

次世代信号情報処理シリーズ 1

Next SIP series

信号・データ処理のための 行列とベクトル

—複素数，線形代数，統計学の基礎—

田中聡久 著

コロナ社

シリーズ刊行のことば

信号処理とは、音声、音響、画像、電波など、連続する数値や連続波形が意味を持つデータを加工する技術です。現代の ICT 社会・スマート社会は信号処理なしには成り立ちません。スマートフォンやタブレットなどの情報端末はコンピュータ技術と信号処理技術が見事に融合した例ですが、私たちがその存在を意識することがないほど、身の回りに浸透しています。さらには、応用数学や最適化、また統計学を基礎とする機械学習などのさまざまな分野と融合しながらさらに発展しつつあります。

もともと信号処理は回路理論から派生した電気電子工学の一分野でした。抵抗、コンデンサ、コイルを組み合わせると、特定の周波数成分を抑制できるアナログフィルタを構成できます。アナログフィルタ技術は電子回路と融合することで能動フィルタを生み出しました。そしてデジタル回路の発明とともに、フィルタもデジタル化されました。一度サンプリングすれば、任意のフィルタをソフトウェアで構成できるようになったのです。ここに「デジタル信号処理」が誕生しました。そして、高速フーリエ変換の発明によって、デジタル信号処理は加速度的に発展・普及することになったのです。

デジタル技術によって、信号処理は単なる電気電子工学の一分野ではなく、さまざまな工学・科学と融合する境界分野に成長し始めました。フィルタのソフトウェア化は、環境やデータに柔軟に適応できる適応フィルタを生み出しました。信号はバッファリングできるようになり、画像信号はバッチ処理が可能になりました。そして、線形代数や統計学を柔軟に応用することで、テレビやカメラに革命をもたらしました。もともと周波数解析を基とする音声処理技術は、ビッグデータをいち早く取り込み、人工知能の基盤技術となっています。電波伝送の一分野だった通信工学は、通信のデジタル化によって信号処理技術

なしには成り立たないというえ、現代のスマート社会を支えるインフラとなっています。このように、枚挙に暇がないほど、信号処理技術は社会における各方面での基盤となっているだけでなく、さまざまな周辺技術と柔軟に融合し新たなテクノロジーを生み出しつつあります。

また、現代テクノロジーのコアたる信号処理は、電気・電子・情報系における大学カリキュラムでは必要不可欠な科目となっています。しかしながら、大学における信号処理教育はデジタルフィルタの設計に留まり、高度に深化した現代信号処理からはほど遠い内容となっています。一方で、最新の信号処理技術、またその周辺技術を知るには、論文を読んだり、洋書にあたったりする必要があります。さらに、高度に抽象化した現代信号処理は、ときに高等数学をバックグラウンドにしており、技術者は難解な数学を学ぶ必要があります。以上のことが本分野へ参入する壁を高くしているといえましょう。

これがまさに、次世代信号情報処理シリーズ“Next SIP”を刊行するに至ったきっかけです。本シリーズは、従来の伝統的な信号処理の専門書と、先端技術に必要な専門知識の間のギャップを埋めることを目的とし、信号処理分野で先端を走る若手・中堅研究者を執筆陣に揃えています。本シリーズによって、より多くの学生・技術者に信号処理の面白みが伝わり、さらには日本から世界を変えるイノベーションが生まれる助けになれば望外の喜びです。

2019年6月

次世代信号情報処理シリーズ監修 田中聡久

ま え が き

アナログの時代には、信号処理技術の理解には複素関数論が重要でした。しかし、デジタルの時代には、信号は数ある「データ」の一種にすぎなくなり、これを適切に処理・解析するには、数学の知識がますます重要になってきています。特に、線形代数や統計学は重要で、その理解なしには研究開発が困難になるだけでなく、既存のアルゴリズムの理解や実装も難しいでしょう。本書では、信号処理研究者として長年研究してきた筆者独自の視点で、機械学習や最適化と密接につながっている現代の信号処理を理解するために必要な基礎数学を網羅しました。

