

# ま え が き

## 本 書 の 内 容

今世紀は、人間と共生できるロボットの世紀といわれています。このようなロボット製作には、常に変化する環境下で人間と協調して振る舞う知的エージェント技術が必要とされます。知的エージェント技術としては、人間の目的を実現する合理的な行為を推論する意思決定が必要となります。このような推論機構を理解するためには、その基本原理である命題論理、述語論理、導出原理、そして様相論理の理解が必要です。

### 本書で学ぶこと

本書では、これら数理論理学の諸概念に初めて接する大学2,3年生を対象とし、筆者らが所属する近畿大学の情報学科で10年以上実施してきた数理論理学や知的エージェントに関する講義で提示してきたさまざまな例題を用いて、命題論理、述語論理、様相論理をできるだけ容易に解説することを意図しています。これらを解説する書籍は多数発行されていますが、どうしても形式的な記述と正確な証明を与えることに重きが置かれ、それに基づく授業は、筆者の学生時代の経験からも、数理論理学の初学者である大学2,3年生にとってはハードルの高いもの（人によっては苦痛、人によっては安眠タイム）になりがちでした。

### 本書の特徴 1 (Prolog プログラミング学習の併用)

そこで、述語論理については、論理型言語 Prolog の解説をする章を用意し、

実際に自動推論を体験しながら、その裏にある形式的な原理を追っていくという授業形態に対応できる章立てになっています。Prolog を用いると、確定節の集合としてのデータベースと、データベースへの問合せ、およびこれらのデータを元にした知識の推論が、ほかの言語を用いるよりもはるかに容易に実現できます。本書ではこのことを体験でき、決して安眠タイムにならないような特徴的な〈例〉を用意しています。漫画「ちびまる子ちゃん」<sup>†</sup>は、国内でも指折りに有名な一家であり、多くの学生が直感的に家族関係という構造を頭に思い浮かべることができる一家であると思います。本書で用意する〈例〉は、ちびまる子ちゃん一家(さくら家)の家族構成をそのまま利用してデータベースを構築し、さくら家の家族関係を問い合わせるような再帰処理を行うプログラムです。このような再帰的に動作するプログラムを読者に作成・実行してもらうことで、自動推論の仕組みが容易に理解できるようになります。

## 本書の特徴 2 (定理の証明ではなく例題重視)

述語論理の各種定義や定理の解説に関しては、できるだけ多くの直感的な〈例〉を掲載するように配慮しています。各種定理の証明については、すでに多くの書籍に掲載されており、また、その証明を大学 2, 3 年生が講義の中で理解することは時間的にも無理があるため、思い切って切り捨てます。その代わりにそれらの定理の意味がわかりやすくなるような〈例〉を多数用意しました。

これら数理論理学の基礎を解説した後、本書では、知的エージェントが行う合理的な行為を推論する意思決定機構の原理となる様相論理について解説します。日常生活に関する多くの推論には、その推論が行われる状況や時間の前後関係などのさまざまな要因が含まれます。例えば、「彼は、システムエンジニアになるかもしれない」のような、やがてそうなりうる可能性を持つ「可能性」や「彼は、いつも積極的である」のような、それ以外ではありえない「必然性」などを扱うことが必要となります。しかし、命題論理や一階述語論理では、このような状況の変化を扱うことはできません。様相論理とは、このような物事

<sup>†</sup> 本書に登場する「ちびまる子ちゃん」は、さくらももこ氏の著作物です。

の有り様や様子, 「可能性」や「必然性」などを扱うことのできる論理です。

様相論理は, 命題論理や述語論理をベースにした論理です。したがって, 様相論理を学習することで, 命題論理や述語論理のより深い理解にもつながります。本書では目的を達成する「合理的エージェント」を〈例〉として, そのようなエージェントが備えるべき性質を様相論理を用いて形式的に表現する方法を学びます。形式的記述の学習効果として, 論理的思考の訓練になるとともに, 厳密に記述することを目指すことで, まぎれのない議論ができるようになります。

