

メディアテクノロジーシリーズ 1

3DCGの数理と応用

三谷 純

【編】

高山健志・土橋宜典・向井智彦・藤澤 誠

【共著】

コロナ社

メディアテクノロジーシリーズ 編集委員会

編集委員長	近藤 邦雄 (元東京工科大学, 工学博士)
編集幹事	伊藤 貴之 (お茶の水女子大学, 博士 (工学))
編集委員 (五十音順)	五十嵐悠紀 (お茶の水女子大学, 博士 (工学))
	稲見 昌彦 (東京大学, 博士 (工学))
	牛尼 剛聡 (九州大学, 博士 (工学))
	大淵 康成 (東京工科大学, 博士 (情報理工学))
	竹島由里子 (東京工科大学, 博士 (理学))
	鳴海 拓志 (東京大学, 博士 (工学))
	馬場 哲晃 (東京都立大学, 博士 (芸術工学))
	日浦 慎作 (兵庫県立大学, 博士 (工学))
	松村誠一郎 (東京工科大学, 博士 (学際情報学))
	三谷 純 (筑波大学, 博士 (工学))
	三宅陽一郎 (株式会社スクウェア・エニックス, 博士 (工学))
	宮下 芳明 (明治大学, 博士 (知識科学))

(2023年5月現在)

編者・執筆者一覧

編者	三谷 純	
執筆者 (執筆順)	高山 健志 (1章)	土橋 宜典 (2章)
	向井 智彦 (3章)	藤澤 誠 (4章)

刊行のことば

“Media Technology as an Extension of the Human Body and the Intelligence”

「メディアはメッセージである (The medium is the message)」というマクルーハン (Marshall McLuhan) の言葉は、多くの人々によって引用される大変有名な言葉である。情報科学や情報工学が発展し、メディア学が提唱されたことでメディアの重要性が認識されてきた。このような中で、マクルーハンのこの言葉は、つねに議論され、メディア学のあるべき姿を求めてきたといえる。

人間の知的コミュニケーションを助けることができるメディアは生きていくうえで欠かせない。このようなメディアは人と人との関係をより良くし、視野を広げ、新しい考え方に目を向けるきっかけを与えてくれる。

また、マクルーハン「メディアはマッサージである (The medium is the massage)」ともいっている。マッサージは疲れた体をもみほぐし、心もリラックスさせるが、メディアは凝り固まった頭にさまざまな情報を与え、考え方を広げる可能性があるため、マッサージという言葉はメディアの特徴を表しているともいえるだろう。

さらにマクルーハン「人間の身体を拡張するテクノロジー」としてメディアをとらえ、人間の感覚や身体的な能力を変化させ、社会との関わりについて述べている。現在、メディアは社会、生活のあらゆる場面に存在し、五感を通してさまざまな刺激を与え、多くの技術が社会生活を豊かにしている。つまり、この身体拡張に加え、人工知能技術の発展によって“知能拡張”がメディアテクノロジーの重要な役割を持つと考えられる。このために物理的な身体と情報や知識を扱う知能を融合した“人間の身体と知能を拡張するメディアテクノロジー”を提案・開発し、これらの技術を活用して社会の構造や仕組みを変革し、

どのような人にとっても住みやすく、生活しやすい社会を目指すことが望まれている。

一方、大学におけるメディア学の教育は、東京工科大学が1999年にメディア学部を設置して以来、全国の大学でメディア関連の学部や学科が設置され文理芸分野を融合した多様な教育内容が提供されている。その体系化が期待されメディア学に関する教科書としてコロナ社から「メディア学大系」が発刊された。この第一巻の『改訂メディア学入門』には、メディアの基本モデルの構成として「情報の送り手、伝達対象となる情報の内容（コンテンツ）、伝達媒体となる情報の形式（コンテナ）、伝達形式としての情報の提示手段（コンペア）、情報の受け手」と書かれている。これからわかるようにメディアの基本モデルには文理芸に関連する多様な内容が含まれている。

メディア教育が本格的に開始され20年を過ぎるいま、多くの分野でメディア学のより高度で急速な展開が見られる。文理芸の融合による総合知によって人間生活や社会を理解し、より良い社会を築くことが必要である。

そこで、このメディア分野の研究に関わる大学生、大学院生、さらには社会人の学修のため「メディアテクノロジーシリーズ」を計画した。本シリーズは“人間の身体と知能を拡張するメディアテクノロジー”を基礎として、コンテンツ、コンテナ、コンペアに関する技術を扱う。そして各分野における基本的なメディア技術、最近の研究内容の位置づけや今後の展開、この分野の研究をするために必要な手法や技術を概観できるようにまとめた。本シリーズがメディア学で扱う対象や領域を発展させ、将来の社会や生活において必要なメディアテクノロジーの活用方法を見出す手助けとなることを期待する。

本シリーズの多様で広範囲なメディア学分野をカバーするために、電子情報通信学会、情報処理学会、人工知能学会、日本ソフトウェア科学会、日本バーチャルリアリティ学会、ヒューマンインタフェース学会、日本データベース学会、映像情報メディア学会、可視化情報学会、画像電子学会、日本音響学会、芸術科学会、日本図学会、日本デジタルゲーム学会、ADADA Japan などにおいて第一線で活躍している研究者の方々に編集委員をお願いし、各巻の執筆者選

定、目次構成、執筆内容など検討を重ねてきた。

本シリーズの読者が、新たなメディア分野を開拓する技術者、クリエイター、研究者となり、新たなメディア社会の構築のために活躍されることを期待するとともにメディアテクノロジーの発展によって世界の人達との交流が進み相互理解が促進され、平和な世界へ貢献できることを願っている。

2023年5月

編集委員長 近藤邦雄

編集幹事 伊藤貴之

表紙・カバーデザインについて

私たちは五感というメディアを介して世界を知覚し、自己の存在を認知することができます。メディア技術の進歩によって五感が拡張され続ける中、「人」はなにをもって「人」と呼べるのか、そんな根源的な問いに対する議論が絶えません。

本書の表紙・カバーデザインでは、二値化された五感が新しい機能や価値を再構築する様子をシンプルなストライプ柄によって表現しました。それぞれのストライプは5本のゆらぎを持った線によって描かれており、手描きのような印象を残しました。

しかし、この細かなゆらぎもプログラム制御によって生成されており、十分に細かく量子化された表現によって「デジタル」と「アナログ」それぞれの存在がゆらぐ様子を表しています。乱雑に描かれたストライプをよく観察してみてください。本書を手にとった皆さんであれば、きっともう一つ面白いことに気づくでしょう。

デザインを検討するにあたって、同じコンセプトに基づき、いくつかのグラフィックパターンを生成可能なウェブアプリケーションを準備しました。下記 URL にて公開していますので、あなただけのカバーを作ってみてください。読者の数だけカバーデザインが存在するのです。世界はあなたの五感を通じて存在しているのですから。

馬場哲晃

〈Cover Generator〉 ぜひお試しください

<https://tetsuakibaba.github.io/mtcg/>

(2023年5月現在)



ま え が き

コンピュータグラフィックス（CG）は、1960年代初期にアメリカの計算機科学者であるアイバン・サザランドがグラフィカル・ユーザ・インタフェース（GUI）の先駆けとなる Sketchpad を発明したことが起源だといわれています。コンピュータはその後も長い間、主に科学技術計算やバックオフィスなどの用途に使われてきましたが、パーソナルコンピュータやゲーム機がわれわれの日常生活の中でも使用されるようになったことで、エンターテインメントを目的とした幅広いアプリケーションが開発されるようになりました。コンピュータの性能の向上に伴い、あたかも現実世界が画面の中に広がっているかのような映像を作り出すことに対するニーズが高まると、3DCG はなくてはならない技術となりました。今日では、ゲームや映画、または広告や VR 体験などにおいて、3DCG をベースとしたサービスがさまざまに誕生しています。さらにヘッドマウントディスプレイの性能も高まり、没入感の高い体験が可能となったことから、その応用範囲は広がる一方です。CG の誕生から 60 余年の年月を経た現在、当時には想像すらできなかったであろう劇的な性能向上を遂げたコンピュータと、それに伴う 3DCG 技術の発展によって、もはや実写と区別のないほどのリアリティを伴う映像が、ほぼリアルタイムに生成できるようになりました。

