

システム制御工学シリーズ 8

システム制御のための 数学 (2) —関数解析編—

工学博士 太田 快人 著

コロナ社

システム制御工学シリーズ編集委員会

編集委員長 池田 雅夫 (大阪大学・工学博士)
編集委員 足立 修一 (慶應義塾大学・工学博士)
(五十音順) 梶原 宏之 (九州大学・工学博士)
杉江 俊治 (京都大学・工学博士)
藤田 政之 (東京工業大学・工学博士)

(2007年1月現在)

□□□□□□□□□ 刊行のことは □□□□□□□□□

わが国において、制御工学が学問として形を現してから、50年近くが経過した。その間、産業界でその有用性が証明されるとともに、学界においてはつねに新たな理論の開発がなされてきた。その意味で、すでに成熟期に入っていると同時に、まだ発展期でもある。

これまで、制御工学は、すべての製造業において、製品の精度の改善や高性能化、製造プロセスにおける生産性の向上などのために大きな貢献をしてきた。また、航空機、自動車、列車、船舶などの高速化と安全性の向上および省エネルギーのためにも不可欠であった。最近、高層ビルや巨大橋梁きょうりょうの建設にも大きな役割を果たしている。将来は、地球温暖化の防止や有害物質の排出規制などの環境問題の解決にも、制御工学はなくてはならないものになるであろう。今後、制御工学は工学のより多くの分野に、いっそう浸透していくと予想される。

このような時代背景から、制御工学はその専門の技術者だけでなく、専門を問わず多くの技術者が習得すべき学問・技術へと広がりつつある。制御工学、特にその中心をなすシステム制御理論は難解であるという声をよく耳にするが、制御工学が広まるためには、非専門のひとにとっても理解しやすく書かれた教科書が必要である。この考えに基づき企画されたのが、本「システム制御工学シリーズ」である。

本シリーズは、レベル0(第1巻)、レベル1(第2～7巻)、レベル2(第8巻以降)の三つのレベルで構成されている。読者対象としては、大学の場合、レベル0は1,2年生程度、レベル1は2,3年生程度、レベル2は制御工学を専門の一つとする学科では3年生から大学院生、制御工学を主要な専門としない学科では4年生から大学院生を想定している。レベル0は、特別な予備知識なしに、制御工学とはなにかが理解できることを意図している。レベル1は、少

し数学的予備知識を必要とし、システム制御理論の基礎の習熟を意図している。レベル2は少し高度な制御理論や各種の制御対象に応じた制御法を述べるもので、専門書的色彩も含んでいるが、平易な説明に努めている。

1990年代におけるコンピュータ環境の大きな変化、すなわちハードウェアの高速化とソフトウェアの使いやすさは、制御工学の世界にも大きな影響を与えた。だれもが容易に高度な理論を実際に用いることができるようになった。そして、数学の解析的な側面が強かったシステム制御理論が、最近では数値計算を強く意識するようになり、性格を変えつつある。本シリーズは、そのような傾向も反映するように、現在、第一線で活躍されており、今後も発展が期待される方々に執筆を依頼した。その方々の新しい感性で書かれた教科書が制御工学へのニーズに応え、制御工学のよりいっそうの社会的貢献に寄与できれば、幸いである。

1998年12月

編集委員長 池 田 雅 夫

□□□□□□□□□ ま え が き □□□□□□□□□

最適制御やロバスト制御の理論構成や計算方法においては、複素関数や関数解析の手法が幅広く用いられている。1960年代に多く刊行された最適制御の教科書や1980年代以降活発になったロバスト制御に関する成書を読むと、これらの手法がいかに大きく貢献してきているかがわかる。

工学系の多くの大学課程では、伝達関数や状態方程式を用いた制御工学に関する講義が設定されている。これらの講義では複素関数や関数解析の手法が際立って見えてこないかもしれないが、原理からより深い理解を得るためにはこれらの知識が必須となる。例えば、周波数応答を図上に表したナイキスト軌跡は、複素平面の閉曲線となっており、その回転数がフィードバック系の安定性と関連している。また、ラプラス変換やフーリエ変換についても複素関数や関数解析の考え方が支柱となっていることに気が付く。