## 本書の構成

本書で学習する各章の内容を簡単にまとめておきます。

1章は, 集合に関する基礎的な内容です。それ以降の章で多用する集合に関する各種表記方法に疑問が生じた際に, 辞書的な使い方をすることを意図しています。

2章から6章を順番に学習することで, 数理論理学の内容が基礎から無理なく習得できます。ただし, 7章は後回しにせず, できれば3, 4章の述語論理の内容と Prolog プログラミングの内容を並行に学習されることをおすすめします。

2章では, 数理論理学の中でも最も基本的な命題論理について学習します。

3章では, 個別の「ものごと」を明記し「ものごと」の性質や複数の「ものごと」の関係, 「ものごと」の量に関する知識を表現できる述語論理について学習します。

4章では, Prolog など論理型言語の基本原則となっている導出原理について学習します。

5章では, 状況や場面や時刻に依存して真偽が変化する命題を扱うことができるさまざまな様相論理について学習します。

6章では, 様相論理の一つである BDI logic の論理式を用いて合理的エージェントの振舞いを厳密に記述します。この記述例を用いて形式的な記述のメリットについて学習します。

7章は Prolog 入門です。Prolog の処理系である SWI-Prolog を各種 OS ごとにインストールする方法を解説し、SWI-Prolog を使って簡単な Prolog プログラミング方法を学習します。

なお、本書を使った講義用の資料、本書に掲載した図、様相論理に関する定理の証明などの補足資料を案内するページを Web 上に用意しました。下記の URL を参照してください。

<http://www.info.kindai.ac.jp/MLRA/>

2014 年 8 月

著 者

# 目 次

## 1. 集 合

1.1 集合の表し方 .....	1
1.2 集合の要素や集合間の関係 .....	3

## 2. 命 題 論 理

2.1 命題論理の構文論 .....	9
2.1.1 命題論理の論理式 .....	10
2.1.2 演算子の優先順位を用いた論理式の省略形 .....	13
2.2 命題論理の意味論 .....	14
2.2.1 命題論理の意味領域 .....	15
2.2.2 命題論理の解釈 .....	16
2.2.3 命題論理の論理式の性質 (恒真, 充足可能, 充足不能) .....	19
2.3 命題論理の論理式の等価性 .....	20
2.4 タブローの方法 .....	23
2.4.1 タブローの方法の概要 .....	23
2.4.2 タブローの構成 .....	24
2.4.3 構成規則の適用順序 .....	35
2.4.4 タブローによる論理式の恒真性の証明方法 .....	37
2.4.5 タブローの方法の健全性と完全性 .....	40
2.5 命題論理の公理と推論規則 .....	40

演習問題	44
------	----

### 3. 述語論理

3.1 述語論理の構文論	45
3.1.1 述語とは	46
3.1.2 述語論理で用いる記号と arity	46
3.2 述語論理の意味論	55
3.2.1 対象領域と割当て	55
3.2.2 述語論理の解釈	61
3.2.3 述語論理の論理式の性質（恒真，充足可能，充足不能）とモデル	65
3.3 述語論理の論理式の等価性	66
3.3.1 等価性の定義	66
3.3.2 限定子を含む等価な論理式	69
3.3.3 等価な論理式一覧（変換規則）	74
演習問題	75

### 4. 導出原理

4.1 論理式の標準形	77
4.1.1 冠頭標準形	78
4.1.2 冠頭連言標準形	80
4.1.3 スコーレム標準形	82
4.1.4 節集合	87
4.2 導出原理による推論	89
4.2.1 導出原理の概要	89
4.2.2 単一化と mgu	92

4.2.3 導出原理を用いた推論手順	97
4.3 導出原理の健全性と完全性	104
4.3.1 エルブラン解釈	104
4.3.2 エルブランの定理	109
演習問題	111

## 5. 様相論理

5.1 命題様相論理	114
5.1.1 様相演算子	115
5.1.2 命題様相論理の構文論	115
5.1.3 可能世界を用いた意味論	117
5.1.4 命題様相論理の論理式の性質	120
5.1.5 体系 $K$	121
5.1.6 いろいろな様相論理	123
5.1.7 恒真な論理式と到達可能関係	124
5.2 命題線形時間時相論理	125
5.2.1 時相オペレータ	126
5.2.2 PLTLの構文論	127
5.2.3 PLTLの意味論	128
5.3 命題分岐時間時相論理 CTL	129
5.3.1 経路限定子	130
5.3.2 CTLの構文論	131
5.3.3 CTLの意味論	131
5.4 命題分岐時間時相論理 CTL*	134
5.4.1 CTL*の構文論	134
5.4.2 CTL*の意味論	135

