

制御基礎理論

— 古典から現代まで —

工学博士 中野 道雄
工学博士 美多 勉 共著

コロナ社

ま え が き

制御工学が世の中に定着し、さまざまな分野に適用され、目ざましい成果をあげてから久しい。これにともなって、制御工学に関心を持ち、これを学ぶ人達も多方面にまたがり、またその数も極めて多くなっているのが現状である。

一方、制御工学自体も近年増々発達し、従来の古典的制御論のみならず、現代制御論もその基盤が完全に固まり、この両者の得失を十分に把握した上で、現実の問題に対応することが要求されている。

著者等は、これまでに制御工学を専門にしない、電気技術者、機械技術者等に制御工学を教えてきた経験から、制御工学を理解させ、それを完全に自分自身のものとした上で、それをそれぞれの専門分野に生かしていけるようにするためには次のような点について工夫が必要であることを痛感してきた。

- (1) 取り扱う項目を必要最小限に厳選し内容を整理すること
- (2) 個々の項目の記述にあたっては、表現上数学的な厳密さよりも、その背後にある考え方の方が極めて重要で、これの理解なしには決して応用力を身につけることができないこと
- (3) 厳選した項目について、それらの相互の関係を理解させ、制御工学全体の流れをつかませること

そのため、2章から7章までの、従来から古典制御論といわれている部分の記述にあたっては次のような点に留意した。数式を用いた表現を可能な限りやめ、全てブロック線図と、これの等価変換で説明した。これによって常に入出力の関係が明確となり具体的なイメージが浮びやすくなるものと思われる。また従来からの古典制御論を、高次制御系の二次系による近似に限定し、これに必要な考え方を主として周波数領域で検討した。その他の部分は思い切って削除した。

8章から11章においては現代制御理論について述べた。この部分では線形シ

システムの基礎理論と、高次制御系を状態方程式や伝達関数を使って設計する方法について説明している。

現代制御理論を使うと、制御系の構造やパラメータがはっきりわかってさえいれば、目標としている制御が可能か否かについてよい見通しが得られる。記述にあたっては、このことと上述の目的を重視し、最適制御他については省略した。

本書を書くにあたり、著者等のこれまでの講義原稿をもとにして、上記主旨を生かすべく、努力したつもりであるが、これ等の意図がどの程度実現できたか危惧する次第である。本書が制御工学への入門書として、その機能を発揮できるならば望外の喜びである。

なお、1章、2章、4章～7章は中野が、3章、8章～11章は主として美多が担当した。

最後にグラフ作成に御助力頂いた千葉大学大学院生向田昌幸君に感謝するとともに、本書出版にあたりいろいろ御面倒をおかけした、昭晃堂阿井國昭、小林孝雄両氏に厚くお礼申し上げます。

昭和 57 年 2 月

著 者

本書を発行していた昭晃堂が平成 26 年 6 月に解散したことに伴い、この度、コロナ社より継続出版することになった。昭晃堂にて昭和 57 年 4 月の 1 刷発行から 47 刷までに至ったが、引き続き多くの方にご拝読いただき役に立つならば、著者としてこの上ない喜びである。

平成 26 年 8 月

著 者

目 次

1 章 自 動 制 御

演 習 問 題	5
---------------	---

2 章 信号の伝達と伝達関数

2.1 ブロック線図の構成要素	6
2.2 ブロック線図の等価変換	9
2.3 微分・積分要素のブロック線図	14
2.4 等価変換の応用	16
2.5 シグナルフロー線図	21
演 習 問 題	23

3 章 ラプラス変換と自動制御

3.1 ラプラス変換とラプラス変換表	25
3.2 ラプラス逆変換と展開定理	29
3.3 最終値の定理と初期値の定理	34
3.4 常微分方程式とラプラス変換	36
3.4.1 微分・積分関数のラプラス変換	36
3.4.2 常微分方程式の解法	37
3.4.3 微分方程式からブロック線図へ	38
3.5 伝達関数とラプラス変換	39

演習問題	42
------	----

4 章 フィードバック制御の基礎

4.1 伝達関数の基本形	44
4.2 フィードバック制御系のブロック線図	49
4.3 フィードバック制御系の特性	53
4.4 フィードバック制御系の定常特性	55
4.5 フィードバック制御系の過渡特性	59
演習問題	64