本シリーズで刊行された「システム制御のための数学(1)—線形代数編—」を著してから20年近くが経過してしまった。その間にシステム制御理論ではロバスト制御の研究が進み、ネットワーク化したシステムや確率的なシステムに対する研究が広がっている。研究者として新しい方向に挑んだり新規理論成果を応用展開するためには、基礎として複素関数や関数解析を使う力が必要になってくる。そのために続編を完成させたいという思いは持ち続けていた。辛抱強く待っていただいた皆様にお礼申し上げる。

本書は、システム制御を研究あるいは学習する人のために複素関数や関数解析の基本を記述することを目的としている。システム制御から派生する例題や演習問題をなるべく多く含めているので、システム制御と複素関数や関数解析との関連性を意識し、抽象的な話のみで終わらないように読んでいただければ幸いである。定理の証明、例題や演習問題の解答についてはなるべく省略せず

に記述しているが、ページ数の制約から本書で完結していない部分もある。例えば、ルベグ積分は確率を理解するには避けて通れないが、これに関する教科書も多いので参照していただきたい。また、関数解析のいくつかの定理については、記述が長くなりすぎることを避けるために結果のみを記述している。詳細は参考文献を見ていただきたい。

本書は、まず1章において以降の章を読むために必要な集合と関数の基礎概念を述べている。この章については初読時には概念をおおまかに理解することで差し支えない。2章から6章までは複素関数と調和関数について記述している。7章ではフーリエ級数、フーリエ変換、ラプラス変換について、システム制御に関する大学課程の講義よりもやや数学寄りの観点から述べている。8章から12章までは関数解析についてであり、大学院課程の講義や研究論文を理解するときに活用していただきたい。また、付録Aでは位相空間と順序集合について補足的に述べている。やや抽象性が高いが、10.5節、12.2.2項を読むときに参考にしてほしい。本文中随所に現れる曇み込みについては付録Bで説明している。

本書を著すにあたって多くの先生方の助けをいただいた。特に、児玉慎三先生、故 前田肇先生にはシステム制御研究への道に誘っていただいた。制御関連学会でお会いした諸先生方には研究の議論をさせていただいた。また、家族は研究生生活を長きにわたって支えてくれた。このようにして著者がシステム制御の分野で仕事を継続できたことに感謝したい。

2020年11月

太 田 快 人

記 号 一 覧

A^H, x^H	複素行列またはベクトルの共役転置
A^T, x^T	実行列またはベクトルの転置
A^*	ヒルベルト空間の共役作用素
A^*	バナッハ空間の双対作用素
$\arg z$	複素数 z の偏角
$\mathcal{B}(X)$	バナッハ空間 X 上の有界線形作用素全体
$\mathcal{B}(X, Y)$	バナッハ空間 X から Y への有界線形作用素全体
c_0	零に収束する数列からなる空間
$C[a, b]$	区間 $[a, b]$ での連続関数からなる空間
\mathbb{C}	複素数の集合
\mathbb{C}^n	n 次複素ベクトルの集合
$\mathbb{C}^{m \times n}$	$m \times n$ 複素行列の集合
\mathbb{C}_+	複素数の右半面 ($\operatorname{Re} s > 0$ となる複素数の集合)
$\operatorname{cl} S$	集合 S の閉包
$D(z_0; r)$	中心 z_0 半径 r の複素平面の開円板
$\bar{D}(z_0; r)$	中心 z_0 半径 r の複素平面の閉円板
$e^x, \exp x$	指数関数
$\operatorname{gra} A$	線形作用素 A のグラフ
H^1	開単位円板で正則、半径 1 未満の円上で絶対可積分で、それらの積分値は有界となる関数からなる空間
$H^2(\mathbb{C}_+)$	右半面で正則、虚軸に沿って自乗可積分で、それらの積分値は有界となる関数からなる空間
$H^2(D)$	開単位円板で正則、半径 1 未満の円上で自乗可積分で、それらの積分値は有界となる関数からなる空間
H^∞	開単位円板で正則かつ有界となる関数からなる空間
$H^\infty(\mathbb{C}_+)$	右半面で正則かつ有界となる関数からなる空間
$\operatorname{Im} z$	複素数 z の虚部
$\operatorname{Ind}_\gamma(z)$	閉曲線 γ の z に関する回転数
ℓ^p	p 乗総和可能な数列からなる空間 ($1 \leq p < \infty$)
ℓ^∞	有界な数列からなる空間
$\ker A$	線形作用素 A の零空間

\log	対数関数
L^p	p 乗可積分な可測関数からなる空間 ($1 \leq p < \infty$)
L^∞	有界な可測関数からなる空間
$N(x; \varepsilon)$	距離空間で中心 x 半径 ε の開球
$N(x; \varepsilon; f_1, \dots, f_k)$	バナッハ空間の有界線形汎関数 f_1, \dots, f_k に対して 値の差が ε 未満となる x の近傍
$N(f; \varepsilon; x_1, \dots, x_k)$	バナッハ空間の点 x_1, \dots, x_k における値の差が ε 未 満となる有界線形汎関数 f の近傍
$\Omega \setminus S$	差集合
\mathbb{R}	実数の集合
\mathbb{R}^n	n 次元実ベクトルの集合
$\text{ran } A$	線形作用素 A の像
$\text{Re } z$	複素数 z の実部
$\text{Res}(f; z_0)$	関数 f の z_0 における留数
S^\perp	ヒルベルト空間における閉部分空間 S の直交補空間
S^\perp	バナッハ空間における部分空間 S の零化空間
${}^\perp T$	バナッハ空間の双対空間における部分空間 T の零化 空間
$\text{wk-lim}_{k \rightarrow \infty} x_k$	弱位相による極限
$\text{wk}^* \text{-lim}_{k \rightarrow \infty} f_k$	汎弱位相による極限
$\text{wk-cl } S$	S の弱閉包
$\text{wk}^* \text{-cl } S$	S の汎弱閉包
$\langle x, y \rangle$	ヒルベルト空間の内積
$\langle x, f \rangle$ または $\langle f, x \rangle$	バナッハ空間 X とその双対空間 X^* について, $f \in$ X^* の $x \in X$ での値
X^*	バナッハ空間 X の双対空間
X/S	線形空間 X の部分空間 S による商空間
\mathbb{Z}	整数の集合
\bar{z}	複素数 z の共役複素数
$ z $	複素数 z の絶対値
(0)	線形空間の 0 のみからなる集合
\emptyset	空集合
$\mathbb{1}$	バナッハ環の単位元

1. 集合と関数の基礎概念

1.1	距離空間	1
1.1.1	集合	1
1.1.2	距離空間の定義	3
1.1.3	距離空間の開集合と閉集合	5
1.2	距離空間での連続関数	10
1.3	完備距離空間・コンパクト集合	12
1.3.1	完備距離空間	12
1.3.2	コンパクト集合	12
	演習問題	17

2. 複素数と複素関数

2.1	複素数と複素平面	19
2.1.1	複素数	19
2.1.2	複素平面	20
2.2	複素関数	22
2.2.1	複素関数の微分	23
2.2.2	整級数	24
2.2.3	指数関数	28
	演習問題	30

3. 曲線と線積分

3.1	線積分	32
-----	-----	----

3.1.1 曲線の定義	32
3.1.2 線積分の定義	34
3.2 閉曲線の回転数とホモトピー	40
3.2.1 回転数	40
3.2.2 ホモトピー	42
演習問題	44

4. コーシーの定理と級数展開

4.1 コーシーの定理	45
4.2 コーシーの積分公式	48
4.3 テイラー級数	50
4.4 コーシーの定理のその他の帰結	53
4.4.1 リウヴィルの定理	53
4.4.2 モレラの定理	54
演習問題	55