5.5 命題信念様相論理	137
5.5.1 信念オペレータ	137
5.5.2 命題信念様相論理の構文論	137
5.5.3 命題信念様相論理の意味論	138
5.5.4 命題信念様相論理の体系	138
演習問題	141

## 6. 合理的エージェント

6.1 意図の理論の概要	142
6.1.1 意 図	142
6.1.2 計 画	143
6.1.3 意図の理論の概要	144
6.2 BDI logic	145
6.2.1 心的状態の様相演算子	145
6.2.2 CTL*の拡張モデル	146
6.2.3 心的状態の様相と時相様相の二重構造の世界	147
6.2.4 イベントに関する論理式	149
6.2.5 BDI logic の構文論	150
6.2.6 BDI logic の意味論	151
6.3 合理的エージェントの振舞い	154
6.3.1 実践的推論	154
6.3.2 実践的推論の事例	155
6.3.3 実践的推論に関する BDI logic を用いた記述例	157
6.3.4 意 図 の 実 行	157
6.3.5 意図の実行に関する BDI logic を用いた記述例	158
6.4 コミットメント戦略の振舞い	158



6.4.1	コミットメント戦略	158
6.4.2	BDI logic を用いた記述例	159
6.4.3	意図の実行例	159
6.5	心的状態の整合性とモデルの制限	160
6.5.1	強い現実主義	160
6.5.2	虫歯治療の事例	161
6.5.3	心的状態の整合性の適用範囲	162
6.6	形式化のメリット	163

## 7. Prolog

7.1	Prolog の処理系 SWI-Prolog	164
7.1.1	SWI-Prolog の入手方法	165
7.1.2	SWI-Prolog のインストール方法	165
7.1.3	専用フォルダの準備と SWI-Prolog の起動方法	168
7.2	簡単なプログラムによる Prolog プログラミング	169
7.2.1	Prolog プログラム	169
7.2.2	プログラムの読み込み	170
7.2.3	プログラムに誤りがある場合の対応	171
7.2.4	プログラムの表示 (listing)	172
7.2.5	プログラムの利用方法 1 (ゴール節による問合せ)	173
7.2.6	プログラムの利用方法 2 (変数を含むゴール節)	174
7.3	一般的な確定節	176
7.3.1	規則の導入	177
7.3.2	コメント	179
7.3.3	複合的な条件の表現方法	179
7.3.4	$\backslash =$ と $=$	181

7.3.5	確定節, 事実節, ゴール節, ホーン節	182
7.4	プログラムの手続的解釈と SLD 導出	183
7.4.1	手続き定義としての確定節と, 手続き呼出しとしてのゴール節	183
7.4.2	SLD 導 出	183
7.4.3	プログラムの実行順序	185
7.5	再 帰 処 理	186
7.5.1	バックトラック	187
7.5.2	再帰処理を書く際の方針	189
7.6	リ ス ト 処 理	190
7.6.1	リスト処理に用いられる項 [ Head   Tail ]	190
7.6.2	リストに対する再帰処理	192
7.7	宣言的プログラミング	194
7.8	バックトラック制御用述語 カット (cut) 「!」	199
7.9	算術演算を含むプログラムとカット	202
	演 習 問 題	204
	引用・参考文献	206
	索 引	208

# 1 | 集 合

これから数理論理学に関するさまざまな事項を学習していきますが、その中で集合に関する多くの用語、記法などの基礎知識を用います。すでに中学、高校、大学の数学の授業で学習している内容ですが、本書を読み進める準備として、集合に関する諸概念を復習します。

## 1.1 集合の表し方

集合 (set) とは、明確に定義された「もの」の集まりのことです。ここでいう「もの」とは、自動車や動物など現実のもののほか、整数、実数など概念上のものを含みます。例えば“自然数”のように「もの」の個数が無限個になる場合も含め、明示的にそれがなんであるかを特定できるものに限ります。本節では、集合を表記する方法を学習します。

