Next SIP series

グラフ信号処理の 基礎と応用

__ネットワーク上データのフーリエ変換, __ フィルタリング, 学習

田中聡久 監修 田中雄一 著

シリーズ刊行のことば

信号処理とは、音声、音響、画像、電波など、連続する数値や連続波形が意味を持つデータを加工する技術です。現代のICT社会・スマート社会は信号処理なしには成り立ちません。スマートフォンやタブレットなどの情報端末はコンピュータ技術と信号処理技術が見事に融合した例ですが、私たちがその存在を意識することがないほど、身の回りに浸透しています。さらには、応用数学や最適化、また統計学を基礎とする機械学習などのさまざまな分野と融合しながらさらに発展しつつあります。

もともと信号処理は回路理論から派生した電気電子工学の一分野でした。抵抗、コンデンサ、コイルを組み合わせると、特定の周波数成分を抑制できるアナログフィルタを構成できます。アナログフィルタ技術は電子回路と融合することで能動フィルタを生み出しました。そしてディジタル回路の発明とともに、フィルタもディジタル化されました。一度サンプリングすれば、任意のフィルタをソフトウェアで構成できるようになったのです。ここに「ディジタル信号処理」が誕生しました。そして、高速フーリエ変換の発明によって、ディジタル信号処理は加速度的に発展・普及することになったのです。

ディジタル技術によって、信号処理は単なる電気電子工学の一分野ではなく、さまざまな工学・科学と融合する境界分野に成長し始めました。フィルタのソフトウェア化は、環境やデータに柔軟に適応できる適応フィルタを生み出しました。信号はバッファリングできるようになり、画像信号はバッチ処理が可能になりました。そして、線形代数や統計学を柔軟に応用することで、テレビやカメラに革命をもたらしました。もともと周波数解析を基とする音声処理技術は、ビッグデータをいち早く取り込み、人工知能の基盤技術となっています。電波伝送の一分野だった通信工学は、通信のディジタル化によって信号処理技術

ii シリーズ刊行のことば

なしには成り立たないうえ、現代のスマート社会を支えるインフラとなっています。このように、枚挙に暇がないほど、信号処理技術は社会における各方面での基盤となっているだけでなく、さまざまな周辺技術と柔軟に融合し新たなテクノロジーを生み出しつつあります。

また、現代テクノロジーのコアたる信号処理は、電気・電子・情報系における 大学カリキュラムでは必要不可欠な科目となっています。しかしながら、大学 における信号処理教育はディジタルフィルタの設計に留まり、高度に深化した 現代信号処理からはほど遠い内容となっています。一方で、最新の信号処理技 術、またその周辺技術を知るには、論文を読んだり、洋書にあたったりする必 要があります。さらに、高度に抽象化した現代信号処理は、ときに高等数学を バックグラウンドにしており、技術者は難解な数学を学ぶ必要があります。以 上のことが本分野へ参入する壁を高くしているといえましょう。

これがまさに、次世代信号情報処理シリーズ "Next SIP" を刊行するに至ったきっかけです。本シリーズは、従来の伝統的な信号処理の専門書と、先端技術に必要な専門知識の間のギャップを埋めることを目的とし、信号処理分野で先端を走る若手・中堅研究者を執筆陣に揃えています。本シリーズによって、より多くの学生・技術者に信号処理の面白みが伝わり、さらには日本から世界を変えるイノベーションが生まれる助けになれば望外の喜びです。

2019年6月

次世代信号情報処理シリーズ監修 田中聡久

まえがき

信号処理は現代の情報化社会の礎である。我々が(自分自身が存在している) 物理世界と(情報を処理する)サイバー世界とを自由に行き来できるのも、サンプリング定理をはじめとした信号処理や情報理論がその基盤として存在しているからこそである。

信号処理の理論体系はさまざまな数学・工学分野の研究を巻き込みながら螺旋的に発展を続けている。特に重要なのが適用範囲の拡大であろう。もともと時系列データを対象としていた信号処理であるが、画像などの空間上のデータ、さらにより高次元のデータへと、信号処理技術を利用することができる領域は拡大を続けている。ニューラルネットワークをはじめとした機械学習・AI技術にも信号処理技術は広く用いられている†。

従来のディジタル信号処理は信号の「構造」がサンプリング周波数で自動的に 決められていた(あるいは、自動的に決められると仮定していた)。これは物理 的なデータを A-D 変換器でセンシングするという性質上、ある意味当然であっ た。この場合、ディジタル信号の信号値は等間隔で整列していることになる。

一方で、信号が必ずしも整列しておらず、空間上に複雑・非均一に分布するデータを解析する需要が近年増加している。このような複雑な構造を持つデータは、しばしば信号値間の関係がネットワークとして与えられる場合がある。ネットワークの代表的な例は、社会的ネットワークや脳ネットワークである。このようなネットワーク上に存在する信号の場合、信号値(上述の例ではユーザや電極)の間の関係は均一でないことが多い(ソーシャルネットワーキングサービスでのフォロワーの数がよい例である)。このようなネットワーク上のデータを解析するために必要な信号処理技術は果たしてどのようなものだろうか。

[†] 畳込みニューラルネットワークが代表的である。

本書でテーマとするグラフ信号処理は、信号の定義域をネットワーク(グラフ)の頂点上に持つ信号(グラフ信号)を解析するための信号処理技術の一群を指す。グラフ信号処理は上述した応用に対する需要のみならず、その理論的な面白さも手伝って、近年大きく発展している信号処理のホット・トピックである。特にグラフ信号処理が興味の対象とするのは、グラフフーリエ変換を中心としたネットワーク上データの周波数解析技術である。また、フィルタリングやサンプリングなど、通常の信号処理ではすでに大部分が完成されている理論体系も、ネットワーク上の信号のために再構築する必要がある。

我々はデータ(信号)の何を知っていて、何を知らないのか。そしてそのデータから何を得たいのか。わかっていることとわかっていないことを知り、それを利用してデータを眺めるのが信号処理だけでなく工学や数学の基本的な思想である。誤解を恐れずいえば、グラフ信号処理は信号処理を再定義する試みの一環である。

本書はグラフ信号処理の基礎とその応用に関する初めての和書である。本書は全8章から構成される。まず第1章ではすべての基礎となるグラフに関して説明する。第2章ではグラフ信号と、本書を通じて利用するグラフフーリエ変換に関して述べる。第3章から第5章まではグラフ信号処理の基盤技術を説明している。グラフ信号のフィルタリングをまず第3章で述べた後、サンプリングを第4章で説明する。また、グラフ信号の不確定性やシフト・変調などは第5章で解説している。以降の章は上述の基盤技術を利用した発展的な技術である。第6章ではフィルタリングとサンプリングを組み合わせたグラフウェーブレット・フィルタバンクを、また、第7章ではグラフ信号の多スケール解析に関して述べる。グラフ信号処理ではデータ解析のためにグラフが必要である。一方、必ずしもグラフが事前に与えられるとは限らない。本書の最後の章として、第8章でグラフの推定や学習手法に関して説明する。原則として、各章の最後に応用に関して記した。

基礎的な知識のある電気・電子・情報系の大学学部生が理解できるよう、本 書を通じてできるだけ正確に、基本的な事項から記述するよう心がけた。一方 で、本書で扱うには技術的・理論的に複雑すぎる事項は思い切って簡略化した。 また、発展的事項を学習できるようにするため、引用・参考文献を多く記載す るようにした。グラフ信号処理はいまだ発展を続けている。本書を通じてグラ フ信号処理の基礎や応用に興味を持ってもらえたら望外の喜びである。

本書を執筆する機会を与えてくださり、また初稿に対して有益なコメントを いただきました「次世代信号情報処理シリーズ | 監修の東京農工大学 田中聡久 先生に厚く御礼申し上げます。また、Meta 前原貴憲さま、東京工業大学 小野 峻佑先生、東京理科大学 山田宏樹先生をはじめとして、さまざまな方から有益 なコメントをいただきました。ありがとうございます。筆者の研究室の学生や 秘書の皆さまにも校正(添字のミスが多かったです!)や図の作成に協力して もらいました。大変助かりました。特に原惇也さん、横田陽樹さんには多くの 図を作成してもらいました。本書の完成を辛抱強く待ってくださったコロナ社 にも心より感謝申し上げます。

最後に、本書の執筆を陰ながら支えてくれた家族へ:ありがとう! 2022年11月

田中雄一

目 次

1. グ ラ フ

1.1 さまざまなグラフ······	1
1.2 グラフ作用素	9
1.2.1 隣 接 行 列	9
1.2.2 接 続 行 列	11
1.2.3 度 数 行 列	13
1.2.4 グラフラプラシアン	13
章 末 問 題	16
$oldsymbol{2}$. グラフ信号とグラフフーリエ変換	
2.1 ディジタル信号	17
2.2 グラフ信号	20
2.3 グラフのスペクトル:グラフ作用素の固有値と固有ベクトル	23
2.3.1 信号の変動	24
2.3.2 ラプラシアン 2 次形式	24
2.3.3 グラフのスペクトル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	26
2.3.4 グラフ作用素の固有ベクトル	
2.3.4 ク / / /	29
2.4 グラフフーリエ変換	29 31
	_
2.4 グラフフーリエ変換 2.4.1 導入:線形辞書によるスパース変換	31

viii <u>目 次</u>	
2.4.3 フーリエ変換との関係	35
2.4.4 DFT · DCT との関係······	37
2.5 グラフ作用素の固有値・固有ベクトルの特徴	40
2.5.1 隣接行列のスペクトル	40
2.5.2 グラフラプラシアンのスペクトル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	42
章 末 問 題	43
3. フィルタリング	
3.1 導入:離散時間信号のフィルタリング	44
3.2 頂点領域でのフィルタリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	47
3.3 グラフ周波数領域でのフィルタリング	52
3.4 頂点領域でのフィルタリングとグラフ周波数領域での	
フィルタリングの関係・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	56
3.5 多項式グラフフィルタの設計	57
3.5.1 実関数のチェビシェフ多項式近似・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	58
3.5.2 グラフ周波数領域フィルタのチェビシェフ多項式近似	60
3.6 応 用	64
3.6.1 適応的画像フィルタ	64
3.6.2 バイラテラルフィルタのグラフフィルタ表現・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	65
3.6.3 画素適応型フィルタのグラフフィルタとしての設計	67
章 末 問 題	70
4. サンプリング	
4.1 時間領域でのサンプリングと一般化サンプリング・・・・・・・	71
4.1.1 シフト不変空間でのサンプリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	71
4.1.2 一般化サンプリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	75

			次	ix
4.1.3	部分空間に対する事前知識がある	る場合		. 78
4.1.4	滑らかさに対する事前知識がある	る場合		. 80
4.2 グラ	フ信号のサンプリングと復元 …			. 81
4.2.1	サンプリング・復元のフレーム	ワーク		82
4.2.2	部分空間に対する事前知識がある	る場合		83
4.2.3	滑らかさに対する事前知識がある。	る場合		. 83
4.3 グラ	フ信号モデル・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・			. 85
4.3.1	周波数領域における生成モデル			. 85
4.3.2	頂点領域における生成モデル ‥			. 87
4.4 グラ	フ信号のサンプリング手法			. 88
4.4.1	頂点領域でのサンプリング			. 88
4.4.2	グラフ周波数領域でのサンプリ	ング		. 89
4.4.3	シフト不変空間との違い			. 92
4.5 グラ	フ信号のサンプリングと復元の例	训 ······		. 95
4.6 サン	プリング頂点選択手法			. 97
4.6.1	決定性サンプリングと乱択サン	プリング		. 98
4.6.2	決定性サンプリングによる頂点	選択		. 99
4.6.3	乱択サンプリングによる頂点選択	択		· 103
4.6.4	計 算 量			· 106
4.7 応	用			· 107
4.7.1	センサ配置			· 107
4.7.2	能動的半教師あり学習			· 109
4.7.3	3次元点群のサブサンプリング			· 110
章末	問 題			. 111

5. 局所性と不確定性

5.1 グラフ信号の不確定性 (1): エネルギーの広がり ……………113

X		目	次
	5.1.1	通常の信号処理に	おけるエネルギーの広がり 113
	5.1.2	グラフ信号処理に	おけるエネルギーの広がり114
	5.1.3	実現可能領域…	
5.2	グラ	フ信号の不確定性	(2):スパース性117
	5.2.1	頂点部分集合の信号	号エネルギー 117
	5.2.2	グラフ周波数部分類	集合の信号エネルギー117
5.3	グラ	フ信号のシフトと変	足調 119
	5.3.1	シフト…	
	5.3.2	変 調…	
章	末	∄ 題⋯⋯⋯⋯	
6.1	グラ	フフィルタバンクの)構成 · · · · · · · 125
6.1	グラ	フフィルタバンクの)構成 · · · · · · · 125
	6.1.1	分析側変換…	
	619		
6.2	0.1.2	合成側変換…	
6.2			
0.3	望ま	れる特性	
	望ま 特徴	れる特性 による分類 フィルタの設計領却	·····································
	望ま 特徴	れる特性による分類 フィルタの設計領域 サンプリング率…	·····································
	望ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3	れる特性 による分類 フィルタの設計領 ^は サンプリング率… 対 称 性…	
	望ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3 頂点	れる特性 による分類 フィルタの設計領 サンプリング率… 対 称 性… 領域でのフィルタ記	・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
6.4	望ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3 頂点	れる特性 による分類 フィルタの設計領域 サンプリング率… 対 称 性… 領域でのフィルタ記 リフティング…	フリスター 129 132 133 133 134 135 135 135 135 135 135 135 135 135 135
6.4	望ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3 頂点	れる特性 による分類 フィルタの設計領 サンプリング率… 対 称 性… 領域でのフィルタ記 リフティング… 非間引き型変換…	フリスター 129 132 133 133 134 135 135 139 139 139 139 139 139 139 139 139 139
6.4	望ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3 頂点 6.4.1 6.4.2 6.4.3	れる特性 による分類 フィルタの設計領地 サンプリング率… 対 称 性… 領域でのフィルタ記 リフティング… 非間引き型変換… 間引き型変換…	フリスティン 129 132 133 133 133 134 135 135 135 139 139 139
6.4	望 ま 特徴 6.3.1 6.3.2 6.3.3 頂 6.4.1 6.4.2 6.4.3 グ	れる特性 による分類 フィルタの設計領域 サンプリング率… 対 称 性… 対域でのフィルタ認 リフティング… 非間引き型変換… フ周波数領域でのフ	フリスター 129 132 133 133 134 135 135 139 139 139 139 139 139 139 139 139 139

6.5.2	頂点領域サンプリングを用いた最大間引き型	
	グラフフィルタバンク	148
6.5.3	グラフ周波数領域サンプリングを利用した	
	グラフフィルタバンク	156
6.6 応	用	159
6.6.1	グラフ信号のノイズ除去 ‥‥‥‥‥	159
6.6.2	グラフ信号の圧縮・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	162
章末	問 題	164
	7. 多スケール分解	
7.1 グラ	フ信号の多スケール分解	165
7.2 グラ	・フの縮小	167
7.2.1	頂点数の削減	168
7.2.2	スペクトルクラスタリング・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	168
7.2.3	頂点の再接続	170
7.2.4	Kron 縮 小······	170
7.2.5	頂点領域とグラフ周波数領域でのサンプリングの関係 …	174
7.3 グラ	フラプラシアンピラミッド・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	176
7.3.1	ラプラシアンピラミッド	176
7.3.2	グラフラプラシアンピラミッドの構成	178
7.4 グラ	フの拡大とグラフ信号のオーバーサンプリング	182
7.4.1	3 彩色グラフの拡大	185
7.4.2	K 彩色グラフの拡大 \cdots	185
7.5 応	用	187
章 末		190

8. グラフの推定と学習

8.1 グラフ推定192
8.1.1 K 近 傍 法192
8.1.2 <i>ϵ</i> 近 傍 法··································
8.2 統計的モデルを利用したグラフ推定・・・・・・・ 193
8.2.1 相 関 係 数194
8.2.2 ガウスマルコフ確率場
8.3 グラフ信号の生成モデルを利用したグラフ学習 · · · · · · · 198
8.3.1 グラフ周波数領域の生成モデル
8.3.2 頂点領域の生成モデル 201
8.4 有向グラフの学習 204
8.4.1 スパースベクトル自己回帰モデル・・・・・・・ 204
8.4.2 構造方程式モデル 208
8.5 時変グラフ学習 208
8.6 応 用 … 207
章 末 問 題208
付 録
A.1 グラフ信号処理に役立つツールボックス · · · · · · 209
A.2 レイリー商·······209
引用・参考文献212
章末問題解答 226
壶 引



グラフ

Next SIP

本章では、まず導入として**グラフ**(graph)に関して簡単に説明する。本書で扱う「グラフ」は、何らかの変数間の相対的な関係性を示す数理的な構造である[†]。数学や計算機科学の分野ではグラフ理論は非常に古くから研究されており、いまなお中心的なトピックの一つである。本書ではグラフ理論の詳細な説明は巻末の他の文献1),2)に譲り、本章では、なぜ信号処理でグラフが必要とされているのかを見ていこう。

1.1 さまざまなグラフ

グラフは**頂点**(vertex, node)と**辺**(edge)からなるデータ構造であり,頂 点間の何らかの相対的な関係を表すために用いられる。本書では,頂点の数が 有限である有限グラフを考える。グラフGは頂点集合 $V=\{0,1,\cdots,N-1\}$ と辺集合 $E\subset V\times V$ を用いて以下で定義される。

$$G = (V, E) \tag{1.1}$$

必要があるとき、頂点数を N=|V| で表す。

グラフの例を**図 1.1** に示す。図では円が頂点を、実線が辺を表す。このグラフは Petersen グラフと呼ばれ、頂点数 N=10、辺数 |E|=15 である。 実際にどのようなグラフがあるかを以下で見てみよう。

[†] つまり、y = f(x) の関係を描画した、いわゆる「プロット」とは違う。

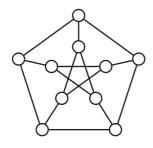


図 1.1 グラフの例

例 1.1(交通網) 交通網は代表的な物理的ネットワークである。非常に多くの種類の交通網がグラフとして表現できる。市内の道路網を考えてみよう。道路網の例を図 1.2 に示す。例えば,交差点を頂点,道路を辺とすればグラフとして道路網が表現できそうである。辺の重み(1.2.1 項参照)は,例えば道路の幅や車線の数だろうか。道路網の中にはどこかに一方通行が存在するだろう。この場合,n 番目の交差点から m 番目の交差点へ向かう辺は存在するが,逆に m 番目の交差点から n 番目の交差点へ向かう辺は存在しない。このように,辺に向きがあるグラフを**有向グラフ**(directed graph)と呼ぶ。また,有向グラフの辺を**有向辺**(directed edge)と呼ぶ。



図 1.2 交通網の例:東京都周辺の道路網 (OpenStreetMap Japan より)

[†] n 番目の交差点と m 番目の交差点の間に交差点がなく、直接つながっていると仮定している。

別の交通網として、鉄道網を考えてみよう。鉄道網の例を**図 1.3** に示す^{†1}。この場合、駅を頂点とし、線路を辺とすれば鉄道網のグラフが表現できそうである。辺の重みを考える場合には、列車の定員とすればよいかもしれない。通常、同じ路線の往復では同じ車両を使うし、行った列車は戻ってこないといけないから^{†2}、辺には方向がないと考えてもよさそうである。このように辺に方向がないグラフを**無向グラフ**(undirected graph)と呼ぶ。また、無向グラフの辺を**無向辺**(undirected edge)と呼ぶ。



図 1.3 交通網の例:鉄道網(『駅すぱあと[®]』 Web サービスより)

例 1.2 (動植物の構造) 人体を考えてみよう。人体は関節を支点として動くから、関節を頂点、骨を辺とすれば人体をグラフとして表現できそうである。頭は関節ではないが、頂点として追加したほうが、人体の動きを調べるためには都合がよさそうである^{†3}。こうすると、誰もが一度は書いたことのある「棒人間」ができあがる。また、人間に限らず、さまざまな

^{†1 『}駅すぱあと』は株式会社ヴァル研究所の登録商標。

^{†2} 車両が違うかもしれないし、同じ型式でも仕様が異なったりするせいで定員が違うかも しれないが、簡単のためそこには目をつぶろう。「簡単のため」とは非常によい言葉で ある——それが適切な近似やいい換えである限り。

^{†3} 不気味ではないともいう。

4 1. グ ラ フ

動物の構造もグラフとして表現できそうである。大部分では尻尾も必要そうである。身体の構造は無向グラフとして表現するのが妥当であろうか。 また、人体全体をグラフとして表現しなくてもよい。例えば顔を見てみよう。表情は皮膚の下にある筋肉の動きで作られるので、適切に選択した顔面の特徴点を頂点とし、その頂点を筋肉の流れに沿って接続すれば顔面の動きを表現するグラフができるかもしれない。

例 1.3 (脳神経網) よく知られているように、脳内の情報伝達は神経細胞 (ニューロン) の間で電気信号が流れることによって行われる。そこで、ニューロンを頂点、軸索を辺とすれば脳神経網がグラフとして表現できそうである。さらに、もう少しマクロな脳内の情報伝達を考えてみよう。大脳の半球には、前頭葉、頭頂葉、側頭葉、後頭葉、島葉、の5種類の脳葉がある。ほとんどの脳活動はこの中で複数の領域が協調して情報処理を行うことで実現される。つまり、活動ごとに脳機能領域間が連動する。そこで、脳機能領域を頂点とし、脳機能領域間の関係を辺で表すことができれば、脳活動を模擬するグラフが表現できそうである。

例 1.4 (センサネットワーク) 農場や工場の気温や気圧などの環境データを計測するセンサを考えてみよう。それなりに面積が大きい場所だと、一つのセンサよりも複数のセンサを使って環境データを計測したほうが正確であろう。一方で、センサが空間的に均等に配置できるわけではない(例えば柱の中心にセンサを埋め込んでも気温の計測にはあまり役立たないだろう)。各センサから得られたデータを集約するために局所的な通信ネットワークを利用するとき、分散的に、つまり近隣のセンサへ順々にデータを伝送し、最終的に集約するようなシステムを考えよう。この場合、センサを頂点、伝送ネットワークを辺とすれば、無線センサネットワークは(有

向) グラフとして表現できそうである。

例 1.5 (社会的ネットワーク) つぎは社会的ネットワーク (ソーシャル ネットワーク)を考えてみよう。社会的ネットワークは、上述したような物 理的なネットワークではなく、人間どうしのつながりを表す仮想的なネッ トワークである。人間を頂点、例えば友人関係を辺とすれば、社会的ネッ トワークをグラフとして表現できる。通常、友人関係は双方向的——一方 が友人だと思っていれば相手も友人だと思っている――なのです。この場合 の社会的ネットワークは無向グラフとするのが妥当かもしれない。一方で. インターネットトのソーシャルネットワーキングサービスでは 一方向的 な関係となる場合がある。例えば有名人の投稿はそれを「フォロー」して いる数多くの人が目にするが、一方でその有名人が自分をフォローしてい るユーザ全員の投稿を見ているわけではない。この場合には社会的ネット ワークには方向があるため、有向グラフとしたほうがよいかもしれない。

上で紹介したいくつかのネットワーク以外にも、例えばタンパク質構造など もグラフとしてとらえられるし、機械学習などで利用される特徴量間の関係や 画像中の画素値間の関係(輪郭やテクスチャなど)もグラフとして考えること ができる。すなわち、グラフ(ネットワーク)は科学・工学・産業のあらゆる 分野で利用されている。

ここで少し注意する必要があるのは、グラフによって定められる頂点間の関 係はあくまで相対的なものだという点である。つまり、一般には頂点は絶対座 標に紐づいているわけではない。そのため、グラフないし本書のテーマである グラフ信号を可視化する際には、頂点の座標を別に与える必要がある。

グラフの解析、あるいはグラフ上での信号処理を行うにあたっては、実際の グラフを単純化することも多い。以下では、比較的単純な構造を持つグラフや、

[†] 実際には物事はそんなにうまくいかないので、ここでは単純化が行われていることに注 意。

索引

[あ]		グラフウェーブレット <i>125</i> グラフ作用素 9		[1]	
アトム	142	グラフ周波数	33	次数行列	13
[61]		グラフ周波数応答	53	シフト	119
		グラフ周波数領域での)	シフト不変空間	71
一般化サンプリング	75	サンプリング	89	シフト不変性	18
インパルス応答	19	グラフ信号	20	時不変性	18
【お】		グラフフィルタ	48	周期的グラフスペク	ナトル
		グラフフィルタバンク	125	部分空間	86
オクターブバンド分割	125	グラフフーリエ変換	31	周波数特性	19
重み付きグラフ	10	グラフ変動作用素	9	冗長型	134
重みなしグラフ	10	グリッドグラフ	6	信号	17
【か】		【け】		信号値	17
ガウスマルコフ確率場	195	 決定性サンプリング	98	【す】	
可逆圧縮	162	ゲルシュゴリンの定理		 スケールフリーネ _ン	ット
確率的ブロックモデル	7	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	. 10 2	ワーク	
過剰間引き型	134	[2]		 スペクトルインタ1	-
完全グラフ	7	硬しきい値処理	131		171
完全再構成	129	更新	135	スペクトルクラスタ	ヲリング
7 4 7		更新器	136		28, 168
【き】		合成側変換	126	スペクトルグラフ	里論 23
基 底	26	構造方程式モデル	205	7.1.3	
逆グラフフーリエ変換	33	高速フーリエ変換	46	【せ】	
近似的完全再構成	130	固有値	27	正規化グラフラプラ	ラシアン
171		固有値分解	28		14
[<]		固有ベクトル	27	正規直交基底	27
区分的一定グラフ信号	87	1+1		正則化項	68
区分的滑らかなグラフ信	号	【さ】		精度行列	196
	87	再構成変換	76	接続行列	11
組合せグラフラプラシア	・ン	最大事後確率	196	線形	19
	13	最大間引き型	134	全带域信号	91
グラフ	1	サブバンド	125		
の代数的接続性	28	サンプリング定理	17, 71		

【 そ 】		[は]		[ゆ]	
相関係数	194	パスグラフ	6	有向グラフ	2
相互相関	72	半教師あり学習	109	有向辺	2
【た】		半正定値行列	24	【よ】	
		[v]			
帯域制限信号	84			予 測	135
対称正規化グラフラ		非可逆圧縮	162	予測器	136
シアン タイトフレーム	14	非線形近似	162	[6]	
多スケール分解	143 165	[<i>i</i> ɛ]		ラプラシアン 2 次形	式 24
ラスケール 万所 畳込み	19, 44	フィルタ	44	ラプラシアンピラミ	•
	10, 44	不確定性原理	112	乱択サンプリング	99
【ち】		フーリエ変換	35	ランダムウォークグ	
チェビシェフ多項式	近似 58	フレーム	143	ラプラシアン	14
頂 点	1	フレーム境界	143	ランダムグラフ	6
頂点領域でのサンプ	リング	分析側変換	126	[4]]	
	88	[^]		171	
直流成分	26			離散コサイン変換	31
直和条件	78	平均2乗誤差	100	離散時間信号	17
直交変換	147	ベイジアンネットワー		離散時間フーリエ変技	
【て】		ベクトル自己回帰 辺	204	離散フーリエ変換 リフティング	30, 37
抵抗距離	172	変調	$\frac{1}{119}$	輪郭保存型平滑化	135 64
データ忠実性項	68	"-	119	リンググラフ	6
	00	【ほ】		隣接行列	9
[と]		補正変換	76		
独立同一分布	100	<i>1</i> + 1		【れ】	
度 数	8	【ま】		レイリー商	27, 209
度数行列	13	マルコフ確率場	194	連続時間信号	17
【に】		【む】			
二部グラフ	28	無向グラフ	3		
二部二重被覆	187	無向辺	3		
			^		
	(>		>	
		DC component	26		
(B)		DFT	30, 37	(\mathbf{F})	
Barabási–Albert モ	デル 8	DTFT	19	FFT	46
(D)		(E)		Fiedler ベクトル	28
	0.5		_		
DCT	31	Erdős–Rényi モデル	7		
		1	ļ		

[G]			(K)		[S]	
GFT	31	K 近傍法		192	SBM	7
GMRF	195	KNN		192	Schur 補行列	171
GraphBior	153		[] []		SEM	205
$\operatorname{GraphQMF}$	153		[M]		sinc 関数	74
[1]		MAP		196	(T)	
[1]		MRF		194	111	
i.i.d.	100	MSE		100	Tikhonov 正則化	67
IGFT	33		[P]		[V]	
		PGS 部分3	空間	86	VAR	204

– 監修者・著者略歴 ––

田中 聡久(たなか としひさ)

1997年 東京工業大学工学部電気・電子工学科

2000年 東京工業大学大学院理工学研究科修士 課程修了

2002年 東京工業大学大学院理工学研究科博士

後期課程修了,博士(工学)

2002年 理化学研究所脳科学総合研究センター

研究員

2004年 東京農工大学講師

2006年 東京農工大学助教授

2007年 東京農工大学准教授

2018年 東京農工大学教授 現在に至る

田中 雄一(たなか ゆういち)

2003年 慶應義塾大学理工学部電子工学科卒業

2005年 慶應義塾大学大学院理工学研究科前期 博士課程修了

2007年 慶應義塾大学大学院理工学研究科後期

博士課程修了,博士(工学)

2007年 カリフォルニア大学サンディエゴ校

博士研究員 2008年 宇都宮大学助教

2012年 東京農工大学准教授

2016年 科学技術振興機構さきがけ研究者(兼務)

2022年 大阪大学教授

現在に至る

グラフ信号処理の基礎と応用

―ネットワーク上データのフーリエ変換。フィルタリング、学習―

Theory and Applications of Graph Signal Processing

-Fourier Transform, Filtering, and Learning for Network-Structured Data-

© Yuichi Tanaka 2023

2023 年 1 月 23 日 初版第 1 刷発行

検印省略

監修者 \mathbb{H} 中 聡 著 者 中 推 \mathbf{H} 発 行 者 株式会社 コロナ社 代表者 牛 来 直 也 印刷所 三美印刷株式会社 製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10 株式会社 コロナ社 発 行 所 CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話(03)3941-3131(代)

ホームページ https://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-01405-1 C3355 Printed in Japan

(齋藤)



<出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、 出版者著作権管理機構(電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp) の許諾を 得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。 購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。 落丁・乱丁はお取替えいたします。