次世代信号情報処理シリーズ　6

Next SIP series

通信の信号処理

―　線形逆問題，圧縮センシング，
確率推論，ウィルティンガー微分　―

田中聡久　監修
林　和則　著

コロナ社

シリーズ刊行のことば

信号処理とは，音声，音響，画像，電波など，連続する数値や連続波形が意味を持つデータを加工する技術です。現代の ICT 社会・スマート社会は信号処理なしには成り立ちません。スマートフォンやタブレットなどの情報端末はコンピュータ技術と信号処理技術が見事に融合した例ですが，私たちがその存在を意識することがないほど，身の回りに浸透しています。さらには，応用数学や最適化，また統計学を基礎とする機械学習などのさまざまな分野と融合しながらさらに発展しつつあります。

もともと信号処理は回路理論から派生した電気電子工学の一分野でした。抵抗，コンデンサ，コイルを組み合わせると，特定の周波数成分を抑制できるアナログフィルタを構成できます。アナログフィルタ技術は電子回路と融合することで能動フィルタを生み出しました。そしてディジタル回路の発明とともに，フィルタもディジタル化されました。一度サンプリングすれば，任意のフィルタをソフトウェアで構成できるようになったのです。ここに「ディジタル信号処理」が誕生しました。そして，高速フーリエ変換の発明によって，ディジタル信号処理は加速度的に発展・普及することになったのです。

ディジタル技術によって，信号処理は単なる電気電子工学の一分野ではなく，さまざまな工学・科学と融合する境界分野に成長し始めました。フィルタのソフトウェア化は，環境やデータに柔軟に適応できる適応フィルタを生み出しました。信号はバッファリングできるようになり，画像信号はバッチ処理が可能になりました。そして，線形代数や統計学を柔軟に応用することで，テレビやカメラに革命をもたらしました。もともと周波数解析を基とする音声処理技術は，ビッグデータをいち早く取り込み，人工知能の基盤技術となっています。電波伝送の一分野だった通信工学は，通信のディジタル化によって信号処理技術

なしには成り立たないうえ，現代のスマート社会を支えるインフラとなっています。このように，枚挙に暇がないほど，信号処理技術は社会における各方面での基盤となっているだけでなく，さまざまな周辺技術と柔軟に融合し新たなテクノロジーを生み出しつつあります。

また，現代テクノロジーのコアたる信号処理は，電気・電子・情報系における大学カリキュラムでは必要不可欠な科目となっています。しかしながら，大学における信号処理教育はディジタルフィルタの設計に留まり，高度に深化した現代信号処理からはほど遠い内容となっています。一方で，最新の信号処理技術，またその周辺技術を知るには，論文を読んだり，洋書にあたったりする必要があります。さらに，高度に抽象化した現代信号処理は，ときに高等数学をバックグラウンドにしており，技術者は難解な数学を学ぶ必要があります。以上のことが本分野へ参入する壁を高くしているといえましょう。

これがまさに，次世代信号情報処理シリーズ “Next SIP” を刊行するに至ったきっかけです。本シリーズは，従来の伝統的な信号処理の専門書と，先端技術に必要な専門知識の間のギャップを埋めることを目的とし，信号処理分野で先端を走る若手・中堅研究者を執筆陣に揃えています。本シリーズによって，より多くの学生・技術者に信号処理の面白みが伝わり，さらには日本から世界を変えるイノベーションが生まれる助けになれば望外の喜びです。

2019 年 6 月

次世代信号情報処理シリーズ監修　田中聡久

ま　え　が　き

現代の無線通信システムはますます大規模化・複雑化・高度化し，通信分野の初学者がその全容を理解しようとしたときにどこから手をつけてよいかすらわからない状況にあります。一方，現代の無線通信システムは，さまざまな信号処理技術がそのほぼすべての構成要素に埋め込まれることで成り立っています。ディジタルコヒーレント方式が採用された近年の光通信システムも同様です。このため，通信システムで利用されている基本的な信号処理手法を理解することが，通信システム全体を理解するための近道となると考えられます。しかし，通信技術者はシステムをレイヤ（層）ごとに切り分けて設計することでその複雑さに対処してきたという歴史的な経緯もあり，通信に関する多くの教科書では，通信路等化や通信路応答推定，ビームフォーミング，ダイバーシティ合成，マルチユーザ検出，MIMO（multiple-input multiple-output）信号検出，無線資源割り当て，I/Q（in-phase/quadrature-phase）不完全補償，波長分散補償，偏波モード分散補償，非線形ひずみ補償，誤り訂正符号の復号など，要素技術ごとに信号処理手法が説明されており，通信システムで利用されている信号処理手法に対する統一的な理解を得ることが難しいという問題があります。

本書は通信分野の非専門家や大学生，大学院生などの初学者を対象としたもので，その特徴は，通信の典型的な問題に対する典型的な信号処理手法について解説することで，現在の通信システムで用いられている最先端の信号処理技術を理解するために必要な最低限の知識を，効率的かつ体系的に提供することを目的としていることです。

第 1 章では，準備として本書で使用する記号の定義と基礎事項について説明します。多くの通信システムでは正弦波で表現される搬送波の二つの直交する成分（同相成分と直交成分と呼ばれ，それぞれ cos 成分と sin 成分に相当しま

す）に情報を載せて送信しますが，オイラーの公式を利用して同相成分と直交成分をそれぞれ複素数の実部と虚部に対応させることにより，等価低域系（ベースバンド系）と呼ばれる複素数を利用した簡潔な入出力表現を得ることができます。通信の信号処理は，ほとんどの場合，ベースバンド系で考えるので，ここで複素数の基礎事項について復習します。また，信号処理ではさまざまな場面でベクトルの「大きさ（長さ）」を評価する必要がありますが，そのためにノルムと呼ばれる関数が利用されます。古典的には ℓ_2 ノルムやユークリッドノルムと呼ばれる，ベクトルの各成分の 2 乗和の平方根がよく利用されましたが，圧縮センシングなどの正則化を利用した最近の信号処理ではさまざまな種類のノルムが利用されるため，ここでノルムの基礎事項についてもおさらいします。

第 2 章では，確率変数や確率過程について復習します。特に通信の信号処理では，確率変数に時間インデックスを付けて並べたもの，すなわち確率過程として信号をモデル化することが多いので，確率過程やその相関行列の性質についてよく理解する必要があります。また，観測に基づいて何らかの推定を行うことは信号処理の最も基本的な問題の一つですが，そこでは，通常の確率変数の独立性だけでなく，ある確率変数に関する観測（実現値）が得られたという条件の下での独立性（条件付き独立性）が重要な役割を果たします。グラフィカルモデルは，多数の確率変数の中に存在する条件付き独立性を抽出し，それを利用した推論アルゴリズムを構成する際に強力なツールとなります。

第 3 章では，複素関数の微分について説明します。通信の信号処理では，複素数の信号に対して複素数の重み係数を用いてさまざまな処理を行います。複素数の重み係数を決める際には何らかの尺度でよいものを選択する必要がありますが，複素数は素朴に大小関係が決まらないため，複素数の重み係数を引数とし実数値の出力をもつ関数（コスト関数や目的関数）についての最適化問題を考えることになります。ところが，複素数の引数をもつ実数値関数は一般に正則（複素微分可能）ではなく，工学部の標準的なカリキュラムで学ぶ複素関数論の知識では最適なフィルタ係数を決定するのが難しいという問題があります。第 3 章で説明するウィルティンガー微分は，非正則な複素関数の勾配を効

率的に計算することができる大変有用な手法です。このような数学的基礎に関する内容は既存の教科書では付録で説明されるのが普通ですが，ウィルティンガー微分は通信の信号処理を理解する上で必要不可欠であり，これについて説明した和書があまりないことから，第3章で説明することにしました。どうしても微積分が苦手な方は，この章の最後に「これだけ覚えておけばOK」という計算ルールをまとめていますので，そこだけ目を通してつぎの章に進んでいただいても結構です。

第4章では，通信の信号処理の典型的な問題設定として，線形観測モデルに対する逆問題，すなわち線形逆問題について考えます。具体的には，興味のある未知ベクトル $\boldsymbol{x}$ に対して既知の行列 $\boldsymbol{A}$ で線形観測を行ったときに，白色の加法性雑音 $\boldsymbol{v}$ を伴って観測されるベクトル $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}$ から未知ベクトル $\boldsymbol{x}$ を推定する問題です。これは素朴ですが，通信の多くの信号処理の問題を表現することが可能なモデルで，極論すると通信の技術者はこのモデルで表現される問題しか考えていないといってもよいほどです。実際，上述の通信路等化や通信路応答推定などのほとんどの通信の問題が線形観測モデルで記述されます。ZF（zero-forcing）推定や最小平均2乗誤差（minimum mean-square-error, MMSE）推定，減算型干渉除去，最大比合成，最大事後確率推定，最尤推定といった基本的な線形逆問題のための手法について説明し，最後に通信応用の例にも触れます。

第5章でも線形観測モデルに基づく信号推定法について考えます。ただし，第4章とは問題設定が異なり，観測ベクトル $\boldsymbol{y}$ の次元が未知ベクトル $\boldsymbol{x}$ の次元よりも小さいことを想定します。これは劣決定線形観測モデルと呼ばれ，未知ベクトルに関する何らかの先験的な知識がない場合には，観測ベクトル $\boldsymbol{y}$ から実際に観測された $\boldsymbol{x}$ を推定することが困難です。このような問題に対しては，実際に観測された $\boldsymbol{y}$ に近いものが得られるような $\boldsymbol{x}$ のうち，ノルムが小さいものを推定値として選ぶという方法，すなわち正則化が利用されます。$\boldsymbol{x}$ のノルムにはさまざまなものが考えられるため，それに応じてさまざまな正則化法が存在します。従来は $\boldsymbol{x}$ の大きさを ℓ_2 ノルムで測る正則化法，すなわち最小ノ

ルム解が広く利用されてきましたが，必ずしも実際に観測された $\boldsymbol{x}$ に近い推定値が得られるという保証はありません。一方，近年では，未知ベクトル $\boldsymbol{x}$ がスパースであること（成分のほとんどが 0 であること）があらかじめわかっているときに ℓ_1 ノルムによる正則化を用いると，ある条件の下で劣決定の線形観測 $\boldsymbol{y}$ から実際に観測された真の $\boldsymbol{x}$ が完全再構成できることが明らかにされたため，ℓ_1 ノルムも正則化によく利用されます。ℓ_1 正則化やそれを基にした手法は圧縮センシングやスパースモデリングと呼ばれ，いまでは信号処理や機械学習に必要不可欠な手法になっています。スパースベクトルの再構成アルゴリズムや再構成の条件についても第 5 章で説明します。

第 6 章では，ある空間に配置された複数のセンサやアンテナで得られた信号に対する信号処理，すなわちアレー信号処理について説明します。第 4 章で説明した線形観測モデルに基づく手法は，アンテナの指向性を制御するビームフォーミングなど，アレー信号処理においても有効ですが，ここでは最も基本的なアレー信号処理の一つである到来方向推定でよく利用される部分空間法について説明します。部分空間法は，センサアレーで観測された信号の相関行列の，異なる固有値に対応する固有ベクトルが直交する性質に基づく信号処理手法で，これを利用した MUSIC（multiple signal classification）法は高分解能の到来方向推定が可能なことで知られています。また，部分空間法と電波干渉計の原理に基づいた ESPRIT（estimation of signal parameters via rotational invariance techniques）法も到来方向推定によく利用されます。到来方向推定は古典的な信号処理技術ですが，観測信号に擬定常性という性質を仮定すると，相関行列をベクトル化することで得られた信号がセンサアレーでの観測信号と同様の構造をもつことを利用して，実際のセンサ素子数よりも多くの到来波の到来方向を推定可能であることが明らかになるなど，最近大きな進展がありました。これらの新しいアプローチについても第 6 章で説明します。

第 7 章では，状態空間モデルに基づく推定法について説明します。状態空間モデルは制御分野でよく利用されますが，通信分野の専門家にはあまり馴染みがないかもしれません。線形ガウス型の状態空間モデルにおける観測モデルは

第 4 章で登場する線形観測モデルそのものですが，システムモデルは通信システムの議論で見かけることはあまりないので，通信分野の専門家にとってやや受け入れ難い印象があるようです。実は，状態空間モデルは，システムの状態を表す未知の確率変数と観測可能な確率変数の同時分布の分解を考え，状態変数と観測のそれぞれについてマルコフ性を仮定することで自然に導出されるモデルです。第 7 章では，状態空間モデルの導出から始めて，予測分布，フィルタ分布，平滑化分布の逐次的な計算法について説明します。粒子フィルタやカルマンフィルタによる具体的な状態推定法についても説明します。

第 8 章では，ベイズの定理に基づく確率推論問題について考えます。ベイズの定理自体は単なる条件付き分布の変換の式ですが，式中の確率変数に対して「興味のある未知確率変数」と「観測可能な確率変数」という役割を与えると，観測結果に基づいて未知変数を推論するための手順を与えてくれるきわめて有用な式となります。その際，観測可能な確率変数の実現値が与えられた下での，興味のある未知確率変数のそれぞれの条件付き確率分布（周辺事後分布）を求めることが主要な課題となります。実際，通信の信号検出の問題ではビット誤り率を最小にすることが求められますが，そのような信号検出は，周辺事後分布の最大値に対応する確率変数の値を推定値とする最大周辺事後確率推定によって実現されます。周辺事後分布の計算は素朴に行うと指数オーダーの計算量になるため，多変量の確率変数を扱う際には計算量的に破綻（はたん）してしまいます。そこで，観測変数と未知変数の同時分布の因数分解を利用して効率的に周辺事後分布を計算するためのアルゴリズムが，第 8 章で説明する確率伝播法（belief propagation, BP）です。確率伝播法は第 2 章で説明するグラフィカルモデル上でメッセージを伝播する形で実行されるアルゴリズムで，シャノン限界に迫る符号として知られているターボ符号や低密度パリティ検査（low density parity check, LDPC）符号の復号，大規模 MIMO 信号検出や圧縮センシングにおけるスパース再構成アルゴリズムなどに応用されています。第 7 章の状態推定で登場する平滑化分布は，実は周辺事後分布そのもので，カルマンフィルタによる平滑化分布の計算は確率伝播法の特別な場合と考えられます。また，隠れマ

ルコフモデルに対する前向き後ろ向き（Bahl–Cocke–Jelinek–Raviv, BCJR）アルゴリズムや，さらには高速フーリエ変換までもが確率伝播法の原理によって導出されます。第 8 章では，ファクターグラフ上の sum-product アルゴリズムとベイジアンネットワーク上での Pearl の BP アルゴリズムについて説明し，確率伝播法の基本的な考え方とその原理を解説します。

本書は読者の皆さんが独学できることを重視し，式変形などをできるだけ省略しないように説明しています。このため，同分野の他書に比べて容易に読み進められると思いますが，式変形がフォローできることと，その手法を理解していることには大きな隔たりがあります。筆者の恩師の原晋介先生にいただいた言葉の一つに「簡単に「わかった」と思ってはいけない」があります。本当は十分に理解できていないのに「わかった」と思い込んでしまうと，それ以降そのことについて学ぶ機会を失ってしまう危険性を指摘された言葉だと理解しています。本書で学ばれる際には白紙とペンを用意して，節ごとに学ばれた手法を何も見ないでそこに説明できるか確認してみてください。もし手が止まってしまったら，それはその節に書かれていることが十分に理解できていないということです。このような姿勢で本書を通読いただけたら，通信分野の研究を行うために必要な基礎体力が身につくことを請け合います。

本書の執筆の機会を与えていただき，初稿について多くの有益なコメントをいただきました「次世代信号情報処理シリーズ」監修の東京農工大学 田中聡久先生に厚く御礼申し上げます。また，名古屋工業大学 和田山 正 先生，大阪公立大学 大野修一 先生，電気通信大学 石橋功至 先生，大阪大学 早川 諒 先生をはじめ，多くの方から有益なコメントをいただきました。どうもありがとうございました。そして，本書の完成まで粘り強くお付き合いくださいましたコロナ社に心より感謝いたします。

2023 年 9 月

林　和則

目　　　次

1.　記 号 と 準 備

2.　確率変数と確率過程

3.　ウィルティンガー微分

4.　線形逆問題のための基本的な手法

5. 圧縮センシング

6. 部 分 空 間 法

7.　状　態　推　定

8.　確　率　推　論

付録：よく使う行列に関する命題と性質

1 記号と準備

Next SIP

本章では準備として本書で使用する記号を定義し，通信の信号処理で必要となる複素数の基礎事項と，ベクトルの大きさを表すノルムについて説明します。

1.1 記号の定義

$\mathbb{R}$ と $\mathbb{C}$ はそれぞれ**実数**（real number）と**複素数**（complex number）の**集合**（set）を表します。$\mathbb{R}^N$ と $\mathbb{C}^N$ はそれぞれ成分が実数と複素数で次元が N のベクトルの集合を表します。$\mathbb{R}^{M\times N}$ と $\mathbb{C}^{M\times N}$ はそれぞれ成分が実数と複素数でサイズが $M\times N$ の行列の集合を表します。ベクトルはボールド体の小文字で，行列はボールド体の大文字でそれぞれ表すものとし，別途定義しない限り，単にベクトルというときは**列ベクトル**（column vector）とします。サイズが $N\times N$ の単位行列は $\boldsymbol{I}_N$，サイズが $M\times N$ で成分がすべて 0 である行列（**零行列**（zero matrix））は $\boldsymbol{0}_{M\times N}$ でそれぞれ表し，文脈からサイズが明らかな場合には特にサイズを明記しないこともあります。$\mathrm{diag}[a_1\ a_2\ \cdots\ a_N]$ は $a_1, a_2, \ldots, a_N$ をこの順で対角成分にもつ $N\times N$ の**対角行列**（diagonal matrix）を表します。$\mathrm{tr}\{\boldsymbol{A}\}$ は正方行列 $\boldsymbol{A}$ の**トレース**（trace），すなわち，対角成分の和を表します。$\det\{\boldsymbol{A}\}$ は行列 $\boldsymbol{A}$ の**行列式**（determinant）を表します。

確率変数（random variable）は大文字で，その**実現値**（realization）は小文字で表記します†。すなわち，確率変数 X の実現値は x と書きます。ただし，

† 本書では，確率変数とは「確率的に値がばらつく変数」という程度の理解で差し支えありません。

本書では行列とベクトルの表記も大文字と小文字で使い分けるので，誤解がないと考えられるときには確率変数と実現値を同じ文字で表すことがあります。その場合には，確率変数なのか実現値なのかを文脈から判断するようにしてください。

1.2 複　素　数

通信の信号処理では，ほとんどの場合，扱う信号を複素数を用いて表現するため，複素数の基礎について理解しておくことが重要です。

複素数とは

$$\mathrm{j}^2 = -1 \tag{1.1}$$

を満たす**虚数単位**（imaginary unit）j と実数を組み合わせて作った数のことです[†]。複素数 $z \in \mathbb{C}$ は，一般に，実数 $x, y \in \mathbb{R}$ を用いて

$$z = x + \mathrm{j}y \tag{1.2}$$

なる形で表されます。式 (1.2) において，x は z の**実部**（real part），y は z の**虚部**（imaginary part）と呼ばれ，それぞれ本書では $x = \Re\{z\}$，$y = \Im\{z\}$ と表記します。

複素数 $z = x + \mathrm{j}y$ に対して，虚部の符号を反転した複素数

$$z^* = x - \mathrm{j}y \tag{1.3}$$

を z の**複素共役**（complex conjugate）と呼びます。定義より明らかに

$$(z^*)^* = z \tag{1.4}$$

が成り立ちます。また，z が実数のとき（つまり，$y = 0$ のとき）は $z = z^*$ となり，逆に $z = z^*$ が成り立つなら z は実数です。

† 通常，虚数単位には文字 i が用いられますが，通信を含む電気工学に関連する分野では文字 i は電流に用いるため，慣例で文字 j が虚数単位としてよく利用されます。

二つの複素数 $z_1 = x_1 + \mathrm{j}y_1$, $z_2 = x_2 + \mathrm{j}y_2$, $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ に対して

$$\begin{aligned}(z_1 + z_2)^* &= (x_1 + \mathrm{j}y_1 + x_2 + \mathrm{j}y_2)^* \\ &= \{(x_1 + x_2) + \mathrm{j}(y_1 + y_2)\}^* \\ &= (x_1 + x_2) - \mathrm{j}(y_1 + y_2) \\ &= x_1 - \mathrm{j}y_1 + x_2 - \mathrm{j}y_2 \\ &= z_1^* + z_2^* \end{aligned} \tag{1.5}$$

なる性質をもちます。また

$$\begin{aligned}(z_1 z_2)^* &= \{(x_1 + \mathrm{j}y_1)(x_2 + \mathrm{j}y_2)\}^* \\ &= \{(x_1x_2 - y_1y_2) + \mathrm{j}(x_1y_2 + x_2y_1)\}^* \\ &= (x_1x_2 - y_1y_2) - \mathrm{j}(x_1y_2 + x_2y_1) \\ &= x_1(x_2 - \mathrm{j}y_2) - y_1(y_2 + \mathrm{j}x_2) \\ &= x_1(x_2 - \mathrm{j}y_2) - \mathrm{j}y_1(x_2 - \mathrm{j}y_2) \\ &= (x_1 - \mathrm{j}y_1)(x_2 - \mathrm{j}y_2) \\ &= z_1^* z_2^* \end{aligned} \tag{1.6}$$

なる性質も信号処理でよく利用されます。

複素数は大きさや重さなどの数量を表す数ではないので，複素数に対して直接的に不等式を考えることができません。そこで，複素数 $z = x + \mathrm{j}y$ の大きさについて考えたい場合は

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{1.7}$$

を考えます。これは複素数 z の**絶対値**（absolute value あるいは modulus）と呼ばれ，その定義から絶対値は非負の実数であることがわかります。

複素数 z の絶対値はその複素共役 z^* を用いて

$$|z| = \sqrt{zz^*} \tag{1.8}$$

と書くこともできます。これを用いると，二つの複素数 $z_1 = x_1 + \mathrm{j}y_1$, $z_2 = x_2 + \mathrm{j}y_2$, $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ に対して

$$\begin{aligned} |z_1 z_2| &= \sqrt{(z_1 z_2)(z_1 z_2)^*} \\ &= \sqrt{z_1 \cdot z_2 \cdot z_1^* \cdot z_2^*} \\ &= \sqrt{z_1 z_1^*}\sqrt{z_2 z_2^*} \\ &= |z_1||z_2| \end{aligned} \tag{1.9}$$

が成り立つことが示されます。

通信の信号処理では，cos や sin を用いた信号の表現と複素数による信号の表現が，次のオイラーの公式によって結びつけられます。

$$e^{\mathrm{j}\omega} = \cos\omega + \mathrm{j}\sin\omega \tag{1.10}$$

ここで，$\omega \in \mathbb{R}$ です。オイラーの公式を用いると

$$\cos\omega = \frac{e^{\mathrm{j}\omega} + e^{-\mathrm{j}\omega}}{2} \tag{1.11}$$

$$\sin\omega = \frac{e^{\mathrm{j}\omega} - e^{-\mathrm{j}\omega}}{2\mathrm{j}} \tag{1.12}$$

が得られます。

$M \times N$ の実あるいは複素行列

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{1.13}$$

に対して，その**転置**（transpose）$\boldsymbol{A}^\mathsf{T}$ は

$$\boldsymbol{A}^\mathsf{T} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{1,0} & \cdots & a_{M-1,0} \\ a_{0,1} & a_{1,1} & \cdots & a_{M-1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{0,N-1} & a_{1,N-1} & \cdots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

で定義されます。定義より，一般に

$$(\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{A} \tag{1.15}$$

が成り立つことが確認できます。また，行列 $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{B}$ の積 $\boldsymbol{AB}$ が定義できるとき（つまり，$\boldsymbol{A}$ の列数と $\boldsymbol{B}$ の行数が一致するとき）

$$(\boldsymbol{AB})^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{B}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}} \tag{1.16}$$

が成り立つことも確認できます。一方

$$\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{A} \tag{1.17}$$

は一般に成り立ちませんが，これを満足する行列 $\boldsymbol{A}$ は**対称行列**（symmetric matrix）と呼ばれます。

行列 $\boldsymbol{A}$ が複素行列の場合は，その各成分の複素共役をとって転置させた行列

$$\boldsymbol{A}^{\mathsf{H}} = \begin{bmatrix} a_{0,0}^* & a_{1,0}^* & \cdots & a_{M-1,0}^* \\ a_{0,1}^* & a_{1,1}^* & \cdots & a_{M-1,1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{0,N-1}^* & a_{1,N-1}^* & \cdots & a_{M-1,N-1}^* \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

をよく考えます。これは行列 $\boldsymbol{A}$ の**エルミート転置**（Hermitian transpose），**共役転置**（conjugate transpose），**随伴行列**（adjoint matrix）と呼ばれます。転置と同様に，一般に

$$(\boldsymbol{A}^{\mathsf{H}})^{\mathsf{H}} = \boldsymbol{A} \tag{1.19}$$

$$(\boldsymbol{AB})^{\mathsf{H}} = \boldsymbol{B}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{A}^{\mathsf{H}} \tag{1.20}$$

が成り立つことが確認できます。また

$$\boldsymbol{A}^{\mathsf{H}} = \boldsymbol{A} \tag{1.21}$$

を満足する行列 $\boldsymbol{A}$ は**エルミート行列**（Hermitian matrix）と呼ばれます。

索　　　引

—— 監修者・著者略歴 ——

田中　聡久（たなか　としひさ）

1997年　東京工業大学工学部電気・電子工学科卒業
2000年　東京工業大学大学院理工学研究科修士課程修了
2002年　東京工業大学大学院理工学研究科博士後期課程修了，博士（工学）
2002年　理化学研究所脳科学総合研究センター研究員
2004年　東京農工大学講師
2006年　東京農工大学助教授
2007年　東京農工大学准教授
2018年　東京農工大学教授
現在に至る

林　和則（はやし　かずのり）

1997年　大阪大学工学部通信工学科卒業
1999年　大阪大学大学院工学研究科博士前期課程修了（電子情報エネルギー工学専攻）
2002年　大阪大学大学院工学研究科博士後期課程修了（電子情報エネルギー工学専攻），博士（工学）
2002年　京都大学助手
2007年　京都大学助教
2009年　京都大学准教授
2017年　大阪市立大学教授
2020年　京都大学教授
現在に至る

通信の信号処理
—線形逆問題，圧縮センシング，確率推論，ウィルティンガー微分—

Signal Processing for Communications
—Linear Inverse Problems, Compressed Sensing, Probabilistic Inference, and Wirtinger Derivative—

2023 年 11 月 2 日　初版第 1 刷発行

検印省略

監 修 者　田中聡久
著　　者　林　和則
発 行 者　株式会社　コロナ社
　　　　　代 表 者　牛来真也
印 刷 所　三美印刷株式会社
製 本 所　有限会社　愛千製本所

112–0011　東京都文京区千石 4–46–10
発 行 所　株式会社　**コロナ社**
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan
振替 00140–8–14844・電話(03)3941–3131(代)
ホームページ　https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978–4–339–01406–8　C3355　Printed in Japan　（齋藤）