### 外 延 的 記 法

集合を表記するときに最も簡単な方法は、それに属するものを直接書き並べることです。例えば、りんご、みかん、バナナの三つの果物からなる集合は単に、式 (1.1) のように書くことができます。

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \tag{1.1}$$

このような集合の書き方を外延的記法といいます。この集合に対して、りんご、みかん、バナナはこの集合の要素または元といいます。

なお、重複する要素は一つとみなして、{りんご, みかん, バナナ, りんご}

は式(1.1)の集合と等しい集合になります。また、各要素は順序付けられていないので、{バナナ, みかん, りんご}も式(1.1)と等しい集合になります。集合の等しさ(=)については1.2節で正確に定義します。

### 内 包 的 記 法

外延的記法では、すべての果物からなる集合を書こうとするとちょっと困ります。

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ, キウイ, パパイヤ, パイナップル, \dots}\}$$

キリがないですね。こういうときに便利なのが内包的記法と呼ばれる、式(1.2)のような書き方です。

$$\{x \mid x \text{ は果物}\} \quad (1.2)$$

縦棒“|”の左側に集合の要素を表す変数( $x$ でも $y$ でもなんでも構いません)を、右側にその要素が満たすべき条件を書きます。

### 空 集 合 ( $\emptyset$ )

なにも要素を持たない集合、あえて外延的記法で書くと $\{\}$ となるのですが、これを1文字で $\emptyset$ と書きます。

### 特別な意味を持つ集合

空集合 $\emptyset$ 以外にも数学でよく使用される特別な意味を持つ集合がいくつかあります。それらの表記方法を表1.1にまとめておきます。

表 1.1 特別な意味を持つ集合の表記方法

集合を表す記号	集合の種類	使用例(その意味)
$\mathbb{N}$	自然数全体の集合	$n \in \mathbb{N}$ ( $n$ は自然数)
$\mathbb{Z}$	整数全体の集合	$z \in \mathbb{Z}$ ( $z$ は整数)
$\mathbb{R}$	実数数全体の集合	$r \in \mathbb{R}$ ( $r$ は実数)
$\mathbb{Q}$	有理数全体の集合	$q \in \mathbb{Q}$ ( $q$ は有理数)

本書では、これら以外にも特別な集合がこの後にいくつか登場します。例えば、真理値の集合  $\mathbb{B}$  (p. 15) や、論理式全体の集合  $\mathbb{E}$  (p. 11) などです。これらのように「特別な意味を持つ集合」を、本書では白抜ききのボールド体フォント<sup>†</sup>で表記します。

## 1.2 集合の要素や集合間の関係

ある集合が与えられたとき、ある「もの」がその集合の要素か否かを明示したり、ある集合が別の集合に含まれるか否かの包含関係を明示したり、複数の集合から新たな集合を求めたりするなど、集合に対してさまざまな操作を行うことができます。本節では集合に対するこれらの操作の表記方法についてまとめます。

### 要素と集合の関係 ( $\in$ )

ある「もの」 $x$ がある集合  $X$  の要素であることを、 $x \in X$  のように表します。例えば、りんごが式 (1.1) の集合の要素であることを、式 (1.3) のように書きます。

$$\text{りんご} \in \{\text{りんご}, \text{みかん}, \text{バナナ}\} \quad (1.3)$$

もちろん、 $\text{りんご} \in \{x \mid x \text{ は果物}\}$  のように、内包的記法にも有効です。

### 部分集合 ( $\subseteq$ )

ある集合  $X$  のすべての要素がある集合  $Y$  の要素になっているとき、 $X \subseteq Y$  と書き、 $X$  は  $Y$  の部分集合であるといいます。例えば、りんご、みかん、バナナはすべて果物ですので式 (1.2) の要素でもあります。したがって、式 (1.4) のように書くことができます。

---

<sup>†</sup> フォントとは、印刷・画面表示用の文字の形のことで、例えば太文字のボールド体フォントや斜体の *Italic Font*、それら以外にもさまざまなフォントがコンピュータでは使用できます。

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \subseteq \{x \mid x \text{ は果物}\} \quad (1.4)$$