5 章 周波数応答

5.1 周波数応答とは	67
5.2 伝達関数 $F(s)$ をもつ系の周波数応答	69
5.3 周波数応答の表現方法	71
5.3.1 ベクトル軌跡	71
5.3.2 ボード線図	73
演習問題	83

6 章 フィードバック制御系の安定性と過渡特性

6.1 安定判別法 (ナイキストの安定判別法)	84
6.2 制御系の安定度	89
6.2.1 位相余有	90
6.2.2 ゲイン余有	94
6.2.3 ボード線図と位相余有・ゲイン余有	95
6.3 共振値と過渡特性	96

演習問題	101
------	-----

7章 フィードバック制御系の特性補償

7.1 特性補償	102
7.2 過渡特性補償の考え方	103
7.3 遅れ補償法	106
7.4 進み補償法	110
演習問題	113

8章 状態方程式と伝達関数

8.1 状態方程式と伝達関数	115
8.2 状態方程式の解と状態推移行列	121
8.3 安定性と安定判別法	125
8.3.1 安定性と固有値(極)	125
8.3.2 ラウス・フルビッツの安定判別法	130
付録 行列関数	133
演習問題	134

9章 座標変換と可制御性・可観測性

9.1 座標変換とシステムの等価性	136
9.2 対角正準形式と可制御性・可観測性	139
9.3 伝達関数と極・零点消去	145
9.4 可制御正準形式, 可観測正準形式とその応用	150
9.4.1 可制御正準形式, 可観測正準形式とその特徴	150
9.4.2 高次伝達関数の実現	157
付録 ケーリー・ハミルトンの定理	159

演習問題	160
------	-----

10 章 安定化の基礎理論

10.1 状態フィードバック制御と安定化	161
10.2 直接フィードバック制御と根軌跡法	169
10.3 直列補償器による安定化	174
10.4 オブザーバによる安定化	177
10.4.1 オブザーバと状態変数の再現	177
10.4.2 並列補償器としてのオブザーバ	183
10.4.3 直列補償器としてのオブザーバ	185
10.5 フィードバック不変量と閉ループ系の構造	188
付録 行列式と逆行列の公式	190
演習問題	191

11 章 定常特性と現代制御理論による制御系の設計

11.1 サーボ系の構成条件と内部モデル原理	194
11.1.1 状態フィードバック制御系とサーボ系	194
11.1.2 内部モデル原理と制御系の形	197
11.1.3 頑健性と定値制御系	202
11.2 サーボ系の設計	203
11.2.1 直列補償器による方法	203
11.2.2 並列補償器による方法	206
11.3 現代制御理論の特徴	212
演習問題	214

演習問題解答	217
--------	-----

索引	225
----	-----

1

章

自動制御

制御とは“ある目的に適合するように、対象となっているものに所要の操作を加えること”と定義されている。たとえば、車を運転して、ある地点から目的地へ行こうとする場合、ギヤの操作を行って車を加速し、必要に応じてハンドルの操作、ブレーキの操作が必要となろう。この場合、ギヤ操作、ハンドル操作、ブレーキ操作等は全て、目的を達成するために必要となる制御である。このように、制御を考える場合には、常に対象があって（さきの例では車が対応する）、この対象の中の注目している物理量（車の位置と速度）、が命令のとおりになるような操作が必要となる。制御工学では、このような対象を**制御対象**といい、注目している物理量を**制御量**、必要とされる操作を**操作量**、与えられる命令のことを**制御命令**と呼んでいる。

この制御を、人手を用いずに装置や機械によって行わせることを**自動制御**と呼んでいる。さきの例について考えるならば自動車を人間が操縦するのではなく、人手を用いずに機械もしくは装置によって操縦が行われている場合、自動制御が行われているものと考えることができる。自動制御に対し、人手を用いて行う制御のことを**手動制御**と呼んでいる。

さて、一般に、以上述べたような自動制御が行われているシステムを自動制御系と呼ぶことにすると、自動制御系は次のように分類することができる。

- (i) 定性的自動制御系
- (ii) 定量的自動制御系

このうち (i) の定性的自動制御系は制御量の状態のみを問題にする制御系

であって、自動車の操縦の例ではギヤ操作が定性的な制御であるといえよう。すなわちここで問題となるのは、あらかじめ定められたバック，ロー，セカンド，トップの四つのギヤの状態から、その一つを選び出せばよいわけで、次に述べる定量的制御の所で問題とされるような量的な値を問題にしていない。このように制御を人手を用いずに自動的に行わせる技術がシーケンス制御である。

これに対して (ii) の定量的自動制御系では、単に制御量の状態だけでなく量的な値までも問題にする制御である。車の位置、速度等の制御は、現在車が道路のどの位置を、どの位の速度で走っているかが問題とされるわけであって、量的な値までを問題としなければならない。このような定量的制御を実現する技術がフィードバック制御とフィードフォワード制御である。この二つの制御を自動車の運転を例にとり人間がどのように行っているのか考えてみよう。人間が車を運転する場合、絶えず前方を監視し、ハンドル操作、アクセルまたはブレーキ操作によって、前方の車に対し適切な車間距離を保って、流れに従って運転を続けている。いいかえると、人間は絶えず速度を検出し、周囲の流れとの間に差があればその差を零にするようなアクセルまたはブレーキ操作を行っている。ハンドルの操作に関しても同様のことがいえる。このように周囲の状況をフィードバックしながら行う制御のことをフィードバック制御といい、人手を介す場合がフィードバック手動制御、介さない場合がフィードバック自動制御である。ただし通常、単にフィードバック制御といえばフィードバック自動制御のことを意味している。次に再び車の例をとってフィードフォワード制御の例を考えてみよう。人間が運転に慣れて熟練してくると、現在の自分の車の状態だけでなく、周囲の状況から将来を見こして積極的な対応が可能となる。たとえば、高速道路走行時に前の車がブレーキをふんだとき、これを見て同時にブレーキをふむ動作を考えてみよう。これは、前の車との距離を検出し、これに対応してブレーキ操作を行ったのでは制御が間に合わず事故をまねくことになるため素早い対応が要求されることによる。このように異常を感じたら先をみこしてこれに対応していく制御をフィードフォワード制御とい

う。フィードバック制御が制御量を検出していたのに対し、フィードフォワード制御では、制御を乱そうとする要因を検出し、ただちにこれに対応していくことになる。近年、計算機の活用とあいまって、質の高い制御に積極的に用いられてきている。

以上述べてきた定量的制御を一般的に考えると図 1.1 が得られる。すなわち、与えられた制御命令に基づいて操作量を定め、これによって制御対象の制御量を所定の値にするような制御を行っている。ところがこのような制御を乱そうとする要因が必ず存在し、これを外乱という言葉で呼んでいる。

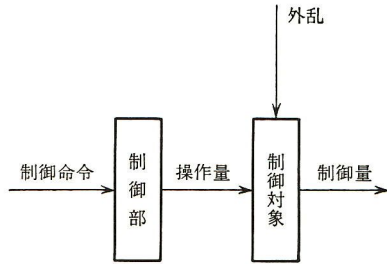


図 1.1 定量的制御系

図 1.1 の系においてフィードバックを施すと図 1.2 が得られ、これがフィードバック制御系の基本的な構成と、そこで取り扱われる信号である。図から明らかなように、フィードバック制御系では制御量を時々刻々検出し、制御命令と比較し両者の間に差（これを制

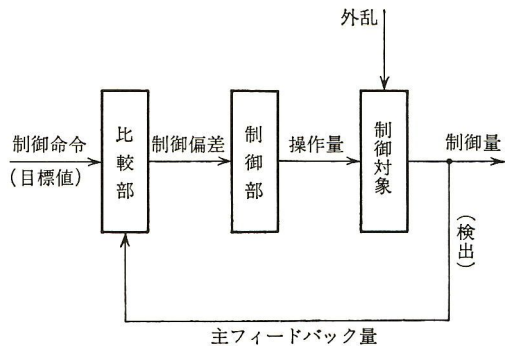


図 1.2 フィードバック制御系の構成

御偏差という)があればこの差を常に零にするような操作を加えることによって制御を行う方式である。なお定量的制御の場合、制御命令は常に具体的な数値で与えられることとなるため、制御命令のことを目標値と呼ぶこともある。フィードバック制御の特徴は、外乱がなんであっても、これには無関係に制御が行えることである。この反面、制御量を検出し実際に制御を行うまでの間に時間的な遅れがあると、不安定になったり、不安定にならないまでも修正動作