5. ローラン級数と孤立特異点

5.1 ローラン級数	56
5.2 孤立特異点	60
5.2.1 除去可能特異点・極・真性特異点	60
5.2.2 有理形関数と有理関数	64
5.3 留数の定理と偏角の原理	66
5.3.1 留数の定理	66
5.3.2 偏角の原理	67
演習問題	70

6. 調和関数の基本性質

6.1 コーシー・リーマンの条件	71
------------------	----

6.2	調和関数とポアソン積分	73
6.2.1	調和関数の定義	73
6.2.2	ポアソン核	74
6.2.3	ポアソン積分公式	75
6.2.4	右半面での調和関数	79
6.3	ポアソン積分公式からの帰結	81
6.3.1	最大値の原理	82
6.3.2	空間 H^1 でのインナーアウター分解	82
6.3.3	ヒルベルト変換とボーデのゲイン位相関係	84
6.3.4	正則関数の零点とイェンセンの公式	87
	演習問題	88

7. フーリエ級数・変換とラプラス変換

7.1	フーリエ級数	90
7.1.1	定義	90
7.1.2	フーリエ係数の性質	92
7.1.3	フーリエ級数の収束性	93
7.2	フーリエ変換	99
7.2.1	フーリエ変換の定義と基本性質	99
7.2.2	フーリエ逆変換	101
7.2.3	自乗可積分な空間のフーリエ変換	103
7.3	ラプラス変換	105
7.3.1	ラプラス変換の定義と正則性	105
7.3.2	基本性質	106
7.3.3	ペーリー・ウィーナーの定理	110
	演習問題	112

8. ヒルベルト空間

8.1	ヒルベルト空間の定義	114
8.1.1	内積	114
8.1.2	ヒルベルト空間の例	116

8.1.3	部分空間	117
8.2	直交性	119
8.2.1	閉部分空間内の最近点	119
8.2.2	直交補空間	123
8.2.3	正規直交基底	125
8.3	ヒルベルト空間の線形汎関数	128
8.3.1	連続な線形汎関数	129
8.3.2	リースの定理	130
	演習問題	132

9. ヒルベルト空間上の線形作用素

9.1	有界な線形作用素	133
9.1.1	作用素のノルム	133
9.1.2	線形作用素の例	136
9.2	共役作用素	137
9.2.1	共役作用素の定義	137
9.2.2	共役作用素の例	139
9.2.3	共役作用素の基本的性質	139
9.3	射影作用素	140
9.4	コンパクト作用素とスペクトル理論	142
9.4.1	コンパクト作用素の定義と基本性質	142
9.4.2	コンパクト作用素のスペクトル	145
	演習問題	150

10. バナッハ空間

10.1	バナッハ空間の定義	153
10.1.1	ノルム	153
10.1.2	バナッハ空間の例	155
10.2	商空間	156
10.3	双対空間 (有界線形汎関数)	158

10.3.1	線形汎関数と双対空間	159
10.3.2	双対空間の例	160
10.4	ハーン・バナッハの定理とその帰結	161
10.4.1	ハーン・バナッハの定理	161
10.4.2	第二双対空間	165
10.4.3	分離超平面	167
10.5	弱位相	169
10.5.1	弱位相の定義	169
10.5.2	弱位相の基本的性質	170
10.5.3	零化空間	172
10.5.4	アラオグルの定理	173
	演習問題	175

11. バナッハ空間上の線形作用素

11.1	線形作用素	178
11.1.1	作用素のノルム	178
11.1.2	線形作用素の例	179
11.2	開写像定理と一様有界性原理	180
11.2.1	開写像定理	180
11.2.2	閉グラフ定理	182
11.2.3	一様有界性原理	183
11.3	双対作用素	184
11.3.1	双対作用素の定義	184
11.3.2	双対作用素の例	184
11.3.3	双対作用素の基本性質	185
	演習問題	187