一般的に、数学書はとともレベルが高く、現実の課題に直面している技術者、研究者にとっても難しく感じられます。また個別技術の専門書は、数学の解説が断片的で、知識の点と点がなかなかつながっていきません。本書は、数学書と技術専門書の間を埋めることを目的としています。信号処理技術者や研究者、またこの分野に参入しようとしている大学生や大学院生が、高等学校の数学知識（プラス α ）で読めるように配慮してあります。また、一通り大学初年度の数学を学んだものの、数年後に研究や開発で必要となったとき、どのように学び直したらいいのかわからない、という人でも理解しやすいように記述しました。なお、本書では直接触れていませんが、プログラミング言語の Python や MATLAB を意識した表記や構成になっています。

本書の特徴は、複素数から始めることです。通信や音声・音響を扱う場合、一度複素数を介した処理をする必要があります。したがって第1章で必要な複素数の知識が得られるようになっています。

第2章は、ベクトルの話です。高等学校の数学ではベクトルを平面・空間上の「長さを持った矢印」として習いますが、むしろ数列やプログラミング言語

における配列とみなすべきです。また、単なる数の集まりではなく、連続関数もベクトルとしてみなすことができる点が、線形代数の醍醐味であり、そのことについて理解できるようにしてあります。

第3章では行列について、一通りの知識を得られるようになっていきます。行列に関しては、高等学校で行列を習っていない人にもわかりやすい説明を心がけました。なぜ行列などという演算を考えるのかを明確にするために、ベクトルの線形結合の観点から導入しました。行列を導入することで、連立1次方程式の見通しがよりクリアになります。

第4章からいよいよ抽象的な数学に突入します。基底と部分空間の概念は信号やデータの背後に存在する構造を理解するのに非常に有用です。特にランクや次元の概念により、信号やデータの見かけの次元と本当の次元を明確に区別することができるようになるのです。

第5章では、ベクトルどうしの位置関係を決める内積の概念を導入します。別々のデータの近さを測るための基礎概念を習得します。

第6章と第7章が本書での最初の山場です。固有値と固有ベクトルから固有値分解を定義できます。そして固有値分解を通じて、矩形行列に特異値分解を導入できます。特異値分解を用いると、連立1次方程式の解が一意に決まらない場合、または存在しないような場合にも何らかの「解」を得ることができます。この見通しをクリアにする道具が一般化逆行列と射影行列です。

第8章からは、データが不確かな振舞いをする場合について述べます。実際の信号やデータは観測するまでわからないので、何らかの「傾向」があるものとして信号処理アルゴリズムを組み立てる必要があります。その「傾向」が確率と呼ばれるものです。

そして第9章で、確率的な対象を処理するための基礎的な方法であるパラメータ推定を学びます。パラメータ推定とは、処理アルゴリズムに特性を調整できるツمامミ（パラメータ）をつけて、そのツمامミを観測信号やデータから決定する方法のことです。この考え方は、統計学や機械学習と大きな共通点を持っています。

最後の付録には、ベクトルや行列の関数の微分についてまとめました。ベクトルや行列の関数は、信号処理や機械学習では頻出の数学的テクニックです。本書では、トレースと全微分を用いた形式的な求め方について触れました。2乗誤差を扱う場合、この方法は非常に有用ですが、これについてまとめられている成書は多くないようです。

伝統的な信号処理に必要な数学であるフーリエ解析は、第1章で簡単に触れるに留めました。フーリエ解析の成書はすでにたくさん出版されているためです。

本書を執筆するにあたって、多くの方の協力を得ました。特に、新潟大学の村松正吾先生、大阪市立大学の林和則先生、東京工業大学の小野峻佑先生には大変有益なコメントをいただきました。付録のベクトル関数の微分については、林和則先生の助言が大変役に立ちました。図の作成には、筆者の研究室の山本紗有さんに助けられました。筆者には画才がないので、とても助かりました。

2019年6月

田中聡久

目 次

1. 複 素 数

1.1 実数, 虚数, 複素数	1
1.2 複素数の演算	2
1.2.1 共 役	2
1.2.2 複素数の加算	3
1.2.3 複素数の乗算	3
1.2.4 複素数の有理化と除算	4
1.3 複素数平面と極座標表示	5
1.3.1 複素数平面	5
1.3.2 極 座 標	6
1.3.3 複素数演算の複素数平面における意味	8
1.4 フーリエ級数	11
1.4.1 複素正弦波	11
1.4.2 フーリエ級数	14
1.5 む す び	17
章 末 問 題	18

2. ベ ク ト ル

2.1 ベクトルとは	19
2.2 ベクトルの基本演算	22

2.3	ベクトルの幾何的解釈	23
2.3.1	和 算	24
2.3.2	ス カ ラ 積	25
2.3.3	減 算	25
2.3.4	ベクトルの長さ	26
2.4	ベクトル空間	26
2.5	む す び	30
	章 末 問 題	30

3. 行 列

3.1	行列の基本	31
3.1.1	行列の考え方	31
3.1.2	行列の定義	33
3.1.3	行列の線形写像性	35
3.2	行列の基本演算	37
3.2.1	行列の和	37
3.2.2	行列の転置	38
3.2.3	行列の積	39
3.2.4	特別な行列	44
3.3	連立1次方程式と行列	45
3.3.1	連立方程式の行列記法	45
3.3.2	ガウスの消去法と階数	47
3.4	逆行列	51
3.4.1	逆行列の定義	51
3.4.2	2×2 行列の逆行列	52
3.4.3	逆行列の性質	54

3.4.4	連立方程式の求解による逆行列の求め方	55
3.4.5	ユニタリ行列	56
3.5	行列式	58
3.5.1	行列式の定義	58
3.5.2	行列式の性質	61
3.5.3	逆行列と行列式	64
3.6	むすび	66
	章末問題	67

4. 基底と部分空間

4.1	一次独立性と基底	68
4.1.1	ベクトルの一次独立性	68
4.1.2	基底	71
4.1.3	基底の交換と展開係数	73
4.2	部分空間	74
4.2.1	部分空間の定義	75
4.2.2	部分空間どうしの関係	77
4.2.3	行列により決まる部分空間	80
4.3	むすび	82
	章末問題	82

5. 内積と直交性

5.1	内積とノルム	83
5.1.1	ユークリッド空間	84
5.1.2	正定値行列	85

5.1.3	内積の公理	86
5.1.4	ノルム	86
5.1.5	内積とノルムの性質	88
5.1.6	コサイン類似度	90
5.1.7	さまざまな内積空間	91
5.2	正規直交基底とその応用	92
5.2.1	正規直交展開	93
5.2.2	ユニタリ行列	94
5.2.3	正射影	95
5.2.4	グラム・シュミットの正規直交化	97
5.2.5	部分空間の直交性と直交補空間	100
5.3	ユークリッド空間への変換	102
5.4	むすび	104
	章末問題	104

6. 固有値分解

6.1	固有値問題	105
6.1.1	固有方程式, 固有空間	105
6.1.2	固有値・固有ベクトルの図形的意味	111
6.1.3	固有値分解と対角化	112
6.2	エルミート行列の固有値問題	114
6.2.1	固有値の実数性	115
6.2.2	固有ベクトルの直交性と対角化	116
6.2.3	固有値分解	116
6.2.4	正定値行列と固有値	118
6.2.5	行列平方根	119

6.3 一般化固有値問題 120

 6.3.1 一般化固有値分解 120

 6.3.2 エルミート行列の同時対角化 121

6.4 む す び 122

章 末 問 題 122

7. 特異値分解, 一般逆行列

7.1 特異値分解 123

 7.1.1 特異値と特異ベクトル 124

 7.1.2 特異値分解の導出 126

 7.1.3 特異値と特異ベクトルによる表現 126

 7.1.4 特異値分解は値域の正規直交基底を与える 128

7.2 一般逆行列 129

 7.2.1 ムーア・ペンローズ一般逆行列 129

 7.2.2 特異値分解による表現 130

 7.2.3 逆行列を介した表現 131

 7.2.4 一般逆行列による正射影の表現 134

 7.2.5 連立1次方程式の解 135

7.3 む す び 140

章 末 問 題 140

8. 確率ベクトル

8.1 確 率 142

 8.1.1 標本空間と事象 142

 8.1.2 確率の公理 143

8.1.3 多変量の確率	146
8.2 確率密度関数と正規分布	148
8.2.1 累積分布関数	149
8.2.2 確率密度関数	151
8.2.3 多変量の確率密度関数	153
8.2.4 正規分布	154
8.3 平均と分散	156
8.3.1 平均と期待値	156
8.3.2 分散と共分散	159
8.3.3 白色化	163
8.4 むすび	164
章末問題	164

9. パラメータの推定

9.1 最尤推定	166
9.1.1 確率分布のパラメータ	166
9.1.2 尤度関数	167
9.1.3 正規分布の最尤推定	169
9.2 回帰モデルの最尤推定	170
9.2.1 回帰分析	170
9.2.2 最尤推定と最小2乗法	173
9.3 線形回帰の最小2乗法	174
9.3.1 単回帰の2乗誤差関数	175
9.3.2 重回帰の2乗誤差関数	176
9.3.3 射影定理	177
9.3.4 正規方程式と最小2乗解	179

9.4 主成分分析と次元削減	180
9.5 む す び	183
章 末 問 題	184

付録：ベクトル・行列関数の微分

A.1 実数パラメータによる微分と最急降下法	185
A.1.1 評価関数の微分	185
A.1.2 最急降下法	187
A.2 全微分による勾配の求め方	187
A.2.1 全微分	187
A.2.2 トレース	188
A.2.3 全微分を用いた微分計算例	189
A.3 複素数パラメータによる微分	193
A.4 む す び	195
章 末 問 題	195
引用・参考文献	197
章末問題解答	198
索 引	206

時系列の信号を扱う場合、複素数は重要な概念です。また、数学を用いる場合も、最初から複素数の範囲で考えておけば、実数のみの議論をする場合もすべて包含できるので、大変便利です。ここでは、高等学校で複素数に触れたことがある程度の知識を前提に、複素数について説明していきます。

1.1 実数，虚数，複素数

実数は、整数や有理数（分母分子が整数で表される数）に加えて、無理数（有理数で表現できない無限小数）を包含した数のことです^{†1}。例えば無理数は方程式の解として現れます。例として、 $x^2 = 3$ の解は整数や有理数で表現できず、無理数を利用して $x = \pm\sqrt{3}$ となります。

同様に、 $x^2 = -1$ のように2乗して負になるような方程式にも解を導入できたら便利です。この解は形式的には $x = \pm\sqrt{-1}$ となりますが、 $\sqrt{\cdot}$ は正の数だけに定義されているため、本来は $\sqrt{-1}$ は存在しません。そこで、2乗すると負になる数を定義し、それを**虚数**（imaginary number）と呼ぶことにします。特に2乗すると -1 になる虚数を**虚数単位**（imaginary unit）と呼び、 i で表します^{†2}。そうすると、 $x^2 = -2$ の解は、 $x = \pm i\sqrt{2}$ と表現できます。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) の解は、 $b^2 - 4ac > 0$ のとき

^{†1} 実数の正確な定義は数学書を見てください。

^{†2} 電気工学では i ではなく、 j が広く使われます。電流の記号に i を用いるためです。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

です。しかし、 $b^2 - 4ac < 0$ となる場合にも、虚数を導入することで必ず解を持つことになります。例えば、 $x^2 + 2x + 3 = 0$ の解は、 $x = -1 \pm i\sqrt{2}$ となることが、上の公式からわかります。このように、 a, b を実数としたとき

$$z = a + ib$$

で表現できる数のことを**複素数** (complex number) と呼びます。複素数の集合を \mathbb{C} と表記します。「 z は複素数である」を、集合論の記号を使って $z \in \mathbb{C}$ と表記します。虚数と複素数を混同する人をよく見かけますが、あくまでも虚数は ib のことであり、 $a + ib$ は虚数ではなく複素数です。 a のことを**実数成分** (real component), b のことを**虚数成分** (imaginary component) と呼びます。

また、複素数 z の実数成分を $\text{Re}[z]$, 虚数成分を $\text{Im}[z]$ と書く場合もあります。つまり、 $z = a + ib$ に対しては、 $\text{Re}[z] = a$, $\text{Im}[z] = b$ です。

このように便宜的に導入した複素数ですが、数学をとっても豊かなものにし、関数論という大きな分野が生まれました。ただし本書では深入りせず、必要な知識だけ扱っていきます。特に、音や株価、気象変動や脳波のような時系列信号を扱う場合、複素数を用いることで、解析の幅が大きく広がります。

1.2 複素数の演算

複素数には、加算、乗算、除算が定義されます。

1.2.1 共役

それらについて見る前に、まず複素数特有の演算である共役について述べます。複素数 $z = a + ib$ に対して、共役 \bar{z} とは虚数の符号を反転させる操作のことで、具体的には

$$\bar{z} = a - ib$$

と定義されます。本によっては、共役を z^* と表記する場合があります。

実数の共役は、もとの実数そのものです。つまり実数 a に対しては $\bar{a} = a$ が成り立ちます。

1.2.2 複素数の加算

二つの複素数 $z_1 = a_1 + ib_1$, $z_2 = a_2 + ib_2$ に対して, その和は

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$$

と定義されます。

複素数とその共役の和は, 必ず実数になります。複素数 $z = a + ib$ に対して

$$z + \bar{z} = (a + ib) + (a - ib) = 2a$$

です。一方, 複素数とその共役の差は, 次式のように必ず虚数になります。

$$z - \bar{z} = (a + ib) - (a - ib) = i2b$$

したがって, 実数成分を取り出すには

$$\operatorname{Re}[z] = \frac{z + \bar{z}}{2}$$

とし, 虚数成分を取り出すには

$$\operatorname{Im}[z] = \frac{z - \bar{z}}{i2}$$

とすればよいことがわかります。

1.2.3 複素数の乗算

乗算は, つぎのように自然に決まります。

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) \\ &= a_1 a_2 + a_1 (ib_2) + (ib_1) a_2 + (ib_1)(ib_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= a_1 a_2 + i(a_1 b_2 + a_2 b_1) + i^2 b_1 b_2 \\
 &= (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)
 \end{aligned}$$

複素数とその共役の積は、必ず実数になります。複素数 $z = a + ib$ に対して

$$z\bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - iab + iba - i^2 b^2 = a^2 + b^2$$

となります。特に、 $\sqrt{z\bar{z}}$ を z の**絶対値** (absolute value または modulus) または**振幅** (amplitude) と呼び $|z|$ と表記します。すなわち

$$|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.1)$$

です。本書では、特に断りのない限り、 $|z|$ を z の振幅と呼ぶことにします。信号処理分野では振幅が一般的だからです。

1.2.4 複素数の有理化と除算

有理化とは、虚数単位をすべて分子に集める操作で、分母分子に、分母の共役を乗じる操作です。すなわち、 $z = a + ib$ に対して

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{a - ib}{a^2 + b^2} = \frac{1}{a^2 + b^2}(a - ib)$$

となります。

除算 $\frac{z_1}{z_2}$ は、 z_1 に z_2 の逆数 $\frac{1}{z_2}$ を乗じたものと考えればよく

$$\begin{aligned}
 \frac{z_1}{z_2} &= z_1 \frac{1}{z_2} = (a_1 + ib_1) \frac{a_2 - ib_2}{a_2^2 + b_2^2} \\
 &= \frac{(a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2)}{a_2^2 + b_2^2} \\
 &= \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + i(b_1 a_2 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2}
 \end{aligned}$$

となります。

1.3 複素数平面と極座標表示

1.3.1 複素数平面

実数を図示するときは、数直線を使いました。同様に、実数には横軸の数直線、虚数に対しては縦軸の数直線を導入することで、複素数を平面上の一点として考えることができます(図 1.1)。この横軸を特に**実軸** (real axis), 縦軸を特に**虚軸** (imaginary axis) と呼びます。

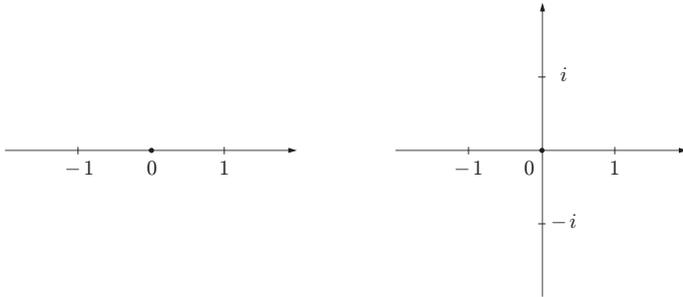


図 1.1 実数の数直線を複素数に拡張すると平面になる

図 1.2 は、二つの複素数 $2 + i$ と $-1 - i3$ を図示した例です。表示の方法には 2 種類あります。左図は、複素数を点で表す方法、右図は、矢印で表す方法

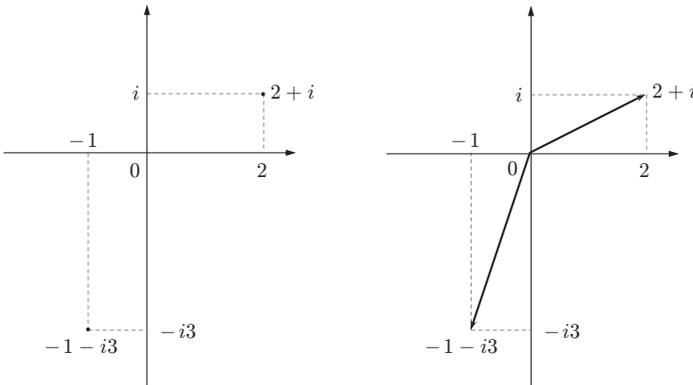


図 1.2 複素数平面における $2 + i$ と $-1 - i3$

索引

<p>【い】</p> <p>位相 7</p> <p>一次従属 70</p> <p>一次独立 70</p> <p>一様分布 152</p> <p>一般化固有値分解 121</p> <p>一般化固有値問題 120</p> <p>一般逆行列 129</p> <p>【う】</p> <p>ウィルティンガー微分 193</p> <p>【え】</p> <p>エルミート 39</p> <p>エルミート転置 38</p> <p>【お】</p> <p>オイラーの公式 7</p> <p>【か】</p> <p>回帰分析 171</p> <p>回帰モデル 171</p> <p>外積 44</p> <p>回転行列 107</p> <p>ガウス分布 155</p> <p>可逆 52</p> <p>角周波数 11</p> <p>角速度 11</p> <p>拡大行列 45</p> <p>角度 90</p> <p>確率 143</p> <p>——の公理 143</p> <p>確率分布 143</p> <p>確率変数 143</p>	<p>確率密度関数 151</p> <p>【き】</p> <p>期待値 157</p> <p>基底 68, 71</p> <p>基底行列 72</p> <p>基底ベクトル 71</p> <p>逆行列 52</p> <p>逆行列補題 54</p> <p>行階段形 48</p> <p>共分散 161</p> <p>共分散行列 161</p> <p>行列 32</p> <p>行列式 53</p> <p>行列指数 191</p> <p>行列平方根 119</p> <p>極座標 7</p> <p>極座標表示 6</p> <p>虚軸 5</p> <p>虚数 1</p> <p>虚数成分 2</p> <p>虚数単位 1</p> <p>距離 83, 87, 178</p> <p>【く】</p> <p>矩形行列 33</p> <p>グラム行列 102</p> <p>グラム・シュミットの正規直交化 97</p> <p>クラメルの公式 66</p> <p>【け】</p> <p>係数 23</p> <p>係数ベクトル 71</p>	<p>【こ】</p> <p>勾配 185</p> <p>コサイン類似度 90</p> <p>コーシー・シュワルツの不等式 88</p> <p>固有空間 107</p> <p>固有値分解 113</p> <p>固有方程式 106</p> <p>【さ】</p> <p>最急降下法 187</p> <p>最小2乗法 174</p> <p>最尤推定 167</p> <p>最良近似 138</p> <p>雑音 77</p> <p>三角不等式 89</p> <p>【し】</p> <p>次元 68, 71</p> <p>次元削減 183</p> <p>事象 142</p> <p>次数 172</p> <p>実軸 5</p> <p>実数 20</p> <p>実数成分 2</p> <p>写像 32</p> <p>周波数 12</p> <p>周辺確率 147</p> <p>周辺確率密度関数 154</p> <p>主成分分析 183</p> <p>小行列式 60</p> <p>条件付き確率 147</p> <p>ジョルダン標準形 113</p>
---	--	--

人工ニューラルネット					
ワーク	173				
振幅	4				
		【ち】			白色である 163
		値域	81		パラメータ 166
【す】		置換	61		パラメトリックモデル 166
スカラ	19	中心極限定理	164		半正定値 85
スパース性	87	超平面	172		半負定値 85
		長方形列	33		【ひ】
		直和	80		非線形回帰モデル 173
【せ】		直交射影	95		左特異ベクトル 124
正規直交基底	92	直交する	86		評価関数 185
正規直交性	57	直交直和	100		標準基底 71
正規直交展開	93				標準基底ベクトル 71
正規分布	155	【て】			標準正規分布 155
正規方程式	180	展開係数	71		標本空間 142
正則行列	49	転置	20, 38		標本平均 156
正定値	85				【ふ】
成分	20, 33	【と】			複素数 2, 20
正方形列	33	同型	103		負定値 85
絶対値	4	同型写像	103		部分空間 68, 75
零行列	44	統計的に独立である	146		フーリエ解析 17
線形	13	同時確率	146		フーリエ基底 73
線形結合	70	同時確率密度関数	154		フーリエ級数 14
線形重回帰モデル	172	同時対角化	121		フーリエ係数 14
線形単回帰分析	171	同時累積分布関数	151		分解 69
線形和	23	特異値	124		分散 159
全微分	188	特異値分解	123		分布関数 149
		独立である	154		【へ】
【そ】		凸関数	186		平均 157
相関	160	トレース	188		ベイズの定理 148
相関行列	162				ベクトル 19
疎性	87	【な】			ベクトル空間 27
		内積	44, 83		偏角 7
		内積空間	86		偏微分 185
【た】					【ほ】
対角化	113	【の】			補空間 80
対称	39	ノルム	83, 86		【み】
対数尤度	168	——の公理	89		右特異ベクトル 124
第1主成分	183	ノルム空間	90		
縦ベクトル	20	ノンパラメトリックモデル	166		
単位円	12				
単位行列	44				
単位ベクトル	87	【は】			
単回帰モデル	171	白色化	164		

【む】	ユークリッド内積	84	【る】		
ムーア・ペンローズ一般	ユニタリ行列	56	累積分布関数	149	
逆行列	【よ】		【れ】		
無相関である	余因子	60	零空間	81	
【も】	余因子行列	65	連立 1 次方程式	45	
目的関数	余因子展開	60	【ろ】		
モデル誤差	要素	20	ロジスティック回帰	173	
【ゆ】	横ベクトル	20	【欧文】		
有色である	【ら】		FIR フィルタ	172	
尤度関数	ランク	49			
ユークリッド空間	ランク落ちしている	49			

— 著者略歴 —

1997年 東京工業大学工学部電気・電子工学科卒業
2000年 東京工業大学大学院理工学研究科修士課程修了
2002年 東京工業大学大学院理工学研究科博士後期課程修了
博士（工学）
2002年 理化学研究所脳科学総合研究センター研究員
2004年 東京農工大学講師
2006年 東京農工大学助教授
2007年 東京農工大学准教授
2018年 東京農工大学教授
現在に至る

信号・データ処理のための行列とベクトル

— 複素数, 線形代数, 統計学の基礎 —

Matrices and Vectors for Signal and Data Processing

— Fundamentals of Complex Numbers, Linear Algebra and Statistics —

© Toshihisa Tanaka 2019

2019年8月5日 初版第1刷発行

検印省略

著者 田中 聡 久
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来 真也
印刷所 三美印刷株式会社
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03) 3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-01401-3 C3355 Printed in Japan

(齋藤)



＜出版者著作権管理機構 委託出版物＞

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。