

スライディングモード 制御入門

工学博士 野波 健蔵 著

コロナ社

まえがき

1994年にコロナ社から出版した野波健蔵・田 宏奇 共著の「スライディングモード制御 —非線形ロバスト制御の設計理論—」は、日本語で出版されたスライディングモード制御関係書籍としては唯一の専門書であり、長い間ロングセラーとなっていた。特に、例題を通して設計の流れが理解できるように配慮した書籍であったため、たいへん好評であり現在も電子書籍として出版を継続している。本書「スライディングモード制御入門」は、この書籍の改訂版として最近の基本的な成果も含めてまとめた専門書である。特に、1994年以降に出版されたスライディングモード制御関係の英語の書籍や論文などを参照して、基礎的な部分で重要と思われる内容を本書に包括しながら刷新している。一方、Mathwork社からMATLABベースのSliding Mode Control Toolboxも現在では提供されており、1994年ごろの環境とは激変し容易に制御系設計が実行できる状況にある。

現実の制御対象の多くは非線形な要素を含むなど、強い非線形システムであるため、近年、非線形制御が注目を集めている。さまざまな非線形制御理論および設計論がある中で、最も実用的な非線形制御系設計理論の一つにスライディングモード制御理論がある。スライディングモード制御の最大の特徴は、制御入力を切り換えて制御構造を変化させるという点であり、可変構造制御理論の最も有力な設計理論である。制御入力の切換指針として、スライディングモード制御では切換関数を定義し、その正負によって切換を行っている。このため、切換関数の選定が、スライディングモード制御理論において制御性能を決定する重要な要素である。高速での制御入力の切換を行うということは、高周波振動いわゆるチャタリングを発生させるという問題が生じるため、この抑制に関する多くの研究がなされており、最近では高次スライディングモード制御が提案され、体系化されている。

さらに、スライディングモード制御の重要な特徴は、所望の超平面に状態を

拘束すれば低次元なシステムになること、さらにマッチング条件が成立する場合には強いロバスト性能が発揮できることであり、他の制御系では見られないたいへんユニークな制御系の構造を有している。この点がスライディングモード制御がロバスト制御と呼ばれるゆえんでもある。こうしたスライディングモードの優れた制御性能はすべての状態量を観測できることが大前提であるが、そのような理想的なシステムは現実には少ない。このため、出力フィードバックのみによるスライディングモード制御や、スライディングモードオブザーバによる制御系設計法が確立されている。

本書では1章から3章は旧版の内容を基本的に踏襲しながら一部を刷新している。1章では「スライディングモード制御とはなにか」について解説する。2章では、「スライディングモード制御の基本構造」について解説する。3章では、「スライディングモード制御系の設計法」について述べる。

4章から6章の内容はすべて新しい内容になっており、最新の成果も追加されている。4章では、「出力フィードバックスライディングモード制御」について述べる。5章では「スライディングモードオブザーバ」について述べる。6章では「高次スライディングモード制御」について解説する。

著者はこれまで40年間近く、優れた非線形ロバスト制御法であるスライディングモード制御理論を実システムに応用する立場から、正確に言えば、多くの制御対象に対してスライディングモード制御系設計の立場から関わってきた。そして、それらの多くは実験により有効性の検証までなされている。さらに、その中にはハイテク製品化までなされているものも存在する。これらを総合すると、著者の多くの経験知から、本書「スライディングモード制御入門」に書かれている内容は、きわめて実用的で有益な設計法であることを示唆しているといえる。本書に記載されていない他の有益なスライディングモード制御系設計法も多々存在すると考えられるが、そこは著者の未経験の分野であることから浅学としてご容赦いただきたい。

最後に、本書の出版に関してはコロナ社に多大なる忍耐と寛容のご配慮をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

2023年12月

野波 健蔵

目 次

1. スライディングモード制御とはなにか

1.1	スライディングモード制御の基本的考え方	2
1.1.1	スライディングモード制御の基本的考え方	3
1.1.2	最短時間制御 (Bang-Bang 制御) とスライディングモード制御	7
1.1.3	スライディングモード制御問題の記述	9
1.1.4	スライディングモード制御の理論的背景	9
1.1.5	スライディングモード制御の歴史	13
1.2	線形系に対するスライディングモード制御	16
1.2.1	基本的な定義	16
1.2.2	切 換 方 式	19
1.2.3	到達条件と到達モード	21
1.2.4	制 御 則	22
1.3	スライディングモード制御の性質	26
1.3.1	到達モードの特性	26
1.3.2	スライディングモードの特性	27
1.3.3	スライディングモードのチャタリングと定常状態モード	28
1.4	サーボ系などへの拡張	33
1.5	非線形系のスライディングモード制御	35
1.5.1	正 準 系	36
1.5.2	正準系のスライディングモード制御	37
1.6	スライディングモード制御理論の拡張	39
1.6.1	大規模システム	39
1.6.2	離 散 時 間 系	40

1.6.3 分布定数系	40
1.6.4 むだ時間系	41
1.6.5 その他のシステム	41

2. スライディングモード制御の基本構造

2.1 スライディングモードの存在条件	44
2.2 等価制御法による解析	46
2.3 スライディングモードにおける低次元化	49
2.4 システムの正準系	49
2.5 対 (A, B) の可制御性と対 (A_{11}, A_{12}) の可制御性	50
2.6 スライディングモードのロバスト性	53
2.7 スライディングモードの不変零点	54
2.8 スライディングモード領域	55
2.9 スライディングモードと切換周波数	58
2.10 単一入力のスライディングモード制御系	60

3. スライディングモード制御系の設計法

3.1 切換超平面の設計法	64
3.1.1 極配置法を用いた設計法	64
3.1.2 固有ベクトル配置による設計法	66
3.1.3 最適な切換超平面の設計法	69
3.1.4 不変零点を用いた設計法	72
3.1.5 周波数整形による設計法	74
3.1.6 ロバスト超平面を有する設計法	80
3.1.7 ゲインスケジュール型超平面の設計法	91
3.2 スライディングモード制御器の設計法	94
3.2.1 対角化法による設計法	94

3.2.2	固定階層制御法	97
3.2.3	自由階層制御法	101
3.2.4	最終スライディングモード制御法	109
3.2.5	線形制御法と非線形制御法	112
3.2.6	非線形な系に対する制御法	115
3.3	チャタリングの防止策	117
3.3.1	飽和関数を用いる設計法	118
3.3.2	平滑な関数を用いる設計法	124
3.3.3	非線形連続制御法	128
3.4	スライディングモードサーボ制御系の設計法	131
3.5	モデル規範型（モデルフォロイング）制御系の設計法	134
3.5.1	モデル規範型スライディングモード制御系の設計法	136
3.5.2	モデル規範型スライディングモードサーボ制御系の設計法	137

4. 出力フィードバックスライディングモード制御

4.1	出力フィードバック制御問題の定式化	142
4.2	制御入力と観測出力の数が一致している特別な場合	143
4.3	一般的な出力フィードバック型スライディングモード制御系	146
4.3.1	スライディングモード超平面の設計法	147
4.3.2	スライディングモード制御則の設計法	153
4.4	動的補償器による不確かな系の出力フィードバックスライディングモード制御	158
4.4.1	オブザーバに基づく動的補償器による超平面の設計法	161
4.4.2	スライディングモード制御則の設計法	163
4.5	パラメータ最適化による出力フィードバック超平面の設計法	169
4.6	ある制約を有する場合の設計法	171

5. スライディングモードオブザーバ

5.1	Utkin オブザーバ	175
5.2	Walcott-Zak オブザーバ	179
5.3	不連続オブザーバ	183
5.3.1	オブザーバ設計に関する正準系	183
5.3.2	スライディングモードの存在条件	186
5.4	改良型 Walcott-Zak オブザーバ	190

6. 高次スライディングモード制御

6.1	高次スライディングモード (HOSM) の考え方	198
6.2	ツイスティングスライディングモード (TSM) 制御	199
6.3	ツイスティングスライディングモード制御の安定性の考察	205
6.4	スーパーツイスティングスライディングモード (STSM) 制御	211
6.5	一般化されたスーパーツイスティングスライディングモード制御	217

引用・参考文献	221
---------	-----

索引	229
----	-----

1

スライディングモード制御 とはなにか

スライディングモード制御理論の起源は以外と古く、旧ソ連で1950年代初めに理論として生まれたともいわれているが、正確なところはよくわからない。実際にこの理論が世界に広く知れわたることになったのは、英訳版で出版された Itkin の単行本 “Control Systems of Variable Structure” (1976)^{1)†} と2年後に出た Utkin の単行本 “Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems” (1978)²⁾ である。

これらの書物で紹介されたスライディングモード制御理論は、理論的にはまだきわめて未熟で、単一入力系についての設計論のみが記述されるにとどまっていたが、状態を切換面に拘束するという斬新さや、不確かさを含む系に対する優れたロバスト性が大きな魅力となって、一気に研究者の注目するところとなった。しかし、この理論が基本的にはフィードバックゲインや制御入力の切換を必要とするため、実システムへの適用が当時は容易でなく、主として理論的研究を中心に展開していたようである。

この後、Zinober³⁾、Slotine⁴⁾、Young⁵⁾ らの貢献をはじめとする多くの研究成果によって多入力系への定式化がなされ、かつスライディングモード制御の最大の弱点であったチャタリングの克服法が提案されて、ようやく実用に耐える制御系設計理論としての枠組みができ上がってきた。

スライディングモード制御は、線形系はもちろん非線形系、パラメータ変動系、時変系など、未知パラメータや未知外乱を有する系に容易に適用でき、希望の特性を切換面として設計すれば、システムは等価的に希望の特性に拘束され適応していくことになる。この結果、スライディングモード制御は、制御入力が一不連続的に変化する非線形制御の性格と、スライディングモードが存在すれば希望の特性に適応していく適応制御の性格の両面をもっていることになる。

[†] 肩付き数字は、巻末の引用・参考文献の番号を表す。

2 1. スライディングモード制御とはなにか

このようなスライディングモード制御理論の優れた性質が明らかになるに従い、実システムへの適用の研究も次第になされるようになってきた。特に、1980年代後半に入って、コンピュータの目覚ましい発達と高性能化への要求に支えられて、再びスライディングモード制御は、理論的研究とともに応用研究も活発化してきた。そして、今日スライディングモード制御は、高速なデジタル計算機により容易に切換が可能となり、デジタル制御に適した設計理論として認識され、この理論のもつ優れたロバスト性および制御系設計の簡便さとあいまって、多くの応用例が報告されている。そして、現在ではスライディングモード制御理論は、非線形ロバスト制御理論として最も有力かつ実用的な制御理論としての位置にあると思われる。

1.1 スライディングモード制御の基本的考え方

制御系の構造を変える理論は**可変構造制御系** (variable structure control system) **理論**と呼ばれている。この可変構造制御系理論の中で最も理論的に体系化されているのがスライディングモード制御理論で、今日、システムの安定化やサーボ系をはじめとして、さまざまな制御目的に適応できるまでに理論が進んでいる。

このようなスライディングモード制御のきわだった特徴を一言でいうならば、優れたロバスト制御系が構成できるということであろう。可変構造制御系理論に対して制御系の構造を変えない**不変構造制御理論**、すなわち**線形制御理論**の大部分がそうであるが、これらの制御理論の多くは H^∞ 制御理論などのロバスト制御理論を除いて、モデルの不確かさ、パラメータ変動や外部からの外乱を積極的に取り扱えない制御理論である。

今日では、 H^∞ 制御理論と並んで優れたロバスト制御理論として確立されつつあるスライディングモード制御を、工学系の広い範囲に適用する研究が精力的につづけられている。ここでは、スライディングモード制御の基本的な考え方とその理論の発展史について述べる。なお本章は、文献 11) の内容をもとに加筆し、再構成したものである。

1.1.1 スライディングモード制御の基本的考え方

スライディングモード制御の基本的考え方は、最初、つぎのような二次系によって考察された。いま、つぎのシステムを考える。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x + u \\ u &= -\psi x \end{aligned} \right\} \quad (1.1a)$$

ここで、フィードバックゲインを

$$\psi = \begin{cases} 4 & (\sigma(x, y) > 0) \\ -4 & (\sigma(x, y) < 0) \end{cases} \quad (1.1b)$$

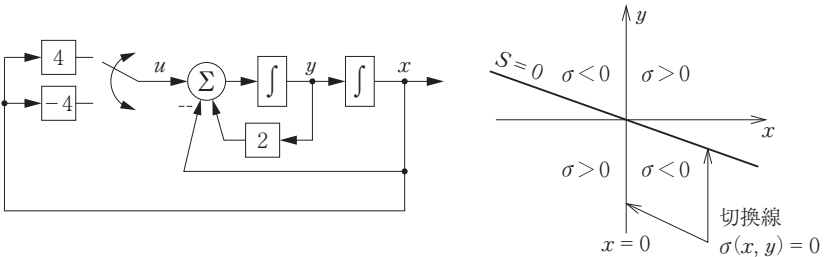
のように選ぶ。そして、つぎの変数 $\sigma(x, y)$ を導入する。

$$\sigma(x, y) = xS, \quad S = 0.5x + y \quad (1.1c)$$

閉ループシステムのブロック線図は図 1.1 (a) に示されている。式 (1.1c) の変数 $\sigma(x, y)$ は二つの関数の積で、 $\sigma(x, y) = 0$ のとき

$$x = 0 \quad \text{または} \quad S = 0.5x + y = 0 \quad (1.2)$$

である。この二つの関数は、図 (b) に示すように、位相平面を $\sigma(x, y)$ の符号が異なるように分割している。この結果、式 (1.2) はしばしば**切換線** (switching line) と呼ばれ、 $\sigma(x, y)$ は**切換関数** (switching function) と呼ばれている。



(a) システムモデル (b) 切換則によって定義された領域

図 1.1 スライディングモード制御の例

位相平面において $\sigma(x, y)$ となる二つの切換線上は、点の集合と考えられる。この切換線は、位相空間の次数が大きくなると切換線から**切換面** (switching surface または switching plane) になり、さらに幾何学的に図示できなくなる**超**

平面 (hyperplane) になる。フィードバックゲインは、式 (1.1b) すなわち $\sigma(x, y)$ の符号によって切り換えられる。したがって、システムの式 (1.1a), (1.1b) は、二つの微分方程式によって、位相平面の二つの領域で解析的に定義される。

領域 I: $\sigma(x, y) = xS > 0$ のとき、モデルは

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x - 4x = 2y - 5x \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

領域 II: $\sigma(x, y) = xS < 0$ のとき、モデルは

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2y - x + 4x = 2y + 3x \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

式 (1.3), (1.4) に対する位相平面軌跡は、図 1.2 (a), (b) のように示される。式 (1.3) の平衡点は、原点で不安定焦点 (不安定渦状点) となっている。式 (1.4) は原点で鞍点となり、やはり鞍点もまた不安定である。

式 (1.1a), (1.1b) に対する位相空間での挙動は、位相平面上の領域 I における式 (1.3) の軌跡を描くことにより、また、領域 II における式 (1.4) の軌跡を描くことによって明らかとなる。結果的に、図 (c) のように表すことができる。完全な位相空間での挙動を把握するためには、集合 $\sigma(x, y)$ の上でのシステムの軌跡が必要となる。直線 $x = 0$ 上の領域 I と領域 II の位相平面上での挙動は、特に急激な変化はなく滑らかに接続している。一方、次式の直線

$$S = 0.5x + y = 0.5x + \dot{x} \quad (1.5)$$

は、この式自身、動的な方程式を示しているが、位相平面上での動きは、図 (c) に示すように切換線に沿った軌跡となっている。

閉ループシステムの位相空間上でのすべての挙動は、直線 $x = 0$ 上では運動方向の多少の変化はあるものの、特別に変わった運動特性は見られない。しかし、直線 S は直線の両側から来た軌跡の終点となっている。したがって、これらの点は S に沿った特別の軌跡から成り立っており、状態はこの直線上に拘束されて、平衡点に滑っていくことになる。すなわち、直線上を原点に向かって滑っていく状態である。**滑り状態** (sliding mode)、いわゆるスライディングモードと呼ばれる運動を表している。

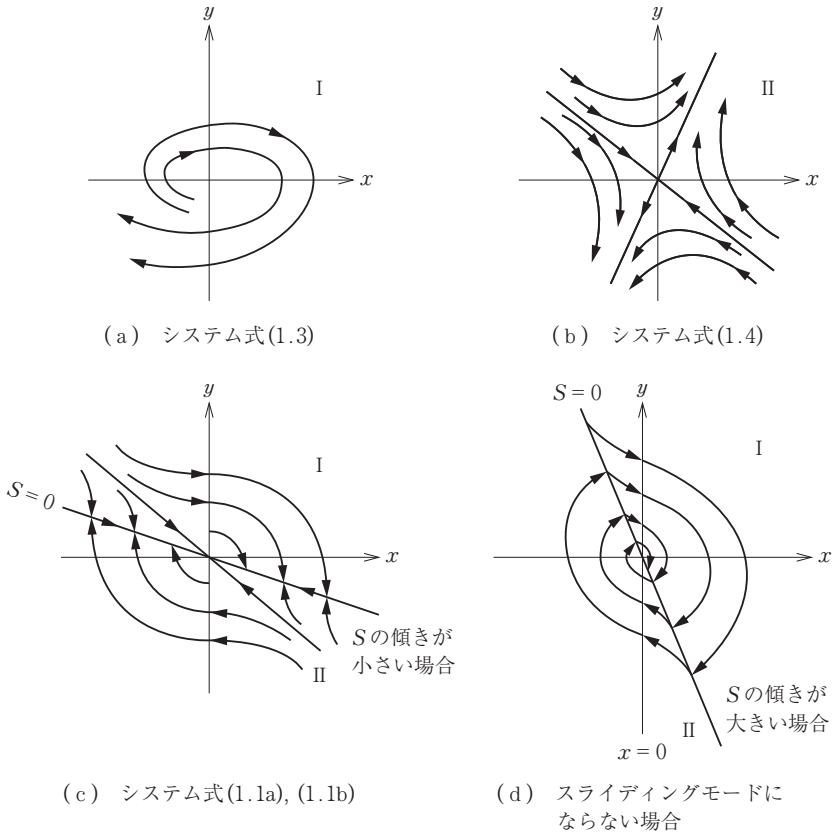


図 1.2 位相平面軌跡

このように、一般にシステムの位相空間上での挙動は二つのモードに分けられ、二つのまったく異なった挙動から成り立っていることがわかる。一つの部分は到達モードで、非スライディングモードと呼ばれている。このモードでは、位相平面上の任意の場所から出発した軌跡は切換線に向かって動き、有限時間で切換線に到達する。もう一つの部分はスライディングモードで、軌跡は微分方程式 (1.5) で定義されるように位相平面上の原点に漸近的に近づく。

このスライディングモード制御系から、四つの基本的な視点が観察される。

- (1) 位相平面上の原点はシステムの平衡状態を表すので、スライディング

6 1. スライディングモード制御とはなにか

モードはシステムの過渡的な期間中の挙動を示していることになる。言い換えると、直線 S はスライディングモード中のシステムの過渡応答を定義している。

- (2) スライディングモード中、軌跡のダイナミクスの式 (1.5) はオリジナルモデルの式 (1.1a) より低い次数となる。
- (3) スライディングモード中、システムのダイナミクスは直線 S を記述するパラメータによってのみ唯一支配される。
- (4) スライディングモードは、式 (1.3) または式 (1.4) によって定義された二つの構造のどちらとも独立した軌跡である。

制御過程中、制御システムの式 (1.1a), (1.1b) は、一つの制御構造である式 (1.3) から別の制御構造の式 (1.4) へ変わることになる。このことから、**可変構造制御** (variable structure control) とか**可変構造系** (variable structure system, **VSS**) と呼ぶ。ただし、この制御系においては、可変構造制御であることよりも滑り状態になることのほうがはるかに重要であるため、この制御系は、滑り状態の意義を強調して**スライディングモード制御** (sliding mode control) と呼ばれている。

すなわち、スライディングモード制御は可変構造制御を必須の条件としており、ある条件下での理想的な可変構造制御によって初めて実現される特別な制御系といえる。ある条件とはいまの場合、両側からの軌跡が終点となる領域、あるいは軌跡の傾きが切換線のほうを向いている領域のことで、図 1.2 (c) の第 II 象限、第 IV 象限で切換線が小さな傾きの場合である。切換線 S の傾きを大きくすると、図 1.2 (d) のように、スライディングモードにはならずスパイラル状になって原点に収束する。それでも不安定な系は、漸近安定となって安定化されることがわかり、可変構造制御系の利点が理解される。

多くの適応制御系やゲインスケジューリング法も、スライディングモードにならない可変構造制御系である。1.1.2 項では、最短時間制御問題をスライディングモード制御の視点から考察する。

索引

【い】		【け】		周波数整形理論	74
位相平面法	9	ゲインスケジュール型超平面	91	出力行列	140
一般化されたスーパーツイス ティングスライディング モード制御	217	【こ】		出力フィードバック型超平面	142
【お】		高次スライディングモード		準スライディングモード	32
オブザーバ	161		198	【す】	
オブザーバゲイン	181	固定階層制御法	19, 97	スーパーツイスティングスラ イディングモード制御	211
【か】		固定ゲイン行列	142	スピルオーバー抑制形	74
階層形スライディングモード 制御方式	19	固定次数切換方式	19, 22	滑り運動	17
改良型 Walcott-Zak オブザーバ	190	固有ベクトル配置	66	滑り状態	4, 17
可制御系	36	【さ】		滑り超平面	122
可制御性	50	最終階層制御法	20	滑り面	17
可制御準準系	37	最終切換面	19	スライディングモーション	17
加速率到達則	105	最終スライディングモード	19	スライディングモード	17
可変構造系	6	最終スライディングモード	19	スライディングモード オブザーバ	174
可変構造制御	6	最終スライディングモード 切換方式	20, 23	スライディングモード制御	6
可変構造制御系理論	2	最終スライディングモード 制御法	110	スライディングモード超平面	105
【き】		最小誤差励振法	169	スライディングモードの 存在条件	44
規範的なシステム	48	最短時間制御	7	スライディングモード領域	56
境界層	29	最適周波数整形切換面	76	【せ】	
極配置法	64	最適な切換超平面	69	制御則	22
切換関数	3, 16	サーボ問題	33	制御入力行列	140
切換周波数	58	【し】		正準系	48, 49
切換線	3	システム行列	140	線形オブザーバ	174
切換多様体	17	実際のな飽和制御	31	線形ゲイン	185
切換超平面	17	実際のリレー制御	31	線形制御項	112
切換方式	19	自由階層制御法	20, 102	線形制御法	112
切換面	3, 17	自由次数切換方式	20, 23		
		周波数整形切換面	75		

【そ】		到達条件	9, 17, 21	【ほ】	
		到達則	22	飽和関数	28, 118
存在条件の問題	140	到達則法	21	ポントリヤーギンの最大原理	7
【た】		到達則法のチューニング	32	【ま】	
対角化法	94	到達モード	5, 21	マッチング条件	27, 179
対称正定リアプノフ行列	183	動的補償器	141	【も】	
単位制御入力	110	トラッキング問題	33	モデル規範型制御系	134
【ち】		トリプル	140, 149	モデル到達制御	34
値域	67	【に】		モデルフォロイング制御系	134
値域空間ダイナミクス	49	二次安定	180	モデルフォロイング問題	33
チャタリング	28	【の】		【ゆ】	
チャタリング問題	197	ノミナル	140	唯一対称正定解	184
超平面	3	ノミナルシステム	140	【り】	
直接切換関数法	21	ノミナルトリプル	140	リアプノフ関数	110
【つ】		【は】		リアプノフ関数法	21
ツイステイング	203	パラメータ最適化	169	理想的な飽和制御	30
ツイステイングスライ ディングモード	199, 203	【ひ】		理想的なリレー制御	29
【て】		非線形ゲイン	186	リレー制御	24
低次元化	49	非線形制御項	112	【れ】	
低次元系	36	非線形制御法	112	零空間ダイナミクス	49
低次元ルーエンバーガー オブザーバ	162	非線形連続制御法	128	連続化の方法	28
定常状態モード	28	非特異相似変換行列	191	【ろ】	
定常到達則	105	比例到達則	105	ローゼンブロックシステム 行列	54
定数フィードバックゲイン 行列	175	【ふ】		ロバストオブザーバ	185
【と】		不変	27	ロバストスライディング モードオブザーバ	188
等価制御	12, 46	不変零点	54, 140	ロバスト性	27
等価制御系	133	不連続オブザーバ	183	ロバスト超平面	80
等価制御入力	133	不連続ベクトル	186		
到達位相	21	分散化切換方式	20, 23		
到達可能性の問題	140	分散階層制御法	20		
到達空間	26	【へ】			
		平滑な関数	124		

<p>[B]</p> <p>Bang-Bang 制御 7</p> <p>[H]</p> <p>HOSM 198</p> <p>H^∞ 制御超平面 81</p> <p>[K]</p> <p>Kalman-Yakubovich の 補助定理 72</p>	<p>Kimura-Davison 条件 141</p> <p>[S]</p> <p>STSM 制御 211</p> <p>[T]</p> <p>TSM 199, 203</p> <p>Twisting 203</p> <p>[U]</p> <p>Utkin オブザーバ 175</p>	<p>[V]</p> <p>VSS 6</p> <p>[W]</p> <p>Walcott-Zak オブザーバ 179, 181</p> <p>【ギリシャ文字】</p> <p>μ 解析設計法 82</p>
--	--	--

— 著者略歴 —

- 1979年 東京都立大学大学院博士課程修了
1985年 NASA (米航空宇宙局) 研究員
1988年 NASA シニア研究員
1994年 千葉大学教授
2008年 千葉大学理事・副学長 (研究担当)
2014年 千葉大学特別教授, 名誉教授
2017年 一般社団法人日本ドローンコンソーシアム会長 (現)
2019年 一般財団法人先端ロボティクス財団理事長 (現)
2023年 福島国際研究教育機構ロボット分野長 (現)

スライディングモード制御入門

Introduction to Sliding Mode Control

© Kenzo Nonami 2024

2024年2月16日 初版第1刷発行



検印省略

著者 野 波 健 蔵
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 新日本印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03245-1 C3053 Printed in Japan

(新井)



<出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構(電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp)の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。