12. バナッハ環

12.1	バナッハ環と具体例	189
12.1.1	定義	189
12.1.2	可逆性とイデアル	191

12.1.3	商環	192
12.1.4	スペクトルとレゾルベント集合	193
12.2	可換なバナッハ環	195
12.2.1	乗法的線形汎関数	195
12.2.2	ゲルファント変換	197
	演習問題	200

付録 A. 位相空間・順序集合

A.1	位相空間	202
A.1.1	位相空間の定義	202
A.1.2	位相の強弱	203
A.1.3	近傍と閉包	203
A.1.4	開集合系の基	204
A.2	位相空間での連続関数	205
A.3	位相空間でのコンパクト集合	206
A.4	順序集合	207
	演習問題	208

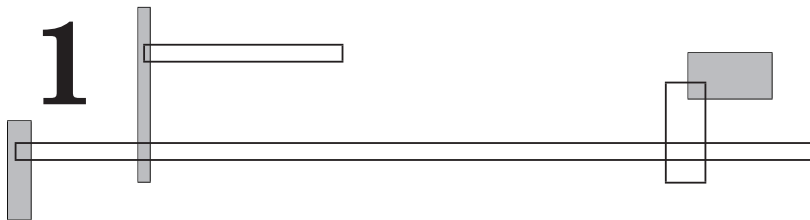
付録 B. 関数空間 L^p と畳み込み

B.1	ルベーグ積分と L^p 空間	209
B.2	畳み込み	212
B.2.1	畳み込みの定義	212
B.2.2	近似単位	214
	演習問題	217

	引用・参考文献	218
--	---------	-----

	演習問題の解答	221
--	---------	-----

	索引	271
--	----	-----



集合と関数の基礎概念

まず、集合や関数を扱うときに必要となる基礎概念を整理しておく。距離空間は距離を用いて要素間の遠近を表し、それによって開集合や閉集合を決めている。距離空間における連続関数、完備性、コンパクト集合という考え方もまとめておく。

1.1 距離空間

システム制御で扱う信号あるいは制御対象を集合として考えると、多くの場合、その要素間に近い遠いという考え方が含まれている。集合の要素間に距離を与えると遠近を表すことができる。

1.1.1 集合

距離空間の話に入るまえに集合の基礎概念を確認しておく。集合 A および B について、共通集合 (intersection) $A \cap B$, 合併集合 (union) $A \cup B$ ならびに差集合 (difference set) $A \setminus B$ を

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ かつ } x \in B$$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \text{ または } x \in B$$

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \text{ かつ } x \notin B$$

と定める。添字集合 Λ (これは無限個の要素をもっているよい) に対応して集合 A_λ があるとき、それらの共通集合ならびに合併集合を

$$x \in \bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \Leftrightarrow \text{任意の } \lambda \in \Lambda \text{ について } x \in A_\lambda$$

$$x \in \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \Leftrightarrow \text{ある } \lambda \in \Lambda \text{ について } x \in A_\lambda$$

と定める。

全体集合 X が与えられているとき、 $A \subset X$ について差集合 $X \setminus A$ を A の補集合 (complement) という。補集合に関連した例題 1.1 の関係をドモルガンの法則 (de Morgan's law) という。

【例題 1.1】 全体集合 X とその部分集合 $A, B, A_\lambda (\lambda \in \Lambda)$ を考える。

このとき

$$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B), \quad X \setminus \bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} (X \setminus A_\lambda)$$

$$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B), \quad X \setminus \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda = \bigcap_{\lambda \in \Lambda} (X \setminus A_\lambda)$$

が成り立つことを示せ。

【解答】 $x \in X \setminus (A \cap B)$ とする。すると $x \notin A \cap B$ であるので、 $x \notin A$ または $x \notin B$ である。つまり $x \in X \setminus A$ または $x \in X \setminus B$ となるので、 $x \in (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$ が成り立つ。逆に $x \in (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$ であるとすれば、 $x \in X \setminus A$ または $x \in X \setminus B$ であるが、これより $x \notin A$ または $x \notin B$ であることになり、 $x \notin A \cap B$ である。つまり $x \in X \setminus (A \cap B)$ である[†]。他の関係も同様に示すことができるので省略する。◇

集合の濃度 (potency) は集合の要素数を一般化した概念である。もし集合 S_1 と S_2 の間に一対一対応があるならば、 S_1 と S_2 は等しい濃度をもつという。要素数が有限な集合については、 S_1 と S_2 が等しい濃度をもつためには要素数

[†] 左辺の任意の要素が右辺の要素であること、右辺の任意の要素が左辺の要素であることの確認を行う。

が相等しいことが必要十分である。自然数の集合と等しい濃度をもつ集合を可算集合 (enumerable set) という。また、有限集合と可算集合をあわせてただか可算といういい方もする。例えば、整数の集合は $0, 1, -1, 2, -2, \dots$ と順番にならべると可算集合であることがわかる。証明するには一工夫必要であるが、有理数の集合も可算集合である。要素数が無限の集合の中には可算集合でない集合がある。例えば、実数の集合は自然数の集合と一対一対応を構成できない[†]。実数の集合は連続 (continuum) の濃度をもつ。

1.1.2 距離空間の定義

集合の 2 要素間に距離を与えることにより遠近を定める方法は直感に合うので理解しやすい。実数集合の 2 数の差の絶対値を距離であると考えるのは自然である。実数集合 \mathbb{R} について、 $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $\rho(x, y) = |x - y|$ と定めると、関数 ρ は

(a) $\rho(x, y) \geq 0$ であり、等号は $x = y$ のときそのときにかぎる。

(b) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$

(c) $\rho(x, y) + \rho(y, z) \geq \rho(x, z)$

を満たしている (確認されたい)。性質 (c) を三角不等式 (triangle inequality) という。

これらの 3 性質が一般に集合の 2 要素間の距離を定めるために本質的であると考え、一般の集合 X にも二つの要素間に上記 3 性質を満たす関数 ρ が定義されるならば、これを距離 (metric) と呼ぶ。距離の定義された集合を距離空間 (metric space) と呼ぶ。例えば 10 章で考えることになるノルム空間はつぎに示すように距離空間でもある。

【例題 1.2】 ノルムをもった線形空間 X を考え、 $x, y \in X$ に対して

[†] 対角線論法を用いて証明することができる。例えば文献³⁾を参照されたい (肩付き数字は、巻末の引用・参考文献の番号を表す)。

$\rho(x, y) = \|x - y\|$ と定めると, X は距離空間である。

【解答】 距離の性質 (a) はノルムの性質 (a) より明らかである。距離の性質 (b) はノルムの性質 (b) を用いて

$$\rho(x, y) = \|x - y\| = |-1| \|y - x\| = \|y - x\| = \rho(y, x)$$

より示される。距離の性質 (c) は同じくノルムの性質 (c) より

$$\begin{aligned} \rho(x, z) &= \|x - z\| \\ &= \|x - y + y - z\| \\ &\leq \|x - y\| + \|y - z\| = \rho(x, y) + \rho(y, z) \end{aligned}$$

より示される。 ◇

ノルムを有する線形空間 X の距離を例題 1.2 のようにノルムを用いて定めると, 移動に関する不変性 ($\rho(x + z, y + z) = \rho(x, y)$) ならびにスカラー倍に関する性質 ($\rho(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| \rho(x, y)$) を満たす。しかし, 距離空間においてはそのような性質を一般的には満たす必要はない。また, 集合 X が線形空間である必要もない。

【例題 1.3】 複素平面の単位円板 $D(0; 1) = \{z : |z| < 1\}$ を考える。このとき $z, w \in D(0; 1)$ について

$$\rho(z, w) = \tanh^{-1} d(z, w), \quad d(z, w) = \frac{|z - w|}{|1 - \bar{w}z|}$$