なお、空集合  $\emptyset$  はあらゆる集合の部分集合になることを覚えておいてください。

### 集合間の等しさ (=)

集合  $X$  が集合  $Y$  の部分集合 ( $X \subseteq Y$ ) であり、しかも  $Y$  が  $X$  の部分集合 ( $Y \subseteq X$ ) のとき、 $X$  と  $Y$  はたがいに等しい集合といい、 $X = Y$  と書きます。

### 真部分集合 ( $\subsetneq$ )

集合  $X$  が集合  $Y$  の部分集合であり、しかも  $Y$  が  $X$  の要素以外の要素も含んでいるとき、つまり  $X$  と  $Y$  が等しくないとき  $X \subsetneq Y$  と書き、 $X$  は  $Y$  の真部分集合であるといいます。例えば、式 (1.2) の集合は明らかに、りんご、みかん、バナナ以外の果物も要素としているので、式 (1.5) のように書くことができます。

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \subsetneq \{x \mid x \text{ は果物}\} \quad (1.5)$$

### 部分集合 $\subseteq$ と真部分集合 $\subsetneq$ の違い

部分集合、真部分集合とも同じ集合を使って説明したので混乱したかもしれませんが、「ある集合  $X$  のすべての要素がある集合  $Y$  の要素」が部分集合の定義ですので

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \subseteq \{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \quad (1.6)$$

は正しい式です。しかし、式 (1.6) の右辺の集合の要素は左辺の集合の要素以外の要素を含まないので

$$\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \subsetneq \{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \quad (1.7)$$

は誤った式です。 $\{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \subsetneq \{\text{りんご, みかん, バナナ, キ}$

ウイ}なら正しい式になります。つまり部分集合の場合は両辺が同じ集合でも構いませんが、真部分集合では両辺が同じ集合では許されないということになります。

ここで、正しい式、誤った式、許される、許されないという言い方をしましたが、正確には「成り立つ」「成り立たない」、あるいは「真である」「偽である」という言い方をしなければなりません。このあたりになると論理学の話題になってしまいますので、詳しくは2章で学習します。

### 和 集 合 ( $\cup$ )

集合  $X$  と集合  $Y$  の要素をすべて要素として持ち、それら以外の要素を持たない集合を  $X$  と  $Y$  の和集合といい、式 (1.8) のように書きます。

$$X \cup Y \quad (1.8)$$

例えば、集合 {りんご, みかん, バナナ} と集合 {りんご, キウイ, パイナップル} の和集合を  $Z$  とすると、式 (1.9) のようになります。

$$\begin{aligned} Z &= \{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \cup \{\text{りんご, キウイ, パイナップル}\} \\ &= \{\text{りんご, みかん, バナナ, キウイ, パイナップル}\} \end{aligned} \quad (1.9)$$

### 積 集 合 ( $\cap$ )

集合  $X$  と集合  $Y$  の共通の要素をすべて要素として持ち、それら以外の要素を持たない集合を式 (1.10) のように書き、この集合を  $X$  と  $Y$  の積集合と呼びます。

$$X \cap Y \quad (1.10)$$

例えば、集合 {りんご, みかん, バナナ} と集合 {りんご, キウイ, パイナップル} の積集合を  $Z$  とすると、式 (1.11) のようになります。

$$\begin{aligned} Z &= \{\text{りんご, みかん, バナナ}\} \cap \{\text{りんご, キウイ, パイナップル}\} \\ &= \{\text{りんご}\} \end{aligned} \quad (1.11)$$

冪 集 合 ( $2^X$ )

集合  $X$  のすべての部分集合からなる集合を  $X$  の冪集合 (power set) といい、 $2^X$  と書きます。例えば、式 (1.1) の集合 { りんご, みかん, バナナ } を  $X$  とすると、 $2^X$  は式 (1.12) のようになります。

$$\begin{aligned} 2^X = \{ & \emptyset, \{ りんご \}, \{ みかん \}, \{ バナナ \}, \{ りんご, みかん \}, \\ & \{ りんご, バナナ \}, \{ みかん, バナナ \}, \\ & \{ りんご, みかん, バナナ \} \} \end{aligned} \quad (1.12)$$

タプル ( $\langle x, y, z, \dots \rangle$ )

複数の要素  $x, y, z, \dots$  の順序付けられたものをタプル (組) といい、 $\langle x, y, z, \dots \rangle$  と書きます。集合と違い各要素には順番があるので、 $\langle りんご, みかん, バナナ \rangle$  と  $\langle バナナ, みかん, りんご \rangle$  は異なるタプルになります。また、タプルでは、 $\langle りんご, みかん, バナナ, みかん \rangle$  のように要素の重複も許されます。

直 積 ( $\times$ )

集合  $X$  と集合  $Y$  の直積とは、それぞれの集合の要素からできるタプルをすべて集めた集合で、正確には式 (1.13) のように定義されます。

$$X \times Y = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in X, y \in Y \} \quad (1.13)$$

$X$  を式 (1.1) の集合 { りんご, みかん, バナナ },  $Y$  を { 80, 30, 100 } という集合とすると、 $X$  と  $Y$  の直積は式 (1.14) のようになります。

$$\begin{aligned} X \times Y = \{ & \langle りんご, 80 \rangle, \langle りんご, 30 \rangle, \langle りんご, 100 \rangle, \\ & \langle みかん, 80 \rangle, \langle みかん, 30 \rangle, \langle みかん, 100 \rangle, \\ & \langle バナナ, 80 \rangle, \langle バナナ, 30 \rangle, \langle バナナ, 100 \rangle \} \end{aligned} \quad (1.14)$$

三つ以上の集合に対しても直積は定義され、例えば集合  $W, X, Y, Z$  の直積は式 (1.15) のようになります。



$$W \times X \times Y \times Z = \{\langle w, x, y, z \rangle \mid w \in W, x \in X, y \in Y, z \in Z\}$$
(1.15)

また、同じ集合  $X$  に対する 2 回以上の直積を、冪乗の記法を使って以下のように表記します。

$$X \times X = X^2, \quad X \times X \times X = X^3, \dots$$

### 二項関係 ( $\mathcal{R}$ )

集合  $X$  と集合  $Y$  の直積  $X \times Y$  の部分集合  $\mathcal{R}$  を、 $X$  と  $Y$  の間の二項関係といいます。特に、 $X = Y$  であるとき、 $\mathcal{R}$  を集合  $X$  (または集合  $Y$ ) 上の二項関係といいます。例えば、実数全体の集合  $\mathbb{R}$  における大小関係に基づく“ $<$ ”は、二項関係の観点から説明すると以下のように定義される  $\mathbb{R}$  上の二項関係です。

$$< = \{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x \text{ は } y \text{ より小さい}\}$$
(1.16)

このとき上記の集合が、 $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  つまり  $\{\langle x, y \rangle \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$  の部分集合になっていることがわかります。

また、ある要素  $x \in X$  と  $y \in Y$  のタプル  $\langle x, y \rangle$  が二項関係  $\mathcal{R}$  の要素であるとき、 $x$  と  $y$  は  $\mathcal{R}$  の関係にあるといい、 $x \mathcal{R} y$  と書きます。例えば 3.8 は 4.2 より小さいので  $\langle 3.8, 4.2 \rangle$  というタプルは式 (1.16) で定義された集合の要素であることから、 $3.8 < 4.2$  と書きます。

### 同値関係

$X$  を  $x_1, x_2, \dots$  という要素からなる集合とします。例えば、 $X$  を整数全体の集合  $\mathbb{Z}$  とするとき、 $x_1 = x_2$  (値が一致)、 $x_1 < x_2$  (値が小さい) など、集合  $X$  上でさまざまな二項関係を定義することができます。二項関係が、反射、対称、推移と呼ばれる下記のような三つの性質を満たすとき同値関係であるといいます。

**定義 1.1** (同値関係) 集合  $X$  上の二項関係  $\mathcal{R}$  が次の三つの性質を満たすとき、 $\mathcal{R}$  は  $X$  上の同値関係であるという。

# 索引

<b>【あ】</b>		<b>【か】</b>	
アトム	50	外延的記法	1
グラント —	50	解 釈	15, 55
<b>【い】</b>		CTL の —	132
意 図	142	CTL* の —	135
— オペレータ	146	述語論理の —	61
— の理論	142	BDI logic の —	153
イベント	149	命題信念様相論理の —	138
意味領域	15	命題線形時間時相	
意味論	10, 15	論理の —	128
CTL の —	131	命題様相論理の —	118
CTL* の —	135	命題論理の —	17
述語論理の —	55	確定節	170, 176
BDI logic の —	151	カット	200
命題信念様相論理の —	138	可能世界	117
命題線形時間時相		可能的	115
論理の —	128	含 意	11
命題様相論理の —	117	関数記号	48
命題論理の —	14	完全性	
<b>【え】</b>		体系 K の —	123
枝	25	タブローの —	40
エルブラン		導出原理の —	104
— 解釈	107	命題信念様相論理の —	139
— 基底	105	命題論理の —	43
— の定理	110	冠頭標準形	78
— モデル	107	冠頭連言標準形	80
— 領域	105	<b>【き】</b>	
<b>【お】</b>		偽	15
親 節	98	木	26
		規則節	177
		基礎項	49
		基礎式	50
		基礎節	109
		— 集合	109
		既分解節点	27
		<b>【く】</b>	
		空集合	2
		空 節	81
		クリプキフレーム	118
		クリプキモデル	118
		<b>【け】</b>	
		継続的	124, 152
		経 路	125, 129
		— 限定子	131
		— 論理式	134, 150
		結合律	21
		現在指向的意図	143
		現実的	115
		健全性	
		体系 K の —	122
		タブローの —	40
		導出原理の —	104
		命題信念様相論理の —	139
		命題論理の —	43
		限定子	49
		全量 —	49
		存在 —	49
		<b>【こ】</b>	
		項	48
		交換律	21

恒 真		(命題様相論理の場合) 120	体系 K	121	
(述語論理の場合)	65	終 点	対称的	124	
(命題様相論理の場合)	120	自由変数	対称律	8	
構文領域		出 現	対象領域	55	
述語論理の —	54	束縛する —	代 入		
命題論理の —	11	述 語	解 —	178	
構文論	10	— 記号	空 —	59	
CTL の —	131	熟 考	最汎単一化 —	96	
CTL* の —	134	述語論理	— の合成	93	
BDI logic の —	150	— の論理式	— 例	60	
命題信念様相論理の —		状態論理式	単一化 —	92	
	137	証 明	タブロー	23, 29	
命題線形時間時相		真	完成した —	34	
論理の —	127	心的状態	— の構成規則	27	
命題様相論理の —	115	信念オペレータ	矛盾した —	35	
公 理	41	真理値	単一化	92	
命題論理の —	41	— 表	— アルゴリズム	94	
合理的エージェント	142	— 割当て	— 代入	92	
ゴール節	173		— 定理	97	
		<b>【す】</b>			
<b>【さ】</b>		推移的		<b>【ち】</b>	
最汎単一化代入	92, 96	推移律	124, 152	直 積	6
サブゴール	173	推論規則	8		
三段論法	41	述語論理の —	77	<b>【つ】</b>	
		命題論理の —	41	強い現実主義	160
<b>【し】</b>		スコープ	54		
事 実	170	スコーレム		<b>【て】</b>	
— 節	170	— 関数	83	定数記号	48
時相オペレータ	126	— 定数	83	手続的解釈	183
時相論理	125	— 標準形	82		
実践的推論	154	<b>【せ】</b>		<b>【と】</b>	
始 点	26	節	81	等価性	
集 合	1	— 集合	87	述語論理式間の —	66
真部分 —	4	— 点	25	代入間の —	96
積 —	5	線形時間クリプキモデル	125	命題論理式間の —	20
部分 —	3	<b>【そ】</b>		導 出	100
冪 —	6	相補リテラル	92	— 演繹	100
和 —	5	束縛変数	53	— 原理	89, 97
充足可能				— 節	98
(述語論理の場合)	65	<b>【た】</b>		到達可能関係	117
(命題様相論理の場合)	120	第 $n$ 導出	100	同値関係	7
充足不能				頭 部	78
(述語論理の場合)	65			ド・モルガンの法則	21

	<b>【な】</b>	変数	48		<b>【よ】</b>		
内包的記法	2	<b>【ほ】</b>		様相演算子	115		
	<b>【に】</b>	ホーン節	182	様相論理	114		
二項関係	7	母式	78	欲求オペレータ	146		
二重否定律	21	ボディー部	177	<b>【り】</b>			
	<b>【ね】</b>			リスト	190		
根	26	<b>【み】</b>		<b>【れ】</b>			
	<b>【は】</b>	道	26	連言標準形	81		
葉	26	完成した——	34	<b>【ろ】</b>			
排中律	19	矛盾した——	34	論理演算子	10		
バックトラック	187	未分解節点	27	論理式			
反射的	124	未来指向的意図	143	CTL の——	131		
反射律	8	<b>【む】</b>		CTL*の——	134		
反駁	100, 101, 102	無名変数	190, 192	述語論理の——	50		
	<b>【ひ】</b>	<b>【め】</b>		符号付き——	25		
必然的	115	命題	9	命題信念様相論理の——	137		
否定	11	——信念様相論理	137	命題線形時間時相			
非分岐型規則	27	——線形時間時相論理	126	論理の——	127		
	<b>【ふ】</b>	——分岐時相論理	131	命題様相論理の——	115		
不一致集合	93	——変数	10	命題論理の——	11		
部分論理式		——様相論理	115	論理積	11		
述語論理の——	51	——論理	9	論理的帰結			
命題論理の——	12	——論理の完全性定理	43	(述語論理の場合)	66		
分岐型規則	27	——論理の論理式	11	(命題論理の場合)	20		
分岐時間クリプキモデル	129	<b>【も】</b>		論理的に等価			
分配律	21	目的-手段推論	154	(述語論理の場合)	67		
	<b>【へ】</b>	モデル	65, 118	(命題論理の場合)	21		
閉路	26	<b>【ゆ】</b>		論理和	11		
閉論理式	54	ユークリッド的	124, 152	<b>【わ】</b>			
ヘッド部	177	有効範囲	53	割当て	16, 56, 105		
		優先順位	13, 51, 116, 127				

$\alpha$ 変換	73	BNF 記法	115	listing	172
arity	46	CTL	131	mgu	96
BDI logic	142	CTL*	134	SLD 導出	184

— 著者略歴 —

加藤 暢 (かとう とおる)

- 1991年 岡山大学工学部情報工学科卒業
- 1993年 岡山大学大学院工学研究科修士課程修了 (情報工学専攻)
- 1997年 岡山大学大学院自然科学研究科博士課程修了 (知能開発科学専攻), 博士 (工学)
- 1998年 日本学術振興会特別研究員
- 2000年 近畿大学講師
- 2011年 近畿大学准教授  
現在に至る

高田 司郎 (たかた しろろう)

- 1979年 大阪大学基礎工学部情報工学科卒業
- 1979年 コンピューターサービス株式会社 (1987年に株式会社CSKに商号変更) 入社
- 1991年 技術士 (情報工学部門)
- 1993年 株式会社けいはんな入社
- 1999年 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士後期課程修了 (情報システム学専攻), 博士 (工学)
- 1999年 株式会社国際電気通信基礎技術研究所 (ATR) 入所
- 2002年 福岡工業大学助教授
- 2003年 近畿大学助教授
- 2007年 近畿大学准教授  
現在に至る

新出 尚之 (にいで なおゆき)

- 1986年 京都大学理学部卒業
- 1988年 京都大学大学院理学研究科修士課程修了 (数理解析専攻)
- 1988年 京都大学助手
- 1992年 奈良女子大学講師
- 2007年 博士 (情報科学) (奈良女子大学)
- 2008年 奈良女子大学准教授  
現在に至る

数理論理学 — 合理的エージェントへの応用に向けて —  
Mathematical Logic for Rational Agents

© Toru Kato, Shiro Takata, Naoyuki Nide 2014

2014年10月30日 初版第1刷発行

★

検印省略

著者 加藤 暢  
高田 司郎  
新出 尚之  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来真也  
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03)3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-02489-0 (柏原) (製本: グリーン)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします