

英語で学ぶ  
制御システム設計

Introduction to Linear Control System Design

余 錦華・禹 珍碩・大山 恭弘  
【共著】

コロナ社

# まえがき

制御 (control) とは、「ある目的に適合するように、対象となっている物に  
所用の操作を加えること (JIS)」と定義されている。動植物を操ること、もの  
を操ることなどすべて「制御」であり、さまざまな手法が提案され実行され、  
“目的”に合う成果を上げている。本書では、電気機械システムを対象例に、対  
象を数式で表現し、それに基づいて目的に沿うように操る手法の基本を解説し  
ている。制御は目的通りの結果が得られたかどうかで評価されるべきもので  
、マイクロコントローラを用いた実装についても述べ、実装を意識したモデ  
リング、解析、設計のプロセスを解説した。なお、国際的に活躍する技術者  
となる訓練のために、本文は平易な英文で記述し、重要語には対応する日本語  
を併記した。“英文で学ぶ教科書”としても活用して頂きたい。章末問題は、基本  
問題と発展問題に分けており、発展問題は国内海外の大学院受験問題および分  
析的な吟味を必要とする問題を中心に選定するとともにすでに学習した知識を  
復習できるように問題の作成を工夫したので、理解を深める学習の一助となる  
ことを願っている。また、“教科書”は、考え方の基本が書かれているものであ  
るが、日々新しいアプローチ法が開発されているので、読者の皆様には、この  
基本の考え方を実世界にどう適用し、どう修正・発展すれば“目的”を達成でき  
るのかを考え、適応する手法を身につけて頂きたいと思う。

最後に、本書は筆者らのこれまでの大学内外における教育経験に基づいて執筆し  
たものである。一緒に学んだ学生・技術者の方々にこの場を借りて感謝致します。  
原稿を詳しくチェックし貴重な助言をくださった中国中南大学の李旻氏、中国湖南  
工業大学の趙凱輝氏、清水建設株式会社技術研究所の宮本皓氏、中国地質大学 (武  
漢) の李美柳氏、周宇健氏、王澤文氏、趙大双氏と寧子昊氏に御礼を申し上げます。  
また、出版にあたり心暖かく見守ってくださったコロナ社に深く感謝致します。

2022年2月

余 錦華, 禹 珍碩, 大山 恭弘

## Preface

Control is defined as *adding necessary operations to a target object to suit a certain purpose* (JIS). Manipulating animals and plants, operating things, etc. are all belong to the category of control. Various methods have been devised and implemented. Fruitful results that suited *purposes* have been achieved. In this book, we use electrical and mechanic systems as examples to explain the fundamental methods of describing systems by mathematical formulas and manipulating them according to purposes. Since control should be evaluated based on whether or not desired results are obtained, we also provide some explanations of the microcontroller-based implementation of a control system and explain implementation-conscious modeling, analysis, and design processes. To train engineers who play an active role internationally, we wrote the book in plain English and also added corresponding Japanese translations for important terms. We hope this book are used as a textbook to learn control engineering in English. Excise problems at the end of each chapter are divided into basic and advanced levels. Advanced-level problems were selected from graduate-school entrance examinations in Japan and from abroad or those requiring analytical scrutiny. We also tried to prepare excise problems in such a way that one can review the previously studied knowledge as much as possible. We hope this will play a role in helping readers deepen their understanding. In addition, a textbook mainly describes the basic way of thinking, while new approaches are being developed every day, Thus, we hope that readers think about how to apply the basic principle to the real world and how to modify and improve it to achieve your goals, and master adaptive techniques.

Finally, since this book was written based on our educational experience both inside and outside the university, we would like to take this opportunity to thank the students and engineers who studied with us. We would also like to express heartfelt appreciation to Prof. Min Li of Central South University and Prof. Kaihui Zhao of Hunan University of Technology, China; Dr. Kou Miyamoto of the Institute of Technology, Shimizu Corporation, Japan; and Dr. Meiliu Li, Mr. Yujian Zhou, Mr. Zewen Wang, Mr. Dashuang Zhao, and Mr. Zihao Ning of China University of Geosciences, Wuhan, China for their careful checking of the manuscript and for their valuable advice. We are deeply grateful to Corona Publishing Co., Ltd. for warmly watching over the publication.

February 2022

Jinhua She, Jinseok Woo, Yasuhiro Ohyama

# Contents

## **1** | Overview of System Control

1.1 Control and Control System .....	1
1.2 Positioning Control of Arm Robot .....	3
1.3 Classification of Systems and Control Systems .....	7
1.4 Key Points of Control Engineering .....	8
Problems .....	10

## **2** | Mathematical Foundations of Control Theory

2.1 Complex Number .....	12
2.2 Trigonometric Functions .....	15
2.3 Laplace Transform .....	17
2.4 Logarithmic Graph .....	23
2.5 Unit of Gain .....	24
Problems .....	24

## **3** | Modeling of Dynamic Systems

3.1 State-Space Representation .....	26
3.2 Transfer Function .....	32
3.3 Linear Approximation Model .....	37
Problems .....	43

## **4** | **Block Diagram and Frequency Response**

4.1	Equivalent Conversion of Block Diagram .....	50
4.2	Frequency Response .....	53
4.3	Nyquist Plot .....	55
4.4	Bode Plots .....	57
Problems .....		68

## **5** | **Stability Analysis**

5.1	First-Order System .....	71
5.2	Second-Order System .....	74
5.3	Routh's Stability Criterion .....	78
5.4	Nyquist Stability Criterion .....	85
5.5	Evaluation of Stability Margins using Bode Plots .....	90
Problems .....		91

## **6** | **Characteristics of Control System**

6.1	Transfer Characteristics .....	96
6.2	Transient Characteristics .....	102
6.3	Steady-State Characteristics .....	107
Problems .....		109

## **7** | **Transfer-Function-based Control-System Design**

7.1	Basic Consideration in Control-System Design .....	113
-----	--	-----

7.2	Internal-Model Principle .....	118
7.3	Design of PID-Control System .....	119
7.4	Two-Degree-of-Freedom Control System .....	125
7.5	Various PID-Control Systems .....	127
7.6	A Design Example .....	128
	Problems .....	132

## 8

### Control-System Design in State Space

8.1	System Description .....	135
8.2	Controllability and Observability .....	139
8.2.1	Controllability .....	139
8.2.2	Observability .....	140
8.3	Design of State Feedback .....	142
8.3.1	Pole-Placement Method .....	143
8.3.2	Linear-Quadratic Regulator .....	144
8.4	State Observer .....	145
8.5	Observer-Based Control System .....	146
8.6	A Design Example .....	148
	Problems .....	153

## 9

### Controller Implementation

9.1	Procedure of System Implementation .....	157
9.2	Model Reduction .....	158
9.2.1	Treatment of Small Time Constants .....	159
9.2.2	Modal-Decomposition Method .....	161
9.3	$z$ Transform .....	164

9.4 System Description in Discrete-Time Domain	165
9.5 Selection of Sampling Period	168
9.6 System Implementation	170
Problems	174

## 10 || Comprehensive Exercises

10.1 Arm-Robot Control	179
10.2 Pendulum-and-Cart Control	184
Problems	190

References	194
------------	-----

Answers to Problems	196
---------------------	-----

Index	215
-------	-----

### 【本書ご利用にあたって】

- ・本文中に記載している会社名、製品名は、それぞれ各社の商標または登録商標です。本書では®やTMは省略しています。
- ・本書に記載の情報、ソフトウェア、URLは2022年2月現在のものを記載しています。
- ・コロナ社のWebサイトからMATLABのサンプルデータがダウンロードできます。ぜひご利用ください。

<https://www.coronasha.co.jp/np/isbn/9784339032383/>



# 目 次

<b>1. システム制御概観</b>		<b>7. 伝達関数に基づく制御系設計</b>	
1.1 制御と制御系	1	7.1 制御系設計の基本的な考え方	113
1.2 アームロボットの位置決め制御	3	7.2 内部モデル原理	118
1.3 システムと制御システムの分類	7	7.3 PID 制御系の設計	119
1.4 制御工学のポイント	8	7.4 2 自由度制御系	125
章 末 問 題	10	7.5 各種 PID 制御系	127
<b>2. 制御理論の数学的基礎</b>		7.6 設 計 例	128
2.1 複 素 数	12	章 末 問 題	132
2.2 三 角 関 数	15	<b>8. 状態空間における制御系設計</b>	
2.3 ラプラス変換	17	8.1 システム記述	135
2.4 対数グラフ	23	8.2 可制御性と可観測性	139
2.5 ゲインの単位	24	8.2.1 可 制 御 性	139
章 末 問 題	24	8.2.2 可 観 測 性	140
<b>3. 動的システムのモデリング</b>		8.3 状態フィードバックの設計	142
3.1 状態空間表現	26	8.3.1 極 配 置 法	143
3.2 伝 達 関 数	32	8.3.2 最適レギュレータ	144
3.3 線形近似モデル	37	8.4 状 態 観 測 器	145
章 末 問 題	43	8.5 観測器を用いた制御系	146
<b>4. ブロック線図と周波数特性</b>		8.6 設 計 例	148
4.1 ブロック線図の等価変換	50	章 末 問 題	153
4.2 周波数応答	53	<b>9. 制 御 器 実 装</b>	
4.3 ナイキスト線図	55	9.1 システム実装手順	157
4.4 ボード線図	57	9.2 モデルの低次元化	158
章 末 問 題	68	9.2.1 小さな時定数の取扱い	159
<b>5. 安定性解析</b>		9.2.2 モーダル分解法	161
5.1 1 次 遅 れ 系	71	9.3 $z$ 変 換	164
5.2 2 次 遅 れ 系	74	9.4 離散時間領域におけるシステム記述	165
5.3 ラウスの安定判別法	78	9.5 サンプリング周期の選択	168
5.4 ナイキストの安定判別法	85	9.6 システム実装	170
5.5 ボード線図による安定余裕の評価	90	章 末 問 題	174
章 末 問 題	91	<b>10. 総 合 演 習</b>	
<b>6. 制御系の各種特性</b>		10.1 アームロボット制御	179
6.1 伝 達 特 性	96	10.2 台車型倒立振り子制御	184
6.2 過 度 特 性	102	章 末 問 題	190
6.3 定 常 特 性	107	引用・参考文献	194
章 末 問 題	109	章末問題解答	196
		索 引	215

# 1 | Overview of System Control

*Automatic control* (自動制御) plays an essential role<sup>†1</sup> in a wide range of fields covering engineering, physical, biological, social, and economic systems. It supports modern industry and our daily life. This chapter explains the basic concepts of *control engineering* (制御工学). We use two examples, driving a car and controlling an arm robot, to understand the necessity and importance of feedback control.

## 1.1 Control and Control System

Control is a series of actions applied to a plant to achieve a desired purpose<sup>1),†2</sup>. According to Cambridge Dictionary, a system is a set of connected things or devices that operate together. “A *control system consists of*<sup>†3</sup> *subsystems and processes (or plants) assembled for the purpose of obtaining the desired output with desired performance, given a specified input*”<sup>2)</sup>.

We use the example of driving a car (**Figure 1.1**) to explain the basic ideas. A series of actions of starting a car is first to start the engine, then to release the brake, and finally to step on the accelerator. Ensuring the correct sequence is the key to starting a car. It is called *sequential control* (シーケンス制御). During driving, a driver adjusts the amount of

---

<sup>†1</sup> play a role : 役割を演じる。

<sup>†2</sup> 肩付き数字は巻末の文献番号を示す。

<sup>†3</sup> consists of ~ : ~から成り立っている。

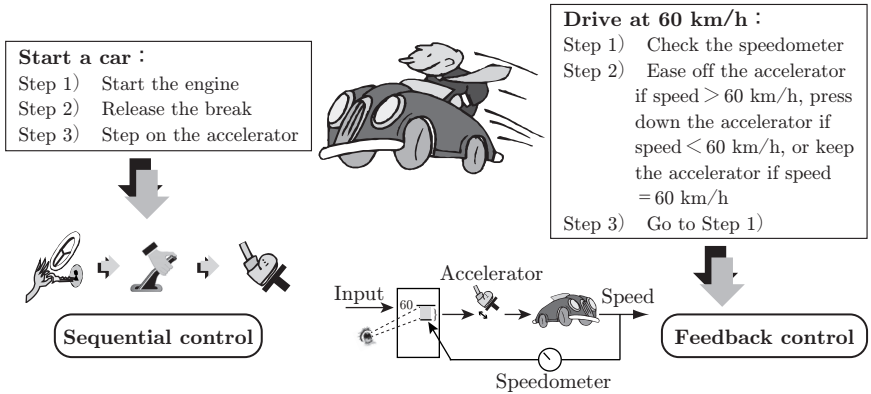


Figure 1.1 Control methods in driving a car

the accelerator based on a moving speed to keep the car moving at a target speed. Since the driver regulates the speed based on a measured speed, it is called *feedback control* (フィードバック制御).

In control engineering, a control objective is called a *plant* (制御対象), and a device that produces an adjustment for the plant is called a *controller* (制御器, コントローラ). A given command is a *reference input* (目標入力), an *output* (出力) is a controlled variable, and a *control input* (制御入力) is a signal produced by a controller.

Consider a system with the input and output being  $u(t)$  and  $y(t)$ , respectively (Figure 1.2). The relationship between  $u(t)$  and  $y(t)$  is described as

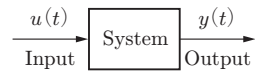


Figure 1.2 System with input and output

$$y(t) = \mathcal{T}\{u(t)\}, \tag{1.1}$$

where  $\mathcal{T}$  is an operator. A system is called a *static system* (静的システム) if the present output only depends on<sup>†</sup> the present input. For example,  $y(t) = 10u(t) + u^3(t)$ . And a system is called a *dynamic system* (動的システム) if

<sup>†</sup> depend on  $\sim$ :  $\sim$ に依拠する, 左右される。

the output of the system does not reach the steady state instantaneously for an input. For example,

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau \text{ and } y(t) = \frac{du(t)}{dt}.$$

The input-output relationship is complicated for a dynamic system. Classic control theory uses a mathematical tool to simply describe the relationship for a linear system in a domain other than the time (we call it the  $s$  domain). Let it be

$$Y(s) = G(s)U(s), \tag{1.2}$$

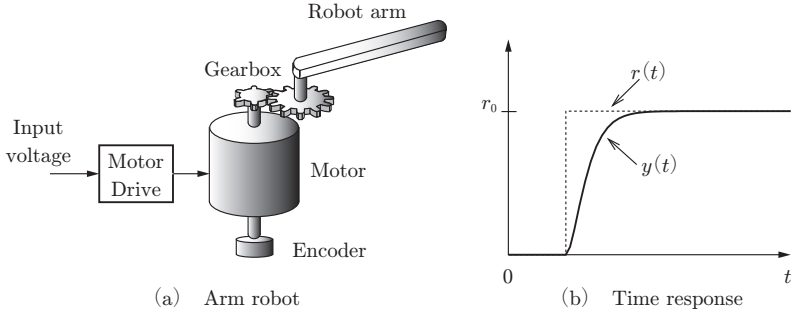
where  $U(s)$  and  $Y(s)$  are the input and output signals in the  $s$  domain, respectively; and  $G(s)$  is a function in  $s$  that describes the characteristic of the system. Note that, as an unwritten rule, we use a lower-case letter (for example,  $u$  and  $y$ ) to indicate a variable in the time domain; and an uppercase letter (for example,  $U$  and  $Y$ ), in the  $s$  domain. (1.2) shows that the output of a system is the product of the system model and the input. This greatly simplifies the description of a system and makes it possible to apply algebraic tools to<sup>†</sup> the analysis and design of a control system.

## 1.2 Positioning Control of Arm Robot

Consider the problem of *positioning control* (位置決め制御) of an arm robot on a horizontal plane. The robot has a motor, a gearbox, an arm, a motor drive, and an encoder [Figure 1.3(a)]. The purpose of arm-robot control is to ensure that the angle of the arm tracks a reference input  $r(t)$  and finally stops at an angle  $r_0$  [Figure 1.3(b)]. To make the description of the system simple, we use a block to describe each item in a general way

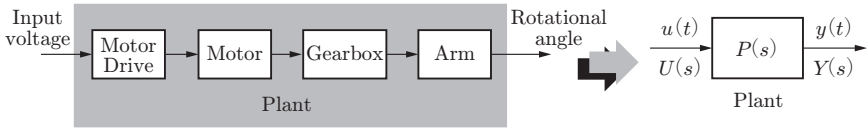
---

<sup>†</sup> apply A to B : A を B に応用する (適用する, 当てはめる)。



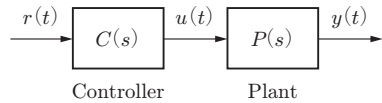
**Figure 1.3** Positioning control of arm robot

(Figure 1.4). It is called a *block diagram* (ブロック線図). As shown in the right part in Figure 1.4, the name of an element or the input-output relationship is shown in a block, and an arrow indicates the relationship between the connected elements. The name of a variable in the time domain or the  $s$  domain is usually shown along with an arrow.



**Figure 1.4** Block diagram of arm robot

We insert a controller  $C(s)$  between the reference input and the control input to adjust the signal applied to the plant (Figure 1.5). Since



**Figure 1.5** Feedforward control

$$Y(s) = P(s)U(s) = P(s)C(s)R(s), \tag{1.3}$$

a simple strategy

$$C(s) = \frac{1}{P(s)} \tag{1.4}$$

yields

$$Y(s) = R(s). \tag{1.5}$$

It ensures that the output,  $y(t)$ , tracks the reference input,  $r(t)$ . Note that signals are passed from the source to the controlled variable. The control input is generated without waiting for the effect of the source on the output. This control strategy is called *feedforward control* (フィードフォワード制御). It is simple and effective. However, it has some drawbacks. For example, the characteristics of a plant usually change with time. If  $P(s)$  changes to  $\hat{P}(s)$ , then the output becomes

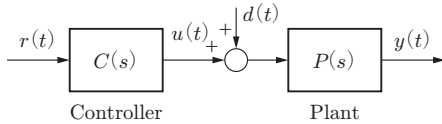
$$Y = \hat{P}CR = \hat{P}\frac{1}{P}R \neq R. \tag{1.6}$$

For simplicity, we omit the variable  $s$  in equations in the rest of this chapter unless necessary. (1.6) means that the output cannot track the reference input anymore. Moreover, there are *disturbances* (外乱) in a system. When a disturbance  $d(t)$  is added to the plant (**Figure 1.6**), the output is

$$Y = PCR + PD = R + PD. \tag{1.7}$$

Clearly, the disturbance cannot be suppressed by the controller.

To solve these and other problems in feedforward control, we need to derive a new mechanism to carry out<sup>†</sup> system control. Con-



**Figure 1.6** Feedforward control with disturbance

sidering that the purpose of control is to track a reference input, we first use a sensor (an encoder in this example) to measure the output (the rotational angle). Next, we use a comparator to compute the *error* (誤差):

$$e(t) = r(t) - y(t). \tag{1.8}$$

---

<sup>†</sup> carry out ~ : ~を成し遂げる, 実行する。

# Index

<b>[A]</b>		control input		dynamic model	
argument principle		制御入力	2	動的モデル	17
偏角の原理	86	control law		dynamic system	
automatic control		制御則	8	動的システム	2, 26
自動制御	1	control-system		<b>[E]</b>	
<b>[B]</b>		configuration		equation of motion	
backward difference		制御システム構成	9	運動方程式	32
後退差分	167	cutoff angular frequency		error	
backward-shift operator		遮断角周波数	121	誤差	5
遅れ演算子	165	<b>[D]</b>		exogenous signal	
block diagram		damping ratio		外生信号	96
ブロック線図	4	減衰係数, 減衰定数,		<b>[F]</b>	
Bode plots		減衰比	74	feedback connection	
ボード線図	57	decibel		フィードバック結合	51
<b>[C]</b>		デシベル	24	feedback control	
characteristic equation		degree of stability		フィードバック制御	2, 6
特性方程式	79	安定度	89	feedforward control	
characteristic mode		design method		フィードフォワード制御	5
固有モード	161	設計法	9	first-order system	
characteristic polynomial		differential element		1次系	55, 71
特性多項式	79	微分要素	61	forward difference	
closed-loop system		Dirac delta function		前進差分	167
閉ループシステム	55	ディラックのデルタ関数	18	forward-shift operator	
complementary sensitivity		direct current (DC)		進み演算子	164
function		直 流	18	frequency band	
相補感度関数	97	direct current gain		周波数帯域	120
continuous-time system		(DC gain)		frequency response	
連続時間システム	7	直流ゲイン	73	周波数応答	53
controllable canonical form		discrete-time system		full-order state observer	
可制御正準形	137	離散時間システム	8	同一次元オブザーバ	145
controller		disturbance		<b>[G]</b>	
制御器, コントローラ	2	外 乱	5	gain margin	
control engineering		dominant pole		ゲイン余裕	89
制御工学	1	代表極	117		
		dual system			
		相対システム	146		

<p><b>【H】</b></p> <p>hybrid system ハイブリッドシステム 8</p> <p><b>【I】</b></p> <p>integral element 積分要素 60</p> <p>inverse Laplace transform ラプラス逆変換 17, 21</p> <p><b>【L】</b></p> <p>Laplace transform ラプラス変換 17</p> <p>linear system 線形システム 7, 36</p> <p>linear-quadratic regulator (LQR) 最適レギュレータ 144</p> <p><b>【M】</b></p> <p>measurement noise 計測騒音 96</p> <p>minimum-phase system 最小位相系 67</p> <p>Modeling モデリング 26</p> <p><b>【N】</b></p> <p>natural angular frequency 固有角周波数, 自然角周波数 75</p> <p>nonlinear system 非線形システム 7</p> <p>nonminimum-phase system 非最小位相系 67</p> <p>Nyquist angular frequency ナイキスト角周波数 169</p> <p>Nyquist plot ナイキスト軌跡 55</p> <p>Nyquist stability criterion ナイキスト安定判別法 87</p>	<p><b>【O】</b></p> <p>observable canonical form 可観測正準形 137</p> <p>one-degree-of-freedom control system 1 自由度制御系 126</p> <p>open-loop system 開ループシステム 55</p> <p>open-loop transfer function 一巡伝達関数 97</p> <p>optimal control 最適制御 144</p> <p>output 出力 2</p> <p><b>【P】</b></p> <p>parallel connection 並列結合 51</p> <p>performance index 評価指標 107</p> <p>phase lag 位相遅れ 54</p> <p>phase lead 位相進み 54</p> <p>phase margin 位相余裕 89</p> <p>pick-off point 抽出点 50</p> <p>PID control PID 制御 119</p> <p>plant 制御対象 2</p> <p>pole 極 36</p> <p>pole-placement method 極配置法 115</p> <p>positioning control 位置決め制御 3</p> <p>power gain 電力利得 24</p> <p>process control system プロセス制御系 8</p>	<p>proportional element 比例要素 58</p> <p>proportional-differential element 比例微分要素 64</p> <p><b>【R】</b></p> <p>reduced-order state observer 低次元オブザーバ 145</p> <p>reference input 目標入力 2</p> <p>regulator problem レギュレータ問題 143</p> <p><b>【S】</b></p> <p>sampling period サンプリング周期 164</p> <p>second-order system 2 次系 65, 74</p> <p>sensitivity function 感度関数 97</p> <p>separation theorem 分離定理 147</p> <p>sequential control シーケンス制御 1</p> <p>series connection 直列結合 50</p> <p>serve mechanism サーボ機構 8</p> <p>servo system サーボ系 8</p> <p>set-point control system 定値制御システム 8</p> <p>similarity transformation 相似変換 138</p> <p>SI system of units 国際単位系 30</p> <p>SI unit 国際単位, SI 単位 15</p> <p>small-gain theorem 小ゲイン定理 99</p>
---	--	--



stability analysis		time-delay element		unit impulse function	
安定性解析	9	時間遅れ要素	59	単位インパルス関数	18
stabilize a system		tracking error		unit step function	
システムを安定化する	9	追従誤差	118	単位ステップ関数	19
stable		transfer characteristic		unstable	
安定	71	伝達特性	96	不安定	71
state-space representation		transfer function		<b>【V】</b>	
状態空間表現	26	伝達関数	35	voltage gain	
static system		transient response		電圧利得	24
静的システム	2, 26	過渡応答	102	<b>【Z】</b>	
steady-state error		two-degree-of-freedom		zero	
定常偏差	107	control system		零点, ゼロ点	36
steady-state response		2 自由度制御系	126	zero-order hold	
定常応答	102	<b>【U】</b>		ゼロ次ホールド	165
summing point		ultimate sensitivity			
加算点	50	method			
system instability		限界感度法	122		
システムの不安定性	7	unity-feedback system			
<b>【T】</b>		単位フィードバック			
time constant		システム	78		
時定数	73				

— 著者略歴 —

余 錦華 (しゃ きんか)

1993年 東京工業大学大学院理工学研究科博士  
課程修了 (制御工学専攻), 博士 (工学)  
1993年 東京工科大学講師  
2001年 東京工科大学助教授  
2007年 東京工科大学准教授  
2010年 東京工科大学教授  
現在に至る

禹 珍碩 (う じんそく)

2017年 首都大学東京大学院システムデザイン  
研究科博士後期課程修了 (システムデ  
ザイン専攻ヒューマンメカトロニクス  
システム学域), 博士 (工学)  
2017年 首都大学東京特任助教  
2019年 東京工科大学助教  
2022年 東京工科大学講師  
現在に至る

大山 恭弘 (おおやま やすひろ)

1985年 東京工業大学大学院理工学研究科博士  
課程修了 (制御工学専攻), 工学博士  
1991年 東京工科大学講師  
1996年 東京工科大学助教授  
2002年 東京工科大学教授  
現在に至る

## 英語で学ぶ 制御システム設計

Introduction to Linear Control System Design

© Jinhua She, Jinseok Woo, Yasuhiro Ohyama

2022年4月15日 初版第1刷発行



検印省略

著者 余 錦華  
禹 珍碩  
大山 恭弘  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社  
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話 (03) 3941-3131 (代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03238-3 C3053 Printed in Japan

(松岡)



<出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。