が遅れて、これが問題とされがちである。

これに対して、フィードフォワード制御は、図 1.3 に示すように直接外乱を検出し、この外乱の影響が零になるように制御する方式である。このためフィードフォワード制御は外乱補償法ともいわれている。この制御では外乱

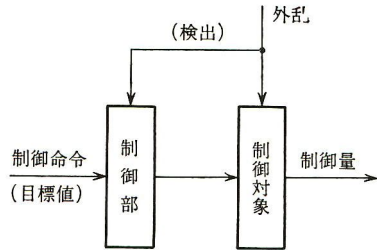


図 1.3 フィードフォワード制御

が検出されると、すみやかに補償が行われるため、この点では優れた特性をもつといえる。この反面、全ての外乱を検出しなければ制御を行うことができず、実用上大きな制約となってくる。

次に定量的制御系は、制御量が具体的にどんな物理量であるのかによって通常次の三つに分類されている。

- (i) サーボ機構
- (ii) プロセス制御系
- (iii) 自動調整系

(i) のサーボ機構は、制御量が位置もしくは角度である制御系で、ロボットの手または足の制御、工作機械に用いられている制御、などはこの代表的な例である。

(ii) のプロセス制御では、制御量として、湿度、温度、圧力、流量、液面、pH濃度、など化学反応プロセスにおいて問題となる物理量を制御している。化学反応自体がそうであるように、この制御系では時間的に遅い現象を取り扱っていくのが普通である。

(iii) の自動調整系では、制御量が速度、トルク電流、電圧、力率、周波数、などのものを総称して呼んでいる。この制御系では、すでに述べた (i)、(ii) の制御系と比較して、時間的に速い制御動作が必要とされている。

最後に、制御系に加えられる制御命令に注目してみる。定量的制御系では制御命令のことを目標値というが、目標値として

(i) 値が時間的に変化する場合

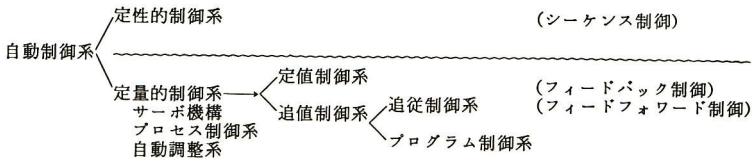
(ii) 値が時間的に変化しない場合

に分けることができる。制御系が (i) のもとで動作する場合を**追値制御系**と呼んでいる。この追値制御は、さらに二つに分類される。目標値の変化があらかじめわかっている、これに対する対策がたてられる場合を**プログラム制御**といい、変化の様子があらかじめわかっていない場合を**追従制御**という。

これに対して、(ii) のように目標値が常に一定である場合を**定値制御**という。

以上制御系を種々の観点から分類してきたが、これらを表にすると表 1.1 が得られる。

表 1.1 自動制御系の分類



第 8 章以後で述べる現代制御理論では、さらにインパルス状外乱がある場合の定値制御問題をレギュレータ問題、目標値が特定のクラスの時間関数で与えられる追従制御問題をサーボ問題と呼ぶことが多いようである。これらの問題は用いられる理論にもとづく分類である。

演習問題

- 1.1 家庭内でフィードバック制御が用いられている例をみつけ出し、分類してみよ。
- 1.2 シーケンス制御の例を考えよ。

索引

(五十音順)

あ行

安定 (stability)54, 87, 127
安定化 (stabilization)163
安定化補償器 (stabilizer)197
安定行列 (stable matrix)127
安定度 (relative stability)89

行き過ぎ量 (overshoot)55
位相交差角周波数 (phase-crossover
angular frequency).....95
位相特性曲線 (phase characteristic
curve)75
位相余有 (phase margin)90
1形の制御系 (type 1 system) ...50, 202
1次遅れ要素 (first order lag element)
.....44
一巡周波数応答 (loop frequency
response)84
一巡伝達関数 (loop transfer function) 51
インデシアル応答 (indicial response) ...59
インパルス応答 (impulse response) ...39

 l 形の制御系 (type l system)202
枝 (branch)22

応答 (response)53
遅れ補償 (phase-lag compensation) ...106
遅れ補償要素 (phase-lag compensating
element)107
オブザーバ (observer)177, 179
オブザーバの極 (pole of observer) ...180
重み関数 (weighting function)39

か行

外乱 (disturbance)3
開ループ系 (open loop system)84
可観測 (observable)141
可観測性行列 (observability matrix) ·142
可観測正準形式 (observable canonical
form)155
隠れたモード (hidden mode)146
可制御 (controllable)141
可制御性行列 (controllability matrix)
.....142
可制御正準形式 (controllable canonical
form)152
過渡応答 (transient response).....55
過渡特性 (transient characteristic) ...55
過渡特性補償 (transient characteristic
compensation)103
カルマン方程式 (Kalman equation) ...213
頑健性 (robustness)193

共振角周波数 (resonant angular
frequency).....80
共振値 (peak resonance)80
強制系 (forced system)122
逆行列の公式 (matrix inversion lemma)
.....190
行列指数関数 (matrix exponential
function)121
極 (pole)53, 120
極-零点消去 (pole-zero cancellation) ·146

ゲイン交差角周波数 (gain-crossover
angular frequency).....90
ゲイン定数 (gain constant)45

ゲイン特性曲線 (gain characteristic curve).....74
 ゲインベクトル (gain vector)177
 ゲイン補償法 (gain compensating method)105
 ゲイン余有 (gain margin)94
 ケーリー・ハミルトンの定理 (Cayley-Hamilton theorem) ...152, 159
 検出量 (detecting value).....161
 減衰定数 (damping factor)45
 厳密にプロパー (strictly proper)119
 高次遅れ系 (higher order lag system)・62
 固有角周波数 (natural angular frequency).....45
 固有値 (eigenvalue)125
 固有ベクトル (eigenvector)125
 根軌跡法 (root locus method)170
 コンパニオン行列 (companion matrix) 153

さ 行

サーボ機構 (servomechanism)4
 サーボ系 (servosystem)193
 最終値 (final value)34
 最終値の定理 (final value theorem) ...35
 最小次元状態オブザーバ (least order state observer)180
 最適フィードバック制御 (optimal feedback control)213
 左半面 (left half plane (LHP))127
 座標変換 (coordinate transformation) 137
 座標変換行列 (coordinate transforming matrix).....137
 シーケンス制御 (sequence control)2
 シグナルフロー線図 (signal flow diagram)6, 21

実現 (realization)158
 時定数 (time constant)45
 自動制御 (automatic control).....1
 自動調整系 (automatic regulating system)4
 遮断角周波数 (cut-off angular frequency).....80
 自由系 (free (unforced) system)122
 周波数応答 (frequency response)68
 出力信号 (変数) (output signal) ...6, 117
 出力方程式 (output equation)117
 手動制御 (manual control).....1
 状態観測器 (observer)179
 状態推移行列 (state transition matrix) 122
 状態フィードバック制御 (state feedback control).....162
 状態変数 (state variable)117
 状態変数線図 (state variable diagram) 117
 状態方程式 (state equation)..... 115, 117
 常微分方程式 (ordinary differential equation)37
 初期外乱 (initial disturbance)162
 初期値 (initial value).....34
 初期値の定理 (initial value theorem)....35
 進み補償法 (phase-lead compensation) 106, 110
 進み補償要素 (phase-lead compensating element)110
 ステップ応答 (step response)59
 制御 (control)1
 制御系 (control system)1
 制御対象 (controlled process)1
 制御命令 (control command).....1
 制御偏差 (controlled deviation).....3
 制御量 (controlled variable)1
 正準系 (canonical system)139

正準形式 (canonical form)139
 積分器 (integrator)116
 積分制御 (integrating control)202
 積分要素 (integrating element)15
 折点 (角) 周波数 (corner (angular) frequency)76
 0 形の制御系 (type 0 system)50
 漸近安定 (asymptotically stable)127
 相似 (similarity)138
 相変数表示 (phase variable representation)20, 150
 双対系 (dual system)144
 双対性の定理 (theorem of duality)144
 操作量 (actuating value)1
 速応性 (speed response characteristic) 128, 163

た 行

対角行列 (diagonal matrix)126
 対角正準形式 (diagonal canonical form)141
 対角変換 (diagonal transformation)126
 対角変換行列 (diagonal transformation matrix)126
 代表モード (dominant mode)128
 たたみ込み積分 (convolution integral)41
 単位インパルス関数 (unit impulse function)26
 単位ステップ応答 (unit step response)59
 単位ステップ関数 (unit step function)28
 単位フィードバック制御系 (unit feedback control system)198
 単位ランプ関数 (unit ramp function)28

直接フィードバック制御 (direct feedback control)169
 直列補償 (series compensation)104
 直列補償器 (series compensator)174

追従制御系 (tracking control system)5
 定常応答 (steady-state response)55
 定常値 (steady-state value)34
 定常特性 (steady-state characteristic)55
 定常偏差 (steady-state error)55
 定常偏差補償器 (steady-state error compensator)197
 定値制御 (constant-value control)5
 定値制御系 (constant-value control system)193
 デルタ関数 (delta function)26
 展開定理 (expansion theorem)29
 伝達関数 (transfer function)7, 120

等価変換 (equivalent transformation)9
 動的補償器 (dynamical compensator) 174
 特性根 (characteristic root)53
 特性多項式 (characteristic polynomial) 139
 特性方程式 (characteristic equation)12f, 53
 特性補償 (characteristic compensation) 102
 トランスミッタンス (transmittance)22

な 行

ナイキストの判定法 (Nyquist criteria)87
 内部モデル原理 (internal model principle)200

2 形の制御系 (type 2 system)50
 ニコルス線図 (Nichols chart)97
 2 次遅れ要素 (second order lag element)44
 入力信号 (変数) (input signal)6, 117

は行

バルデルモンド行列 (Vandermonde matrix).....	143
微分要素 (differentiating element).....	15
微分器 (differentiator).....	180
不安定 (unstable).....	55, 86, 127
フィードバック係数ベクトル (feedback coefficient vector).....	162
フィードバック制御 (feedback control).....	2
フィードバック制御系 (feedback control system).....	44
フィードバック伝達関数 (feedback transfer function).....	50
フィードフォワード制御 (feed-forward control).....	2
不可観測 (unobservable).....	145
不可観測な極 (unobservable pole).....	146
不可制御 (uncontrollable).....	145
不可制御な極 (uncontrollable pole).....	146
節 (node).....	22
フーリエ変換 (Fourier transformation).....	69
プログラム制御 (program control).....	5
プロセス制御系 (process control system).....	4
ブロック線図 (block diagram).....	6
併合系 (incorporated system).....	183
閉ループ系 (closed loop system).....	84
閉ループ伝達関数 (closed loop transfer function).....	63

並列補償 (parallel compensation).....	104
並列補償器 (parallel compensator).....	183
ベクトル軌跡 (vector locus).....	71
偏差システム (error system).....	129

ボード線図 (Bode diagram).....	74
補償要素(器) (compensator).....	103
健全性 (integrity).....	186

ま行

前向き伝達関数 (forward transfer function).....	50
むだ時間要素 (dead time element).....	44, 46
モード (mode).....	127, 141
モード展開 (modal expansion).....	127
目標値 (reference).....	3

ら行

ラウス表 (Routh table).....	130
ラウス・フルビッツの判定法 (Routh · Hurwitz criteria).....	130
ラプラス逆変換 (inverse Laplace transformation).....	29
ラプラス変換 (Laplace transformation).....	25
リッカチ方程式 (Riccati equation).....	213
臨界制動 (critical damping).....	61
レギュレータ (regulator).....	163
レギュレータの極 (pole of regulator).....	163

— 著者略歴 —

中野 道雄 (なかの みちお)

1968年 東京工業大学大学院博士課程修了
(電気工学専攻), 工学博士

1968年 東京工業大学助手

1973年 東京工業大学助教授

1986年 東京工業大学教授

1999年 東京工業大学名誉教授

1999年 拓殖大学教授

2008年 拓殖大学退職

美多 勉 (みた つとむ)

1975年 東京工業大学大学院博士課程修了
(電気工学専攻), 工学博士

1975年 千葉大学講師

1979年 千葉大学助教授

1990年 千葉大学教授

1995年 東京工業大学教授

2003年 逝去

制御基礎理論 —古典から現代まで—

Basic Theory of Control —Classical Control and Modern Control—

© Michio Nakano, Tsutomu Mita 2014

2014年 9月30日 初版第1刷発行

★

2016年 5月20日 初版第3刷発行

検印省略

著者 中野道雄

美多勉

発行者 株式会社 コロナ社

代表者 牛来真也

印刷所 有限会社鈴木印刷所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話 (03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-03213-0 (中原) (製本: 愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします