

## □□□□□□□□□ 刊行のことは □□□□□□□□□

わが国において、制御工学が学問として形を現してから、50年近くが経過した。その間、産業界でその有用性が証明されるとともに、学界においてはつねに新たな理論の開発がなされてきた。その意味で、すでに成熟期に入っていると同時に、まだ発展期でもある。

これまで、制御工学は、すべての製造業において、製品の精度の改善や高性能化、製造プロセスにおける生産性の向上などのために大きな貢献をしてきた。また、航空機、自動車、列車、船舶などの高速化と安全性の向上および省エネルギーのためにも不可欠であった。最近では、高層ビルや巨大橋梁きょうりょうの建設にも大きな役割を果たしている。将来は、地球温暖化の防止や有害物質の排出規制などの環境問題の解決にも、制御工学はなくてはならないものになるであろう。今後、制御工学は工学のより多くの分野に、いっそう浸透していくと予想される。

このような時代背景から、制御工学はその専門の技術者だけでなく、専門を問わず多くの技術者が習得すべき学問・技術へと広がりつつある。制御工学、特にその中心をなすシステム制御理論は難解であるという声をよく耳にするが、制御工学が広まるためには、非専門のひとにとっても理解しやすく書かれた教科書が必要である。この考えに基づき企画されたのが、本「システム制御工学シリーズ」である。

本シリーズは、レベル0(第1巻)、レベル1(第2～7巻)、レベル2(第8巻以降)の三つのレベルで構成されている。読者対象としては、大学の場合、レベル0は1,2年生程度、レベル1は2,3年生程度、レベル2は制御工学を専門の一つとする学科では3年生から大学院生、制御工学を主要な専門としない学科では4年生から大学院生を想定している。レベル0は、特別な予備知識なしに、制御工学とはなにかが理解できることを意図している。レベル1は、少

し数学的予備知識を必要とし、システム制御理論の基礎の習熟を意図している。レベル2は少し高度な制御理論や各種の制御対象に応じた制御法を述べるもので、専門書的色彩も含んでいるが、平易な説明に努めている。

1990年代におけるコンピュータ環境の大きな変化、すなわちハードウェアの高速化とソフトウェアの使いやすさは、制御工学の世界にも大きな影響を与えた。だれもが容易に高度な理論を実際に用いることができるようになった。そして、数学の解析的な側面が強かったシステム制御理論が、最近では数値計算を強く意識するようになり、性格を変えつつある。本シリーズは、そのような傾向も反映するように、現在、第一線で活躍されており、今後も発展が期待される方々に執筆を依頼した。その方々の新しい感性で書かれた教科書が制御工学へのニーズに応え、制御工学のよりいっそうの社会的貢献に寄与できれば、幸いである。

1998年12月

編集委員長 池田雅夫

## □□□□□□□□□ ま え が き □□□□□□□□□

本書は、制御理論の基本的ツールである状態空間表現について、その作り方、解き方、読み方、使い方の基礎となる概念と手法を解説するものである。状態空間表現は、1960～80年にかけて盛んに研究された現代制御理論における動的システムの表現手段の一つである。現代制御理論はこのモデルを用いて R. E. Kalman により提案され、可制御性、可観測性という重要な概念を軸にして、状態フィードバック、極配置、最適制御、オブザーバ、カルマンフィルタ、内部モデル原理など、制御理論や制御工学の分野に不可欠な概念と有用な問題解決手段を数多く提供した。それらは線形システム理論としてまとめられ、和書、洋書を問わず多くの名著が出版され現在でも広く読まれている。それまでの主たる制御系設計手法であった古典制御が、図形操作や試行錯誤を伴う経験的な設計手法であったのに対して、現代制御理論は、数学的モデル上で数値計算手法を駆使し、より明確な根拠のもとに解決策が提示できた。このため、現代制御理論は産業界に歓迎され、制御系解析設計用 CAD の普及とも相まって広く利用されるようになった。

しかし、1980年代に入って、厳密なモデルを前提とする問題点が指摘され、研究の中心はロバスト制御理論に移行した。そのため、状態空間表現の意味付けに多少の変化が見られた。ロバスト制御理論はモデルのあいまいさを許容する問題解決法を数理的手段で提供するための理論であり、古典制御で用いられた伝達関数と現代制御理論の状態空間表現を自在に組み合わせた解析・設計手段を提供する。そこでは、問題の記述には周波数領域の表現である伝達関数が用いられ、時間領域表現である状態空間表現には、解析・設計の計算手法としての位置付けが強調された。例えば、状態空間表現に物理的実体だけではなく、設計仕様や仮想モデルなど抽象的なシステムを組み込むことは、ごく普通に

われるようになった。また、リカッチ方程式は、最適制御則の計算手段という意味だけではなく、ノルムの評価や繰り返し計算の終了判定などにも使用される。こうして、状態空間表現の位置付けの変化に伴い、線形システム理論のテキストに対しても、ロバスト制御理論以前の内容を見直した新しいものが切望されるようになった。

浅学非才の著者には重荷であったが、今回の執筆にあたり、線形システム理論のテキストでは従来あまり扱われなかった項目も、いくつか取り上げた。

1章では、状態空間表現の定義と作り方に続いて、その自然な拡張表現形式であるデスクリプタシステムについて詳述している。2章では、状態方程式の解とその意味について説明している。特に周波数領域の解である伝達関数との関連について丁寧に記述している。3章では、状態方程式による線形システムの解析を、モードの概念を使って統一的に解説している。これにより、4章で取り上げるデスクリプタシステムが、状態空間表現の自然な拡張として容易に理解できる。5章では、可制御性、可観測性など動的システムの重要な諸概念の解説を行い、6章では、制御系設計への足掛かりとして出力零化問題と零点について述べ、さらに7章では、従来の制御系設計問題のデスクリプタシステムによる表現について触れている。

CADの発達によりシステムの解析や制御系設計が容易に行える今日では、ソフトウェアが提示する種々の回答の理論的根拠をしっかりと理解していることは、非常に重要である。本書が理工系の学生諸君のみならず、機械や電気などシステムの解析や設計に携わる多くの方々の一助になれば幸いである。

最後に、本書をまとめるにあたりご尽力いただいたシステム制御工学シリーズ編集委員、コロナ社の方々、および原稿の校正に協力いただいた熊本大学の学生諸君に感謝いたします。

2011年2月

汐月哲夫

## 1. 状態空間表現とモデリング

1.1	状態空間表現の定義	1
1.2	ブロック線図による表現	3
1.3	デスクリプタシステム表現	6
1.3.1	特異ペンシル型： $\Sigma_{\text{dsys-singular}}$	6
1.3.2	状態空間表現型： $\Sigma_{\text{dsys-ss}}$	7
1.3.3	インデックス 1 型： $\Sigma_{\text{dsys-index1}}$	7
1.3.4	インパルス型： $\Sigma_{\text{dsys-impulse}}$	9
1.3.5	デスクリプタシステムの分類	9
1.4	物理系のモデリング	11
1.4.1	電気系から状態空間表現へ	12
1.4.2	力学系から状態空間表現へ	14
1.4.3	メカトロニクス系の状態空間表現	16
1.4.4	$n$ 階微分方程式から状態空間表現へ	19
1.4.5	非線形システムの線形近似	24
1.5	システムの結合と状態空間表現	28
1.5.1	直列結合	28
1.5.2	並列結合	29
1.5.3	出力フィードバック結合	30
1.5.4	一般的ネットワーク結合	33
1.5.5	状態フィードバック結合	35
1.5.6	出力注入結合	37
1.5.7	逆システム	38
	演習問題	39

## 2. 状態方程式の解

2.1	状態方程式の解	43
2.1.1	行列指数関数	43
2.1.2	状態遷移行列	44
2.1.3	状態方程式の解	44
2.2	因果性, 線形性, 時不変性	45
2.2.1	インパルス応答と初期値応答	46
2.2.2	因果性	46
2.2.3	線形性	48
2.2.4	時不変性	49
2.2.5	LTI と FDLTI	49
2.2.6	プロパ性	50
2.3	伝達関数と状態空間表現	51
2.3.1	特性多項式とリゾルベント行列	51
2.3.2	マルコフパラメータ表現	54
2.4	システムの基本的な応答波形	55
2.4.1	インパルス応答と畳み込み積分表現	55
2.4.2	ステップ応答と定常ゲイン	56
2.4.3	周波数応答 (シヌソイド波入力)	56
2.4.4	周波数応答 (複素周波数)	58
2.4.5	座標変換と等価性	58
	演習問題	61

## 3. モードと振る舞い

3.1	行列の固有構造とモード方程式	62
3.2	固有値・固有ベクトル	65
3.2.1	単純実固有モード	65
3.2.2	単純複素固有モード	67
3.2.3	拡張固有ベクトルとジョルダンブロック	69

3.2.4	縮退行列とモード方程式	72
3.2.5	一般の場合のモード方程式	75
3.2.6	行列の対角化とジョルダン形式	76
3.3	システムのモード分解と振る舞い	77
3.3.1	$A$ 行列の対角化とモード分解	77
3.3.2	特性多項式	78
3.3.3	コンパニオン行列	79
3.3.4	オートノマス系の振る舞いとモード	80
3.3.5	単純実固有モードの振る舞い	82
3.3.6	単純複素固有モードの振る舞い	83
3.3.7	拡張固有モードの振る舞い	85
3.3.8	縮退固有モードの振る舞い	87
3.3.9	安定性	88
3.4	リアプノフの安定定理	90
3.5	安定性の定量的評価	92
3.5.1	固有値の分布に基づく評価	92
3.5.2	リアプノフ方程式の解に基づく評価	94
	演習問題	95

## 4. デスクリプタシステムとインパルスモード

4.1	ワイエルストラス標準形	96
4.1.1	正則変換	96
4.1.2	クロネッカ分解	97
4.1.3	ワイエルストラスの標準形	98
4.2	デスクリプタシステムの解 (入力なし)	99
4.2.1	有限周波数モード	100
4.2.2	インデックス指数が 1 の無限周波数モード	101
4.2.3	インデックス指数が 2 以上の無限周波数モード	104
4.2.4	$V_s, V_f$ の計算法	107
4.2.5	デスクリプタシステムの状態遷移行列	108
4.2.6	インパルスモードの近似計算	109

4.3	デスクリプタシステムの解 (入力あり) .....	112
4.3.1	伝達関数と周波数領域の解 .....	112
4.3.2	時間領域の解 .....	113
演習問題	.....	117

## 5. 可制御性・可観測性とシステムの構造

5.1	可制御性 .....	118
5.1.1	可制御性の定義と判別法 .....	118
5.1.2	可制御モードと可制御部分空間 .....	125
5.1.3	不可制御モードと可安定性 .....	129
5.1.4	可制御性と可到達性 .....	131
5.1.5	可制御性の定量的評価 .....	132
5.1.6	可制御性判定行列の計算法 .....	134
5.2	可観測性 .....	136
5.2.1	可観測性の定義と判定法 .....	136
5.2.2	不可観測モードと不可観測部分空間 .....	143
5.2.3	不可観測モードと可検出性 .....	146
5.2.4	可観測性の定量的評価 .....	148
5.3	正準構造定理, 平衡実現, モデルの低次元化 .....	151
5.3.1	カルマンの正準構造定理 .....	151
5.3.2	平衡実現 .....	153
5.3.3	モデルの低次元化 .....	154
5.3.4	モード分解による低次元化 .....	154
5.3.5	平衡実現による低次元化 .....	155
演習問題	.....	157

## 6. 零点と出力零化モード

6.1	零点の定義 .....	158
6.2	出力零化問題と有限零点モード .....	161
6.3	無限零点モード .....	164



6.4	零点とシステム結合	165
6.4.1	フィードバック不変性	165
6.4.2	直列結合と極零相殺	166
6.4.3	フィードバック結合と零点	167
6.5	内部モデル原理	168
6.6	逆システムとインタラクタ	169
6.6.1	逆システムのデスクリプタ表現	169
6.6.2	逆システムのデスクリプタ表現とプロバ近似	171
6.6.3	バイプロパシステムとインタラクタ	171

## 7. 制御問題のデスクリプタシステムによる表現

7.1	拘束条件としての状態フィードバック	173
7.2	インパルス除去問題	175
7.3	LQR 問題の解析	176
7.3.1	LQR 問題とリカッチ微分方程式	176
7.3.2	LQR 問題とハミルトン方程式	178
7.3.3	出力零化問題との関係	180
7.3.4	$E$ が正則な場合の例題	181

## 付 録

A.1	実数・複素数	184
A.1.1	実数	184
A.1.2	複素数	184
A.1.3	絶対値と偏角	185
A.1.4	オイラーの公式	185
A.2	ベクトル・ノルム	186
A.3	行列	187
A.4	線形空間・線形写像	191
A.5	正則ペンシルと一般化固有構造	193
A.5.1	$\det E \neq 0$ であるペンシルの固有構造	193

A.5.2	$\det E = 0$ である正則ペンシルの階数	195
A.5.3	$\det E = 0$ であるペンシルの固有構造	196
A.6	特異ペンシルと一般化固有構造	198
A.7	特異値分解・行列のノルム	199
A.8	連立1次方程式 $AX = B$ の解法	201
	引用・参考文献	203
	演習問題の解答	213
	索引	223

# 1

## 状態空間表現とモデリング

本章では、状態空間表現の定義とその意味を、数式表現、信号の流れ、物理システムのモデリングという観点から解説する。特に、状態空間表現の拡張であるデスクリプタシステムを紹介し、それらの関係から状態空間表現が線形システムの数式表現の中でどのようなクラスを網羅しているかを説明する。

### 1.1 状態空間表現の定義

本書の主役は、行列を用いた1階微分方程式

$\Sigma_{ss}$  : 状態空間表現

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1.2)$$

である。

$t$  は時間を表す変数で、実数の値をもつ。このことを、実数の集合を表す  $\mathbf{R}$  と、集合の要素であることを意味する  $\in$  を用いて、 $t \in \mathbf{R}$  で表すこととする。以後、ベクトルのサイズと成分を表すのにこの表現を用いる。

$u(t)$ ,  $y(t)$ ,  $x(t)$  は実数の値をとる関数を成分とする列ベクトルであり、それぞれ入力変数 (input variable), 出力変数 (output variable), 状態変数 (state

variable) と呼ばれる。各列ベクトルの次数をそれぞれ  $m, p, n$  とすると、その要素による表現はつぎのとおりである。

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix}, \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

また、集合の記号を使うと、 $u(t) \in \mathbf{R}^m$ ,  $y(t) \in \mathbf{R}^p$ ,  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  となる。ここで、 $\mathbf{R}^n$  は  $n$  次元ベクトルの集合である。

$$\frac{d}{dt}x = \dot{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h} \quad (1.4)$$

は時間  $t$  に関するベクトルの導関数を表す。つまり、記号「 $\dot{\cdot}$ 」(dot) は時間  $t$  に関する微分演算を表す。ベクトルの差 (スカラー倍) は各成分の差 (スカラー倍) のベクトルで定義されるので、ベクトルの導関数はつぎのように導関数のベクトルとなる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{x}_i(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_i(t+h) - x_i(t)}{h} \quad (1.5)$$

式 (1.1) を状態方程式 (state equation), 式 (1.2) を出力方程式 (output equation) と呼ぶ。この方程式の組は状態空間表現 (state space representation) と呼ばれるが、本書ではこれを  $\Sigma_{ss}$  と表記することにする。

式 (1.1), (1.2) の  $A, B, C, D$  はそれぞれ適合するサイズの実定数行列で、システムのパラメータと呼ぶ。 $A$  行列が  $n$  行  $n$  列の実行列であることを表すのに、 $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$  の表記を用いる。この表記に従うと、その他のパラメータ定数行列は、 $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbf{R}^{p \times n}$ ,  $D \in \mathbf{R}^{p \times m}$  のように表される。変数が時間の関数であることを明示する必要がない場合には、記号  $(t)$  を省略する。

システム表現の中に現れる微分演算や積分演算の個数を、システムの動的次数 (order of dynamics) という。状態空間表現  $\Sigma_{ss}$  の動的次数は、式 (1.5) か

らわかるように、状態変数ベクトルのサイズ  $n$  に一致する。 $x_0$  はシステムの初期状態 (initial state) と呼ばれる。

$m > 1$  または  $p > 1$  であるシステム  $\Sigma_{ss}$  を、多入出力系または **MIMO** (multi input multi output) 系という。これに対して、 $m = p = 1$  の場合には、 $\Sigma_{ss}$  は **1 入力 1 出力系** または **SISO** (single input single output) 系と呼ばれる。SISO 系であることに意味がある場合には、特に  $B, C, D$  を小文字  $b, c^T, d$  とし、式 (1.6), (1.7) のように表記する<sup>†</sup>。

$\Sigma_{ss-SISO}$  : 状態空間表現 (1 入力 1 出力系)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1.6)$$

$$y(t) = c^T x(t) + du(t) \quad (1.7)$$

$m = 0$  の場合、つまり入力をもたないシステム

$\Sigma_{ss0}$  : 状態空間表現 (オートノマス系)

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1.8)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (1.9)$$

は、**オートノマス系** (autonomous system) と呼び、 $\Sigma_{ss0}$  と書く。このとき、 $B, D$  はそれぞれサイズが  $n \times 0$ ,  $p \times 0$  の空行列であると解釈し、 $B \in [ ](n, 0)$ ,  $D \in [ ](p, 0)$  や、 $B \in \mathbf{R}^{n \times 0}$ ,  $D \in \mathbf{R}^{p \times 0}$  と書くこともある。

## 1.2 ブロック線図による表現

状態空間表現  $\Sigma_{ss}$  を図 1.1 のように入力  $u$  から出力  $y$  への信号の流れとして読み取るには、状態方程式 (1.1) の両辺を 0 から  $t$  まで積分して

$$x(t) = \int_0^t (Ax(\tau) + Bu(\tau))d\tau + x(0) \quad (1.10)$$

<sup>†</sup>  $c^T$  は行列  $c$  の転置 (transpose) を表す。付録 A.3 節参照。

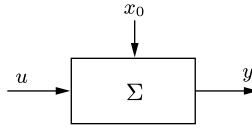


図 1.1 入出力関係とシステム

のように表現すると、理解の助けになる。図 1.2 はブロック線図の基本要素である定数（行列）倍 (a)、積分器 (b) を表すブロックと、加算点 (c) である。これらを用いて  $\Sigma_{ss}$  を表すと図 1.3 となる。すなわち加算点  $S_1$  が式 (1.1)、加算点  $S_2$  が式 (1.2) に対応している。

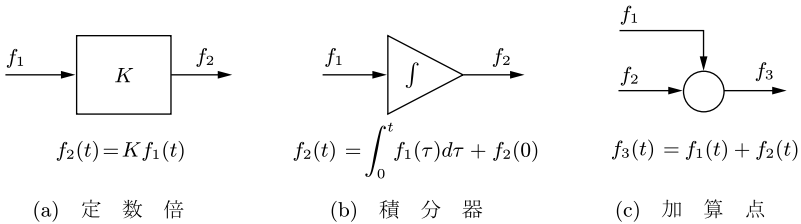


図 1.2 ブロック線図の基本要素 (1)

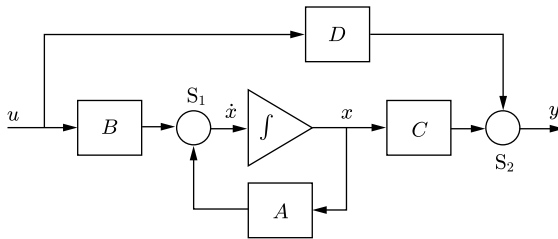


図 1.3 状態空間表現のブロック線図 (1)

これ以外にも多様な表現方法が考えられる。パラメータ行列  $\{A, B, C, D\}$  や変数ベクトル  $\{x, y, u\}$  を一つにまとめた拡大行列 (augmented matrix)、拡大ベクトル (augmented vector) を用いると

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

というシステム表現が得られる。信号ベクトルの拡大, 分割を図 1.4 のように表現すると, 式 (1.11) に対応するブロック線図として図 1.5 が得られる。

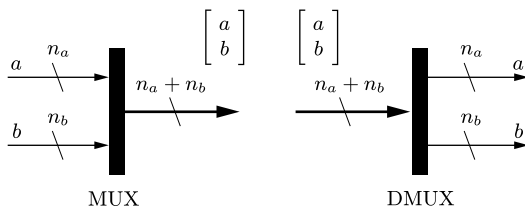


図 1.4 ブロック線図の基本要素 (2) : 信号ベクトルの拡大と分割

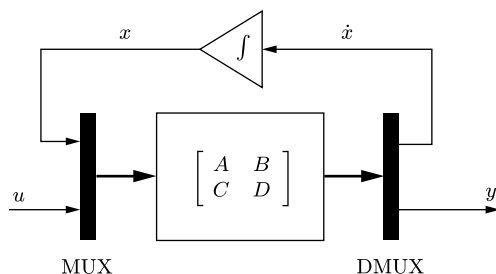


図 1.5 状態空間表現のブロック線図 (2)

また, 行列の掛け算を微分・積分演算と同類の線形写像として扱くと

$$\begin{bmatrix} A - \frac{d}{dt}I & B & 0 \\ C & D & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = 0 \quad (1.12)$$

の陰形式の表現が得られる。これはインプリシットシステム (implicit system) 表現と呼ばれる。

### 1.3 デスクリプタシステム表現

状態空間表現を拡張した以下の 1 階微分方程式を、デスクリプタシステム (descriptor system) 表現という。

$\Sigma_{\text{dsys}}$  : デスクリプタシステム表現

$$E\dot{x}_D(t) = Ax_D(t) + Bu(t), \quad Ex_D(0) = Ex_{D0} \quad (1.13)$$

$$y(t) = Cx_D(t) + Du(t) \quad (1.14)$$

ここで、 $x_D \in \mathbf{R}^{n_D}$  はデスクリプタ変数と呼ばれる  $n_D$  次元ベクトルである。 $y \in \mathbf{R}^p$ ,  $u \in \mathbf{R}^m$  は、それぞれ出力、入力を表すベクトルである。これにより係数行列  $C, D$  のサイズは確定するが、 $E, A, B$  の行サイズは確定しないことに注意されたい。デスクリプタシステムは  $\{A, E\}$  の特徴に基づいて四つの型に分類することができる。

#### 1.3.1 特異ペンシル型 : $\Sigma_{\text{dsys-singular}}$

同じサイズの 2 定数行列  $\{A, E\}$  と複素変数  $s \in \mathbf{C}$  からなる行列  $[sE - A]$  を、ペンシルと呼ぶ ( $\mathbf{C}$  は複素数全体の集合を表す)。ほとんどすべての  $s \in \mathbf{C}$  に対して  $[sE - A]$  が正則であるとき、これを正則ペンシルと呼び、そうでない場合を特異ペンシルと呼ぶ。

$\Sigma_{\text{dsys}}$  の係数行列  $A, E$  からなるペンシルが特異ペンシルであるとき、デスクリプタシステムは一般に微分方程式として可解ではない。すなわち、初期値  $Ex_{D0}$  と入力関数  $u$  を与えても解  $x_D$  が存在しなかったり、一意に定まらないことになる。このように可解でないデスクリプタシステムを特異ペンシル型と呼び、 $\Sigma_{\text{dsys-singular}}$  と書くことにする。このクラスのシステム表現はインプリシットシステムなどとも関連して広く議論されているが、本書の範囲を超えるのでここでは取り扱わない。



**【あ】**

アナロジ—  
 電気系と力学系の— 14  
 安定性  
 指数— 93  
 システムの— 90  
 内部— 88  
 —の定量的評価 92  
 モードの— 88

**【い】**

位 相 58  
 因果性 46  
 陰形式 5  
 インタラクタ 171  
 インデックス 1 型 7, 101  
 インパルス応答 55  
 インパルス型 9  
 インパルスの振る舞い 105  
 インプリシットシステム 5

**【お】**

応 答  
 インパルス— 55  
 過渡— 57  
 強制— 45  
 自然— 45  
 自由— 45  
 周波数— 56  
 ステップ— 56  
 定常— 57  
 零初期値— 45  
 零入力— 45  
 オートノマス系 3, 80

**【か】**

可安定性 131  
 可観測 136  
 — 行列 137  
 — 対 137  
 — 部分空間 144  
 — モード行列 137  
 可観測性  
 — グラム行列 137  
 — の定義 136  
 — の定量的評価 148  
 拡張固有  
 — ベクトル 69  
 — モード 69, 123, 141  
 — モードの振る舞い 85  
 可検出性 148  
 重ね合わせの理 48  
 可制御  
 — 行列 119  
 — 対 119  
 — 部分空間 126, 151  
 — モード 125  
 — モード行列 120  
 可制御性  
 完全— 118  
 — グラム行列 119, 134  
 状態の— 118  
 — の定義 118  
 — の定量的評価 132  
 可到達性 131  
 過渡応答 57  
 空行列 3, 163, 188  
 干 渉 58  
 観測器正準系 22, 142

**【き】**

記述変数 6, 11  
 逆システム 38, 169, 171  
 強制応答 45  
 行 列  
 安定— 90  
 可制御— 119  
 空— 3, 163, 165, 188  
 — 指数関数 43  
 システム— 162  
 正規直交— 133  
 — の固有値 62  
 — の固有ベクトル 62  
 — の対角化 76  
 — のブロック対角化 76  
 — のモード分解 77  
 反安定— 90  
 不安定— 90  
 フルビッツ— 90  
 べき零— 101, 162  
 リゾルベント— 53  
 極配置可能性 128, 145  
 極零相殺 166

**【く】**

クロネッカ分解  
 97, 162, 170, 173

**【け】**

ゲイン 58  
 ケーリーハミルトンの公式  
 54, 120, 122, 138, 140  
 結 合  
 出力注入— 37

- 出力フィードバック — 30  
 状態フィードバック — 35  
 直列 — 28  
 ネットワーク — 33  
 並列 — 29  
 厳密プロパ 50
- 【こ】**
- 固有値 62  
 固有ベクトル 62  
 コレスキー分解 153  
 コンパニオン行列 79
- 【さ】**
- 最適レギュレータ問題 176  
 座標変換 59, 77, 96
- 【し】**
- 時間領域 51  
 指数安定 93  
 指数モード 100  
 システム  
 因果的 — 46  
 — 行列 162  
 厳密にプロパな — 50  
 時不変 — 49  
 時変 — 49  
 線形 — 48  
 線形時不変 — 49  
 デスクリプタ — 6  
 動的 — 46  
 — の安定性 90  
 — の次数 2  
 — の動的次数 2, 7  
 — のパラメータ 2  
 — の振る舞い 11  
 — のモデル 11  
 非プロパな — 50  
 プロパな — 50  
 むだ時間 — 47  
 有限次元 — 54  
 有限次元線形時不変 — 50  
 自然応答 45
- シムソイド波 56  
 シフト不変性 49  
 時不変システム 49  
 時不変性 49  
 自由応答 45  
 周波数応答 56  
 — 関数 56  
 周波数領域 51  
 縮退固有モードの振る舞い 87  
 縮退モード 72, 123, 141  
 出力注入 145  
 出力注入結合 37  
 出力フィードバック結合 30  
 出力変数 1  
 出力方程式 2  
 出力零化 161, 180  
 出力零化モード 162  
 条件数 132, 148  
 状態空間表現 1  
 状態空間表現型 7  
 状態遷移行列 44  
 状態フィードバック 35, 128, 173  
 状態変数 1  
 状態方程式 2  
 状態方程式の解 44  
 ジョルダンブロック 69
- 【す】**
- ステップ応答 56
- 【せ】**
- 制御器正準系 20, 124  
 正準構造定理 151  
 正則変換 96  
 正則ペンシル 6  
 線形行列不等式 90  
 線形時不変システム 49  
 線形性 48
- 【そ】**
- 像空間表現 20  
 相対次数 171
- 双対 145  
 双対システム 180
- 【た】**
- 代数リカッチ方程式 179  
 畳み込み積分表現 55  
 多入出力系 3  
 単純実固有モード 65, 122, 140  
 単純実固有モードの振る舞い 82  
 単純複素固有モード 67, 123, 141  
 単純複素固有モードの振る舞い 83
- 【ち】**
- 直列結合 28
- 【て】**
- 定常応答 57  
 定常ゲイン 56  
 デスクリプタシステム 6, 96, 173  
 インデックス 1 型の — 7  
 インパルス型の — 9  
 オートノマス — 99  
 状態空間表現型の — 7  
 特異ペンシル型の — 6  
 — のインデックス 101, 116  
 — のインパルス指数 101  
 — のインパルスモード 109  
 — の解 99, 112  
 — の状態遷移行列 108  
 — のワイエルストラス 標準形 98  
 デスクリプタ変数 6, 11  
 デルタ関数 45, 104  
 電気系 12  
 伝達関数行列 51, 79

**【と】**

ドイルの記号 53  
 動的システム 46  
 特異値 132, 148  
 特異値分解 153  
 特異ペンスル 6, 162  
 特異ペンスル型 6  
 特性多項式 53, 78

**【な】**

内部安定 88  
 内部モデル原理 168

**【に】**

入力変数 1

**【ね】**

ネットワーク結合 33

**【は】**

ハミルトン方程式 178  
 バンデルモンド行列 80

**【ひ】**

非最小実現 161  
 非線形システム 24  
 非プロバ 50  
 微分方程式  
   非線形 — 24  
   n 階 — 19

**【ふ】**

ファデーブのアルゴリズム 53  
 不可観測 136, 142  
   — 部分空間 144, 151  
   — モード 143, 146, 161  
 不可制御 118, 124  
   — 部分空間 126  
   — モード 161  
 不可到達 131

部分空間  
   可観測 — 144  
   可制御 — 126, 151  
   不可観測 — 144, 151  
 不変部分空間 81, 127, 144  
 振る舞い  
   安定な — 88  
   拡張固有モードの — 85  
   縮退固有モードの — 87  
   単純実固有モードの — 82  
   単純複素固有モードの — 83  
 不連続性 105  
 ブロック線図 4  
 プロバ 50  
   — 近似 171  
   厳密に — 50  
   バイ — 171  
   非 — 50  
 分解  
   クロネッカ — 97, 162, 170, 173  
   コレスキー — 153  
   特異値 — 153

**【へ】**

平衡実現 153  
 並列結合 29  
 べき零指数 101  
 変換  
   正則 — 96  
 ペンスル  
   正則 — 6  
   特異 — 6, 162  
 変数  
   出力 — 1  
   状態 — 1  
   デスクリプタ — 6  
   入力 — 1

**【ほ】**

補空間 151

**【ま】**

マルコフパラメータ 54

**【む】**

無限周波数モード 98, 174  
 むだ時間システム 47

**【も】**

モード 62  
   拡張固有 — 69  
   可制御 — 125  
   指数 — 100  
   縮退 — 72  
   出力零化 — 162  
   静的 — 104  
   代数的 — 104  
   単純実固有 — 65  
   単純複素固有 — 67  
   — の完備性 63  
   不可観測 — 143, 146  
   不可制御 — 129  
   — 分解 154  
   — 方程式 62, 75  
   無限周波数 — 98, 174  
   無限零点 — 164  
   有限周波数 — 98, 100, 174  
   有限零点 — 163  
 モード行列  
   可制御 — 120  
 モデリング 11  
 モデルの低次元化 154

**【ゆ】**

有限次元線形時不変システム 50  
 有限周波数モード 98, 100, 174

**【よ】**

余因子行列 53

<b>【ら】</b>		リゾルベント行列	53	ブロッキング —	159
ラプラス変換	51	<b>【れ】</b>		— ベクトル	160
<b>【り】</b>		零化空間表現	22	有限 —	161
リアプノフの安定定理	90	零初期値応答	45	零入力応答	45
リアプノフ方程式	90, 135, 151	零点		<b>【ろ】</b>	
リカッチ微分方程式	177	伝達 —	160	ローラン級数展開	54, 113
リカッチ方程式	179	— の定義	158	<b>【わ】</b>	
力学系	14	フィードバック結合と —	167	ワイエルストラス標準形	98
		不変 —	161		

<b>【A】</b>		<b>【S】</b>		$\Sigma_{\text{dsys-index1}}$	7
ARE	179	SISO	3	$\Sigma_{\text{dsys-singular}}$	6
<b>【F】</b>		SVD 標準形	8	$\Sigma_{\text{dsys-ss}}$	7
FDLTI	50	<b>【W】</b>		$\Sigma_{\text{dsys0}}$	99
<b>【L】</b>		Wong-Lewis のアルゴリズム	107	$\Sigma_{\text{INV}}$	38
LeVerrier's method	53	<b>【数字・記号】</b>		$\Sigma_{\text{NET}}$	35
LQR 問題	176	1 入力 1 出力系	3	$\Sigma_{\text{outputFB}}$	32
LTI	49	$\Sigma_{\text{dsys}}$	6, 96	$\Sigma_{\text{outputIJ}}$	38
<b>【M】</b>		$\Sigma_{\text{dsysSVD}}$	8	$\Sigma_{\text{ss}}$	2
MIMO	3	$\Sigma_{\text{dsysWS}}$	99	$\Sigma_{\text{ss-SISO}}$	3
		$\Sigma_{\text{dsys-Hamilton}}$	179	$\Sigma_{\text{ss-tv}}$	49
		$\Sigma_{\text{dsys-impulse}}$	9	$\Sigma_{\text{ss0}}$	3
				$\Sigma_{\text{stateFB}}$	37
				$\Sigma_1 \cdot \Sigma_2$	29
				$\Sigma_1 + \Sigma_2$	30

— 著者略歴 —

1983年 東京工業大学大学院理工学研究科修士課程修了（制御工学専攻）  
1983年 熊本大学助手  
1989年 工学博士（東京工業大学）  
1990年 熊本大学助教授  
2008年 東京電機大学教授  
現在に至る

線形システム解析

Analysis of Linear Systems

© Tetsuo Shiotsuki 2011

2011年4月18日 初版第1刷発行



検印省略

著者 しお つき てつ お  
汐 月 哲 夫  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03319-9（新宅）（製本：愛千製本所） G

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします