学記号，数，単

位などに使う（例えば $v(t)=A\cos(2\pi ft+\phi)$ mV，$Fx=f(x,t)=3k\,e^{st}$ N·m のように）。特にサンセリフのローマン体は，量の次元を示す（$\dim a=\mathsf{L}^1\mathsf{M}^0\mathsf{T}^{-2}$ のように）。分野によっては大文字を直流や固定値，小文字を交流や変動量に当てて区別する流儀もあるが，本書ではあまりこだわらなかった。

変数記号や量記号は，それらの頭文字をとり書籍内で統一すべきであるが（例えば力（force）なら $f$，キャパシタンス（capacitance）なら $C$ など），本書の性質上，統一よりも引用元での記号を優先させた部分が少なくない。

**（2）　演算の表記**　和，差，等号については＋，－，＝としてよいだろう。商は÷，／，：[†]などを誤解がないように使い分けるが，一般の数学表現にならって分数表記を併用し，可能な限りわかりやすく表記する。1 つの計算で複数の商記号を使うのは誤解の原因になるので，必要な括弧を積極的に使用する。

積について，2 つのベクトルの積の場合には $\vec{a}\times\vec{b}$ で外積を，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ で内積を，$\vec{a}\otimes\vec{b}$ でテンソル積を表す。それ以外の積は，その都度説明する。$\vec{a}\vec{b}$ は直積であっても，テンソル積か外積か不明になり誤解を生じるため使わない。

スカラーとベクトルの積，およびスカラーどうしの積は誤解を生じないので，読みやすい表示を採用する（$k\times\vec{x}=k\cdot\vec{x}=k\vec{x}$，$a\times b=a\cdot b=ab$）。スカラーどうしのテンソル積は通常の積と同じことである（スカラーは成分が 1 つのみなので $a\otimes b=ab$）。なお，誤解が生じやすいと考えられる個別の場合は，意図のない使用は避ける。例えば，数字どうしの掛け算は，間に積の記号を入れなくてはならない（87 と書けば，誰も 8×7 とは読まない）。

量の単位に関する積（例えば $t=3$ s）では，国際的な取決め（SI 国際文書）によって，数と単位の間にスペースを置く。スペースは数と単位の積を意味することが国際的に決められている。これはグローバルスタンダードであるから，メートル条約加盟国の表記として，国際的な約束に従う。したがって，空白は積の意味で使用する。なお，単位は括弧でくくらない（理科年表にも指示がある）。$f\times x\neq f(x)$ と同じ理由で，3 kg<sup><正しい></sup> ≠ 3 (kg)<sup><まちがい></sup>である。なお，

† 比や分数を：で表すのは“Johnson's Arithmetick in two bookes, Fractions, p.118, John Sweeting, London（1649）”以来，おもにヨーロッパでの書法である。

量の中の数のみを抜き出すために，$T=36$ ℃のとき，$T/$℃ $=36$ は積極的に使ってよい（グラフの軸ラベルや，表の先頭行に *time* $t/s$<正しい>などと書く。*time* $t$(s)<まちがい>や *time* $t$[s]<まちがい>などは論理的に誤りがある）。

線型代数における写像の繰返しは，写像の積として表し，$f\circ g(x)=f(g(x))$ と表記する。この積は合成を意味し，非線型の場合は必ずしも可換ではない。

**（3） 微分の表記**　微分は数学規則のとおりとし，$\dfrac{d}{dx}f(x)=f'(x)$，$\dfrac{\partial}{\partial x}f(x,y,z)$ などと表記する。特に時間微分の場合は上にドットを打つ記法も使う $\left(\dot{x}=\dfrac{d}{dt}x(t),\ \ddot{x}=\left(\dfrac{d}{dt}\right)^2 x(t)\ \text{など}\right)$。なお，$f'(x)$ などのプライム書きが，$f$ ではない $f'$ を示すこともあるので，その場合はそのことが明白になるような配慮をする。

ベクトル微分については，$x, y, z$ 方向の単位ベクトルに偏微分を付けたナブラ演算子 $\nabla=\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\ \dfrac{\partial}{\partial y}\ \dfrac{\partial}{\partial z}\right)$ をスカラー関数 $f(x,y,z)$ に作用して $\nabla f=\mathrm{grad}\ f$ と書き，**勾配**（gradient）になる。ベクトル $\vec{a}$ に内積の作用をして $\nabla\cdot\vec{a}=\mathrm{div}\ \vec{a}$ なる**発散**（divergence）になる。ベクトル $\vec{a}$ に外積の作用をすれば，$\nabla\times\vec{a}=\mathrm{rot}\ \vec{a}$ なる**回転**（rotation）または $\nabla\times\vec{a}=\mathrm{curl}\ \vec{a}$ という**回転**（curl）になる。

**（4） 積分変換の変数表記**　虚数単位は，電流 $i$ との混乱を避けるため，$j$（$=\sqrt{-1}$）を使う。フーリエ（Fourier）変換では微分演算子を $j\omega$（$\omega=2\pi f$）で表す（$f$ は周波数）。ラプラス（Laplace）変換では微分演算子を $s$（$s=\lambda+j\omega$）で表す。

**フーリエ変換**（Fourier transform）および逆変換は次のとおりである。

$$X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\cdot e^{-j\omega t}dt=\mathcal{F}[x(t)] \tag{1.1}$$

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)\cdot e^{+j\omega t}d\omega=\mathcal{F}^{-1}[X(j\omega)] \tag{1.2}$$

式(1.2) を時間微分して

$$\frac{d}{dt}x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}j\omega X(j\omega)\cdot e^{+j\omega t}d\omega=\mathcal{F}^{-1}[j\omega\cdot X(j\omega)] \tag{1.3}$$

を得る。よって，時間領域での微分は周波数領域の $j\omega$ 乗算に変換される。$j\omega$ は微分演算子と呼ばれる。同様にして $\dfrac{1}{j\omega}$ は積分演算子である。次に $\omega=2\pi f$（$d\omega=2\pi\,df$）を使うと，$2\pi$ がとれて形式的にフーリエ変換と逆変換が完全な双対になる。

$$X(f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\cdot e^{-j2\pi ft}dt=\mathcal{F}[x(t)] \tag{1.4}$$

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f)\cdot e^{+j2\pi ft}df=\mathcal{F}^{-1}[X(f)] \tag{1.5}$$

**ラプラス変換**（Laplace transform）および逆変換は次のとおりである。

$$X(s)=\int_{0}^{\infty}x(t)\cdot e^{-st}dt=\mathcal{L}[x(t)] \tag{1.6}$$

$$x(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\lambda-j\infty}^{\lambda+j\infty}X(s)\cdot e^{+st}ds=\mathcal{L}^{-1}[X(s)] \tag{1.7}$$

$s=\lambda+j\omega$ は複素数で，微分演算子である。また，$s\to j\omega$（$\lambda\to 0$）でフーリエ変換となるが，積分範囲に注意すること。なお，フーリエ変換は対象を正弦波に分解するので，定常現象で標準利用される。それに対して，過渡現象にはラプラス変換を利用するか，微分方程式を直接解くことになる。工学的にはラプラス変換を演算子法として確立したヘビサイド（O. Heaviside）の功績が大きい。多くの工学応用では，ラプラス変換は変換表の利用で間に合う。一方，ラプラス演算子では積分が解けない問題があることも知られている。ところが，異なる発想を原点とするミクシンスキー（J. Mikusinski）の演算子法[†]は，ラプラスと酷似した演算子を使いながら解けない問題がないといわれる。ぜひ研究をお勧めしたい。

---

† ミクシンスキー著，松村英之ほか訳：演算子法（上，下），裳華房（1963）

**（5） テンソル積**　**テンソル積**（tensor product）について直観的に理解するために，次のような説明を追加する。この説明は完全なものではないことに注意して読まれたい。

まず，2つのベクトル $\vec{A}$，$\vec{B}$ を考える。基底ベクトルを $\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$，$\vec{e}_3$ として

$$\vec{A}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}=a_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+a_2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+a_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2+a_3\vec{e}_3 \tag{1.8}$$

$$\vec{B}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}=b_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+b_2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+b_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=b_1\vec{e}_1+b_2\vec{e}_2+b_3\vec{e}_3 \tag{1.9}$$

$\vec{A}$，$\vec{B}$ の積を，次のテンソル積として与え，単純に積の計算をする。

$$\begin{aligned}\vec{A}\otimes\vec{B}&=(a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2+a_3\vec{e}_3)\otimes(b_1\vec{e}_1+b_2\vec{e}_2+b_3\vec{e}_3)\\&=a_1b_1\vec{e}_1\otimes\vec{e}_1+a_1b_2\vec{e}_1\otimes\vec{e}_2+a_1b_3\vec{e}_1\otimes\vec{e}_3\\&\quad+a_2b_1\vec{e}_2\otimes\vec{e}_1+a_2b_2\vec{e}_2\otimes\vec{e}_2+a_2b_3\vec{e}_2\otimes\vec{e}_3\\&\quad+a_3b_1\vec{e}_3\otimes\vec{e}_1+a_3b_2\vec{e}_3\otimes\vec{e}_2+a_3b_3\vec{e}_3\otimes\vec{e}_3\end{aligned} \tag{1.10}$$

これがベクトルのテンソル積であり，この場合，3×3 の成分を持つ2階のテンソルと呼ばれる。3つのベクトル積を考えれば，3×3×3 の成分を持つ3階のテンソルになる。繰り返すが，テンソル積はテンソルであるが，行列ではない。

（**内積との関係**）式(1.10) で

$$\vec{e}_i\otimes\vec{e}_j=\begin{cases}1 & (i=j)\\0 & (i\neq j)\end{cases} \tag{1.11}$$

と置くと

$$\vec{A}\otimes\vec{B}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=\vec{A}\cdot\vec{B} \tag{1.12}$$

となり，**内積**（inner product）が得られる。内積とは，2つのベクトルが似ている度合いを示すスカラー量であることが式(1.12) から読み取れる。

（**外積との関係**）式(1.10) で

$$\vec{e}_i\otimes\vec{e}_j=\begin{cases}0 & (i=j)\\-\vec{e}_j\otimes\vec{e}_i & (i\neq j)\end{cases} \tag{1.13}$$

# 索　　引


【あ】

アイソレータ　159
アクロス　176
アナロジー　13, 21, 53
アフィン空間量　18
アブダクション　239
アーベル群　20, 36
アルシーヴ原器　227
アンペア　220

【い】

位差量　22, 89, 91, 92, 111, 125, 130
意　識　241
位置エネルギー　118
1 次元　40
一貫性のある
　——組立単位　221
　——単位系　14
インパルス応答　6

【う】

ウィグナー分布　201
ウィナー・ヒンチンの定理　214
ウェーバーの法則　241
運動エネルギー　118
運動の第 2 法則　48
運動法則　52
運動量　47
運動量保存則　51

【え】

エネルギー変換器　53
エフォート　175
演　繹　239
エントロピー　199

【お】

横断変数　188
音の 3 要素　242
オームの法則　21
音　圧　225
音圧レベル　225

【か】

外延量　30, 91
概日リズム　240
外　積　6
解析信号　209
回　転　3
可換環　20, 36
可換群　20, 36
可換体　20, 37
学　際　12
カクテルパーティ効果　243
カスケード接続　9
カットセット　155, 188
加法混色　245
ガボールの不確定性原理　204
感覚所与　241
感覚量　240
間隙率　213
慣性質量　48
慣性の法則　48
カンデラ　220

【き】

帰　納　239
基本色名　245
基本単位　14, 219
逆問題　197
逆類推　84
強度性状態量　57
共　役　185
共役関係　47
キルヒホッフ
　——の第 1 法則　155
　——の第 2 法則　155
　——の電圧則　121, 135
　——の電流則　122, 136
キログラム　219

【く】

偶然誤差　90
グラスマンの法則　246
クルトシス　214
クレストファクタ　213
群　36

【け】

係数体　37
計　装　90
系統誤差　90
計　量　90
ゲシュタルト　131
ケプストラム　215
ケフレンシー　215
ゲートコントロール理論　242
ケルビン　220
元　36
減法混色　246

【こ】
勾　配 3, 35
国際キログラム原器 216
国際単位系 15
国際度量衡委員会 217
国際度量衡局 218
国際度量衡総会 217
国際文書 218
孤立系 132

【さ】
最小作用の原理 258
サイズモ系 123, 136, 164
最大エントロピー原理 200
サーカディアンリズム 240
作　用 119
作用反作用の法則 48
サンプリング周波数 205
サンプリング定理 205

【し】
時間周波数分布 203
時間領域 204
示強変数 12, 52, 65
示強変量 95
示強量 91
次　元 220
四元数 20
自己型射 38
自己相関関数 215
自己相反核 207
システム 196
自然数 19
自然単位系 230
実効値 212
実　数 19
実数体 36
質　量 47
ジャイレータ 151, 158
集　合 36
周波数スペクトル 202
周波数領域 204
重力質量 48
受動的な量 66
瞬時周波数 210
順問題 197
衝撃指数 213
状態量 57
示容変量 95
情　報 198
情報量 198
情報理論 198
示容量 91
序数的量 33
自　律 196
示量変数 12, 52, 65
人工生命 197
人工知能 196

【す】
スキューネス 214
ストークスの抵抗法則 236
スルー 176
スレッショールド 241

【せ】
正確さ 90
制御問題 198
正準共役 255
整　数 19
精密さ 90
設計問題 197
絶対平均値 212
接頭語 222
線　型 38
線型空間 37
線型現象 52
前包絡線 209

【そ】
騒音レベル 225
相乗効果 249
双線型 38
双　対 39, 120, 182, 185, 250
　――な回路 160
双対性 120
双対変換 160
双対類推 84
創　発 196
相反基底核 207
属　性 12
測　定 90
速　度 35
測　度 39
測度論 30

【た】
タイセット 155, 188
畳込み 6, 207
単　位 14, 15, 40, 216

【ち】
値　域 38
力 48
置換法 104
中心色 245
直接類推 85

【て】
定義域 38
デシベル 224
デュアリティ 13, 22
テレゲンの定理 155
テンソル積 5
伝達関数 154

【と】
同　定 90
同定問題 197
等分除 29
等ラウドネス曲線 243
とがり度 214
度量衡 14, 90
トレーサビリティ 216

【な】
ナイキスト間隔 205
ナイキスト周波数 205

内　積　5
内包量　30, 91

【に】

ニュートンの抵抗法則　236

【ぬ】

ヌレータ　153

【ね】

ネガティブフィードバック　9

【の】

能動的な量　66
ノード　155
ノレータ　153
ノンエナージック　179, 180

【は】

ハイゼンベルグの不確定性原理　203
倍変換　41
波形率　212
波高率　213
八元数　20
バッキンガムの $\Pi$ 定理　112
発　散　3
パッフ形式　184
ハミルトニアン　74
パワースペクトル　203

【ひ】

ピーク値　212
ひずみ度　214
秒　219
標　準　15, 216
標準的　40
標準偏差　212
標本化　205
ヒルベルト変換　158
ヒルベルト変換対　209

【ふ】

フェヒナーの法則　241
不確定性原理　119, 203
複素共役　6
複素数　19
物理量　51
不変量　51, 60, 89, 132
プランクスケール　232
プランク定数　119
フーリエ核　210
フーリエ変換　3
プルースト効果　249
不連続数　28
フロー　176
分　散　196, 211
分　析　197
分野横断　12
分離量　28

【へ】

平均値　211
平方根値　212
ベクトル　37
ベクトル量　18
偏位法　90
変化しない量　51
変化する量　51
変換対　207
変動率　214
変分原理　60, 258

【ほ】

包含除　29
包絡線　210
保　存　132
保存量　60, 89
ボンドグラフ　181

【ま】

マスキング効果　244

【み】

密　度　35

【む】

無理数　19

【め】

メタメリズム　246
メートル　219
メートル条約　217
メートル法　217
メムリスタ　185

【も】

モビリティ　168
モ　ル　220

【ゆ】

有理数　19
ユークリッド式量　18

【よ】

容量性状態量　57

【ら】

ラウシアン　76
ラグランジアン　72, 78
ラグランジュの方程式　60
ラプラス変換　4

【り】

リフタ　215
流通変数　188
流通量　22, 89, 91, 92, 111, 125, 130
流　量　35
量　12, 16
　――の表現　15
　――の理論　12
量子化　206

【る】

類　推 53, 123, 250
ルジャンドル変換 66
ループ 155

【れ】

零位法 90
レイリーの損失関数 87
連続量 28

【ろ】

ロバスト 19

【わ】

枠 39

【欧文】

A 特性音圧 225
active な量 66
extensive な量 65
intensive な量 65
Lab 均等色空間 248
$n$ 次のモーメント 212
passive な量 66
SI 15, 218
X チャート 117

## ―― 著 者 略 歴 ――

**久保　和良**（くぼ　かずよし）

1983 年　筑波大学第三学群基礎工学類卒業
1985 年　筑波大学大学院工学研究科博士課程工学修士取得退学（物理工学専攻）
1985 年　横河北辰電機株式会社（現 横河電機株式会社）勤務
1988 年　通商産業省工業技術院計量研究所（現 産業技術総合研究所）勤務
1991 年　小山工業高等専門学校助手
1992 年　小山工業高等専門学校専任講師
1994 年　博士（工学）（筑波大学）
1996 年　小山工業高等専門学校助教授
2007 年　小山工業高等専門学校准教授
2013 年　小山工業高等専門学校教授
　　現在に至る

**量の理論とアナロジー**
Theory of Quantity and Analogy
© 公益社団法人 計測自動制御学会 2021

2021 年 11 月 5 日　初版第 1 刷発行

検印省略

| | |
|---|---|
| 編　　者 | 公益社団法人 計測自動制御学会 |
| 著　　者 | 久保和良 |
| 発 行 者 | 株式会社 コロナ社 代表者 牛来真也 |
| 印 刷 所 | 美研プリンティング株式会社 |
| 製 本 所 | 有限会社 愛千製本所 |

112-0011　東京都文京区千石 4-46-10
**発 行 所**　株式会社　**コ ロ ナ 社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ　https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-03383-0　C3353　Printed in Japan　（齋藤）

本書のコピー，スキャン，デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。
購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は，いかなる場合も認めていません。
落丁・乱丁はお取替えいたします。