と定めると, $D(0; 1)$ は距離空間である。ただし

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

は双曲線正接である。

【解答】 距離の 3 性質を確認する。

(a) 演習問題【4】に示したことから $0 \leq d(z, w) < 1$ である。ここで双曲線正接は $[0, \infty)$ を $[0, 1)$ の上に一対一に写すので, 関数 ρ は定義可能であり $\rho(z, x) \geq 0$

【あ】

アウター関数 83
アヲオグルの定理 173

【い】

イェンセンの公式 87
位相空間 202
一様有界性原理 183
一様連続 11
イデアル 191
インナー関数 83

【う】

ウィーナーフィルタ 131
上に有界 207
ヴォルテラ作用素 136

【え】

ε 近傍 6
 ε 被覆 13
円環 57

【お】

オイラーの公式 29
 Ω -ホモトープ 42

【か】

開円板 23
開基 204
回帰的 167
開写像定理 181
開集合 6, 23, 202
開集合系 202

開集合系の基 204
開集合系の部分基 205
解析的 23
回転数 40
開被覆 13, 206
ガウス 22
ガウスの平均値定理 89
可換なバナッハ環 190
可逆 191
核 136, 140
可算集合 3
可測関数 209
カゾラティ・ワイエル
シュトラスの定理 63
合併集合 1
完全連続 188
完備 12
完備正規直交系 125

【き】

帰納的順序集合 207
ギブス現象 98
基本列 12
逆元 191
逆写像定理 182
共通集合 1
共役空間 159
共役作用素 138, 184
共役調和関数 79
共役複素数 20
共役ボアソン核 78
極 61
極形式 20
極限 8

曲線 32
曲線 γ の長さ 33
極大イデアル 191
極大元 207
虚軸 20
虚数単位 19
虚部 19
距離 3
距離空間 3
近似単位 214
近傍 6, 203

【く】

区分的に滑らかな曲線 33
グラフ 182
グラム・シュミット
の直交化 125
グルサの補題 45

【け】

ゲルファント変換 198
ゲルファント・マズール
の定理 194
原像 11

【こ】

コーシーの主値 86
コーシーの積分公式 49
コーシーの積分定理 48
コーシーの定理 45, 48
コーシーの評価式 53
コーシー列 12
コーシー・アダマール
の公式 25

コーシー・ブニャコフスキ・シュワルツの不等式	116					
コーシー・リーマン						
の関係式	73					
固有値	145					
固有ベクトル	145					
孤立特異点	60					
コンパクト作用素	142, 188					
コンパクト集合	13, 206					
【さ】						
最終値定理	110					
最大値の原理	55, 82					
差集合	1					
三角不等式	3					
【し】						
自己共役作用素	140					
指数	40					
実軸	20					
実部	19					
始点	32					
射影作用素	121					
弱位相	169					
弱収束	171					
集合の濃度	2					
集積点	8					
収束	8, 115, 204					
収束半径	25					
終点	32					
主要部	61					
シュワルツの不等式	116					
シュワルツの補題	70					
準基	205					
順序集合	207					
上界	207					
上極限	25					
商空間	157					
小ゲイン定理	186, 200					
乗法的線形汎関数	195					
初期値定理	110					
除去可能特異点	61					
真性特異点	61					
		【す】			【ち】	
		推移律	207		値域	140
		随伴作用素	138		チェザロ平均	96
		スペクトル	193		中線定理	116
		スペクトル定理	146		超平面	167
		スペクトル半径	194		稠密	10
					稠密な部分集合	180
		【せ】			調和関数	73
		整関数	53		直交補空間	123
		正規作用素	146			
		正規直交系	125		【つ】	
		正規直交基底	125		ツォルンの補題	208
		整級数	24			
		正射影	121		【て】	
		正則	23		定義関数	209
		積分作用素	136		ティホノフの定理	207
		絶対一様収束	24		テイラー級数	51
		絶対可積分	210		ディリクレ核	94
		絶対収束	24		点列コンパクト	15
		絶対値	20			
		セミノルム	161		【と】	
		線形作用素	133, 178		同値類	157
		線形汎関数	129, 159		特性関数	209
		全順序部分集合	207		凸集合	167
		線積分	34		ドモルガンの法則	2
		全有界	13			
					【な】	
		【そ】			ナイキストの安定判別法	69
		像	140, 185		内積	114
		双対空間	159		内点	6
		双対作用素	184		長さのある曲線	33
		疎な部分集合	180			
					【に】	
		【た】			入出力安定	187
		代数学の基本定理	22, 55			
		第二双対空間	165		【ね】	
		代表	157		ネヴァンリンナ・ピック	
		たがいに直交	119		補間問題	17
		畳み込み	212		ネット	204
		単調収束定理	210			
		単連結	48		【の】	
					ノルム	115, 134, 153, 178

ノルム空間 153

【は】

パーセヴァルの等式 95, 128
 ハーディ空間 82
 ハーン・バナッハの定理 163
 ハイネ・ボレルの定理 12
 バナッハ環 189, 214
 バナッハ空間 154
 ハルナツクの不等式 89
 汎弱位相 170
 汎弱コンパクト 173
 汎弱収束 171
 反射律 207
 半順序 207
 半順序集合 207
 反対称律 207
 反転公式 101

【ひ】

ピタゴラスの定理 119
 微分可能 23
 微分係数 23
 非有界 134
 ヒルベルト空間 115
 ヒルベルト変換 84

【ふ】

フーリエ級数 91
 フーリエ係数 91
 フーリエ変換 99
 フェイェール核 97
 フェイェール平均 96
 複素数 19
 複素平面 20
 フビニの定理 211
 部分分数展開 65
 プランシュレルの定理 104
 ブロムウィッチ積分 108
 分離超平面 168

【へ】

閉円板 23
 閉曲線 32
 閉グラフ定理 182
 閉集合 6, 202
 閉包 8, 203
 冪級数 24
 冪等 122
 冪等律 141
 ベーリー・ウィーナー
 の定理 110
 ベールのカテゴリー定理 180
 ベッセルの不等式 127
 ヘルダーの不等式 212
 偏角 20
 偏角の原理 67

【ほ】

ポアソン核 74
 ポアソン積分 75
 ポアソン積分公式 78
 ボーデの感度積分 87
 ボーデのゲイン位相関係 84
 補集合 2
 ホモトープ 43

【み】

ミンコフスキーの不等式 212

【も】

モレラの定理 54

【ゆ】

有界 134, 178, 207
 有界作用素 178
 有界集合 40
 有界線形作用素 134
 有界線形汎関数 129, 159
 優級数 30
 有限階作用素 143

有限交叉性 13
 有向集合 207
 有理関数 65
 有理形関数 64

【ら】

ラゲール基底 126
 ラプラスの方程式 73
 ラプラス変換 105

【り】

リースの定理 130
 リースの表現定理 130
 リーマン・ルベグの補題 93, 100
 リウヴィルの定理 53
 留数 66

【る】

ルーシェの定理 70
 ルベグの優収束定理 211

【れ】

零化空間 172
 零空間 140, 185
 零集合 210
 零点 51
 レゾルベント集合 193
 劣線形汎関数 162
 連結 34
 連鎖律 24
 連続 10, 205
 連続の濃度 3

【ろ】

ローラン級数 59

【わ】

ワイエルシュトラス
 の判定法 30

— 著者略歴 —

1980年 大阪大学工学部電子工学科卒業
1982年 大阪大学大学院博士前期課程修了（電子工学専攻）
1983年 大阪大学大学院博士後期課程中退
1983年 大阪大学助手
1986年 工学博士（大阪大学）
1991年 大阪大学講師
1994年 大阪大学助教授
1999年 大阪大学教授
2006年 京都大学教授
現在に至る

システム制御のための数学(2)

—関数解析編—

Mathematics and Its Role in Systems and Control Theory, Part 2

—Function Analysis—

© Yoshito Ohta 2021

2021年1月25日 初版第1刷発行

検印省略

著者 太田 よしと
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来 真也
印刷所 三美印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03308-3 C3355 Printed in Japan

(新井)



<出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。