仮想現実、バーチャル空間、サイバースペース、メタバース、デジタルツイン… など、それぞれ些少の差異はあるものの、計算機が生み出す仮想的な空間での活動を表す用語が次々に登場し、3DCG による新しい世界を創造するための挑戦はとどまる様子がありません。もしかしたら人類には、私たちの住む空間に相似した空間を、自分たちの手で新たに作り出したいという欲求が本質的に備わっているのかもしれない。だとしたら、3DCG というものは、それ

が達成されるまで常に進歩を重ね、今後も普遍的に必要とされ続けるものだと
いえるでしょう。

さて、このような 3DCG 技術も、一朝一夕で登場したわけではありません。
コンピュータグラフィックス誕生からの長い期間における、地道な技術開発の
積み重ねがありました。その果実を今、私たちは手にしているわけです。しか
しながら、このような 3DCG 技術を高度に使いこなす、さらにその発展に貢献
しようとするのであれば、その基礎を支える技術に対する理解が必要になり
ます。そのような必要性に応えるために、本書が執筆されました。

本書では、3DCG を支える技術を、「モデリング」「レンダリング」「キャラク
タアニメーション」「物理シミュレーション」の四つに分け、それぞれ独立した
章で解説します。この四つの技術を、もう少し平易な言葉で表現すれば、形を
作る・映像を作る・動作を作る・自然界の挙動を再現する、と言い換えることが
できます。「モデリング」の章では、物体の形状をサーフェスマッシュによって
記述し、それを編集・加工するための諸理論を解説します。「レンダリング」の
章では、物体表面の輝度計算に焦点を当て、実写並みの映像を生成する大域照
明計算手法、事前計算を用いた高速画像生成法などを解説します。また、リア
リズムを向上させるために必要な光の散乱といった物理現象についても説明し
ます。「キャラクタアニメーション」の章では、アニメーション制作における標
準技法であるスケルトン法について紹介し、人型を模したキャラクタモデルの
ためのさまざまなアニメーション編集技術を解説します。最後に「物理シミュ
レーション」の章では、硬い物体だけではなく、水や空気のような流れる物体
を含む、複雑な自然現象の挙動を計算で求めるための手法を解説します。こ
こで挙げた四つのテーマは、まさに 3DCG を支える基礎要素といえます。それぞ
れの章の執筆は、各分野の第一線で活躍する研究者が担当しました。それぞれ
に目覚ましい実績を持ち、豊富な経験と知識によってわが国の 3DCG 技術の発
展を牽引してきたといえる執筆陣となっております。

本書で取り扱う内容は 3DCG の基礎となる内容ですが、基礎だから簡単と
いうわけではありません。類書に比べると、数学的に高度な内容を含むものと

なっています。具体的には、理工系の大学で学ぶ解析学，線形代数学の基本的な知識が求められます。また，連続体力学および流体力学の基礎的な知識，最小二乗法などの数値最適化の知識もあると読み進めやすいでしょう。そのため，本書は理工系大学の高学年または，大学院の学生が主な読者の対象となります。もちろん，3DCGを支える理論に興味のある高校生や社会人，ゲーム制作会社に勤めているエンジニアの方，3DCGを研究の対象とすることを検討している方など，幅広い方々にも，ぜひ手に取っていただけたらと思っています。

3DCGを支える技術の理解に，本書を役立てていただければ幸いです。

2023年5月

編者 三谷 純

目 次

第 1 章

サーフェスメッシュによる形状処理

1.1 序 論	1
1.1.1 サーフェス形状の表現方法	1
1.1.2 ポリゴンメッシュによる形状表現	3
1.1.3 ポリゴンメッシュ処理のためのデータ構造	5
1.1.4 本章の構成	7
1.2 スムージング	8
1.2.1 一様ラプラシアンと前進オイラー法によるスムージング	9
1.2.2 後退オイラー法による数値的に安定なスムージング	11
1.2.3 表面積または体積の保存による縮退の防止	13
1.2.4 一様ラプラシアンの問題点	14
1.2.5 余接ラプラシアンの導出	15
1.2.6 平均曲率フロー	21
1.3 UV 展 開	23
1.3.1 境界を固定する方法	24
1.3.2 境界を固定しない方法	28
1.4 変 形	37
1.4.1 調和関数に基づく変形	37
1.4.2 As-Rigid-As-Possible 変形アルゴリズム	41
1.4.3 E_{ARAP} の修正	48
1.5 お わ り に	51

第 2 章 レンダリング

2.1 序 論	53
2.2 陰 影 計 算	55
2.2.1 反 射 特 性	57
2.2.2 光源の種類と輝度計算	62
2.3 大 域 照 明	65
2.3.1 レンダリング方程式	66
2.3.2 ラジオシティ法	69
2.3.3 パストレーシング法	75
2.3.4 フォトンマップ法	81
2.4 事前計算付き高速レンダリング	83
2.4.1 イメージベースドライティング	83
2.4.2 事前計算付き高速輝度計算	85
2.5 光の散乱現象	94
2.5.1 光 の 散 乱	95
2.5.2 最も簡単なモデル	97
2.5.3 一次散乱モデル	98
2.5.4 多重散乱モデル	101
2.5.5 さまざまな散乱現象の表現例	103
2.6 高度なレンダリング技術	109
2.6.1 深層学習とレンダリング	109
2.6.2 微分レンダリング	111
2.7 お わ り に	113

第 3 章

キャラクターアニメーション

3.1 序論	115
3.2 キャラクターアニメーションの基礎	117
3.2.1 スケルトン法	117
3.2.2 ジョイント階層構造	118
3.2.3 ワールド座標系とローカル座標系	120
3.2.4 座標変換とワールド姿勢	121
3.2.5 ローカル姿勢	122
3.2.6 フォワードキネマティクス	125
3.2.7 ポーズとモーション	127
3.3 インバースキネマティクス	130
3.3.1 四肢向けの解析的手法	131
3.3.2 勾配降下法の応用	135
3.3.3 二次計画問題としての定式化	139
3.3.4 発見的な手法	141
3.4 モーション変形	144
3.4.1 アニメーションカーブの編集	144
3.4.2 インバースキネマティクスの応用	148
3.4.3 時空間最適化手法	150
3.5 データ駆動型モーション編集	158
3.5.1 ノンパラメトリック回帰法の IK 応用	159
3.5.2 潜在空間モデルの IK 応用	160
3.5.3 ニューラルネットワークの応用	163
3.6 おわりに	165

第 4 章

物理シミュレーション

4.1 序 論	166
4.2 剛体シミュレーション	169
4.2.1 剛 体 と は	169
4.2.2 衝突検出と衝突応答	174
4.2.3 衝突検出の高速化	178
4.3 弾性体シミュレーション	182
4.3.1 弾性体と塑性体	182
4.3.2 力学的なシミュレーション手法	183
4.3.3 位置ベース法	190
4.4 流体シミュレーション	198
4.4.1 流体の性質とナビエ・ストークス方程式	198
4.4.2 格子/メッシュベース手法	205
4.4.3 粒子ベース手法	213
4.4.4 その他の流体シミュレーション手法	220
4.5 その他の自然現象シミュレーション	222
4.6 お わ り に	226
引用・参考文献	227
索 引	239

第 1 章

サーフェスマッシュによる形状処理

3DCG コンテンツを制作する上でまず必要となるのは、描画したい物体の形状をコンピュータ上で適切に表現することである。雲や毛髪のように輪郭がはっきりしないものを別とすれば、物体の形状はその表面（サーフェス、surface）によって記述できる。したがって、コンピュータ上で物体形状をサーフェスとして表現し、さらにそれを編集・加工する技術は、3DCG 制作において極めて重要である。サーフェス形状処理に関する諸技術の理論的背景には、微分幾何をはじめとする数学の諸分野があり、非常に奥が深く、CG 分野の黎明期から現在まで脈々と研究が続けられている。この章ではサーフェス形状処理の入門として、基本的な概念やデータ構造を紹介した後、いくつかの代表的なタスクとその基本的な解法について述べる。

1.1 序 論

1.1.1 サーフェス形状の表現方法

コンピュータ上でサーフェス形状を表現する方法は、大まかに陰的な表現と陽的な表現に分類される。前者では、3D 空間上の陰関数 (implicit function) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ を考え、その等値面 (isosurface) $\{\mathbf{x} \mid f(\mathbf{x}) = 0\} \subset \mathbb{R}^3$ として形状を表現する。例えば原点を中心とした半径 r の球は、陰関数

$$f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\| - r$$

で表される。この場合、陰関数は各 3D 位置から球の表面までの最短距離に符号をつけたもの（物体内部では負、外部では正）となっており、このような関数は特に符号付き距離関数 (signed distance function, SDF) と呼ばれる。陰

関数として SDF が用いられることは多いが、SDF でなくても、サーフェスの付近で値が正から負にはっきりと変化する関数であれば、どんなものでも陰関数として使うことができる。

これに対して陽的な表現では、3D サーフェス上の点 $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ を二つのパラメータ $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ の関数 $\mathbf{p} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ として記述する。上記と同じ原点を中心とした半径 r の球は

$$\mathbf{p}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} r \cos \alpha \sin \beta \\ r \sin \alpha \sin \beta \\ r \cos \beta \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} 0 \leq \alpha < 2\pi \\ 0 \leq \beta \leq \pi \end{array}$$

で表される。もう一つの例として、3点 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \in \mathbb{R}^3$ からなる三角形は

$$\begin{aligned} \alpha &\geq 0 \\ \mathbf{p}(\alpha, \beta) &= \alpha \mathbf{p}_1 + \beta \mathbf{p}_2 + (1 - \alpha - \beta) \mathbf{p}_3, \quad \beta \geq 0 \\ \alpha + \beta &\leq 1 \end{aligned}$$

で表される。このような三角形を隙間なく並べてできる**三角形メッシュ** (triangular mesh) で物体の表面を覆うことで、任意の3D サーフェス形状を陽的に表現できる。(なお、上記では各三角形を α と β に関する一次の多項式によって記述しているが、これを (点列 $\{\mathbf{p}_i\}$ を増やした上で) 二次や三次の多項式に拡張すると、丸みを帯びた曲面形状を数式として厳密に記述できる。このような表現方法を**パラメトリック曲面**と呼ぶが、本章では取り上げない。)

このように、陰的な表現と陽的な表現は全く異なる考え方に基づいており、それぞれ得意とする処理が大きく異なる。陰的な表現の最大の強みは、サーフェスのトポロジの変化を簡単に扱えることである。ここでサーフェスのトポロジとは、直感的な例でいうと球とドーナツを区別するような概念である。球はいくら変形してもドーナツにはなれないが、マグカップは変形によってドーナツになれる (図 1.1)。球からドーナツを作るには、変形だけではなくトポロジを変化させるような操作、つまり穴を開けたり、サーフェス上の二つの部位をブリッジしたりする操作が必要になる。陰的な表現を使う場合、このような操作

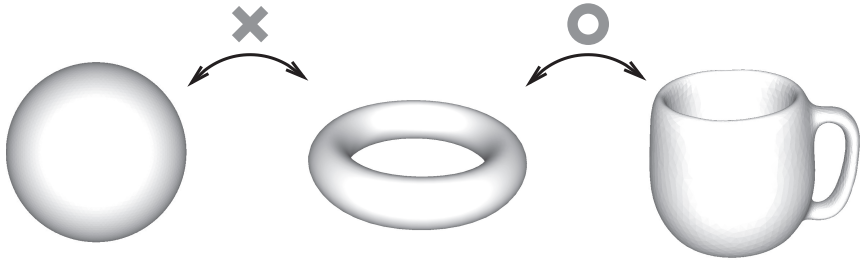


図 1.1 異なるサーフェストポロジの例

は陰関数の値を変更するだけで簡単に実現できる。一方で陽的な表現を使う場合、このような操作を行うにはメッシュの構造を適切に更新する等の複雑な処理が必要になる。

陽的な表現の最大の強みは、パラメタ (α, β) を与えるだけでサーフェス上の点に容易にアクセスできることである。このおかげで、例えば OpenGL 等のグラフィクス API を用いてリアルタイムに形状を描画するといったことが簡単にできる。陰的な表現の場合、サーフェスを陰関数 $f(\mathbf{x})$ の根の集合として表しているため、サーフェス上の点の位置を正確に得るためには、方程式を解く必要がある。このため、陰的なサーフェス表現を OpenGL 等を使って直接描画することは難しく、いったん陽的な表現に変換して描画するか（その方法としては Marching Cubes^{1)†} が最も有名である）、あるいはレンダリングの章で解説されるような、ピクセル単位でレイと物体の交差を判定する（つまり方程式を解く）方法で描画する必要がある。

本章では、三角形メッシュによって陽的に表現されたサーフェス形状の処理について述べる。その前に、三角形メッシュを含むポリゴンメッシュの基本的な定義とデータ構造について説明する。

1.1.2 ポリゴンメッシュによる形状表現

ポリゴンメッシュ (polygonal mesh) とは、頂点の集まりを多角形の面で結

† 肩付き数字は、巻末の引用・参考文献の番号を表す。

んでできる構造のことである。すべての面が三角形であるようなものを、特に三角形メッシュと呼ぶ。面を構成する頂点を結ぶ線分のことをエッジ (edge) と呼ぶ。あるエッジについて、それを共有する面の数が1であるとき、そのエッジはバウンダリ (boundary) であると呼び、それが2および3以上であるときは、それぞれマニフォールド (manifold) および非マニフォールド (non-manifold) であると呼ぶ。バウンダリエッジに属する頂点をバウンダリ頂点、そうでないものを内部頂点と呼ぶ。バウンダリ頂点および内部頂点について、それを共有する面の集合がそれぞれ半円状および円盤状のサーフェストポロジを持つ場合、その頂点はマニフォールドであると呼び、そうでない場合は非マニフォールドであると呼ぶ。図 1.2 にいくつかの具体例を示す。非マニフォールドなエッジや頂点を一切含まないメッシュのことを、マニフォールドメッシュと呼ぶ。

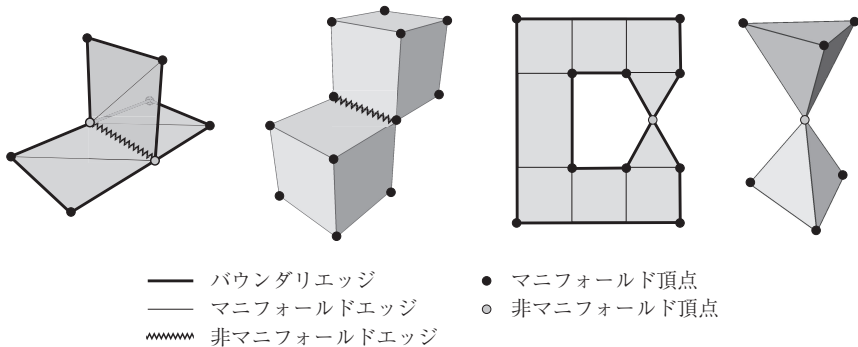


図 1.2 マニフォールドおよび非マニフォールドなエッジと頂点の例

面には表裏の向きを定義でき、慣例的には、ある視点から見て面を構成する頂点の列が反時計回りに見えるとき、その見えている面を表とする。マニフォールドなメッシュのすべてのエッジについて、その両側の二つの面を整合的に向き付けられるとき、そのサーフェスは向き付け可能 (orientable) であると呼ぶ。図 1.3 に、向き付け不可能なサーフェスの例を示す。3D 物体の表面を表すメッシュは自ずとマニフォールドかつ向き付け可能であり、本章でもそのような性質の三角形メッシュを前提とする。

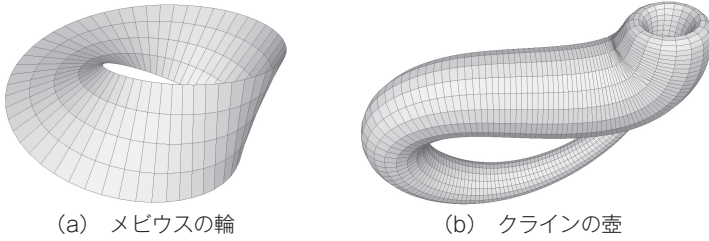


図 1.3 向き付け不可能なサーフェスの例

1.1.3 ポリゴンメッシュ処理のためのデータ構造

〔1〕 配列ベースのデータ構造 ポリゴンメッシュ処理のためのデータ構造で最も基本的なのは配列ベースのものであり、頂点の配列と面の配列から構成される。頂点の配列については、各要素に頂点の 3D 座標を格納する。面の配列については、各要素に面を構成する頂点のインデックスの列を格納する。このデータ構造は非常にシンプルで、異なるソフトウェア間でデータを受け渡すのに都合が良いため、.obj や.off をはじめとする多くのファイル形式で広く使われている。図 1.4 に.off 形式のファイルの例を示す。

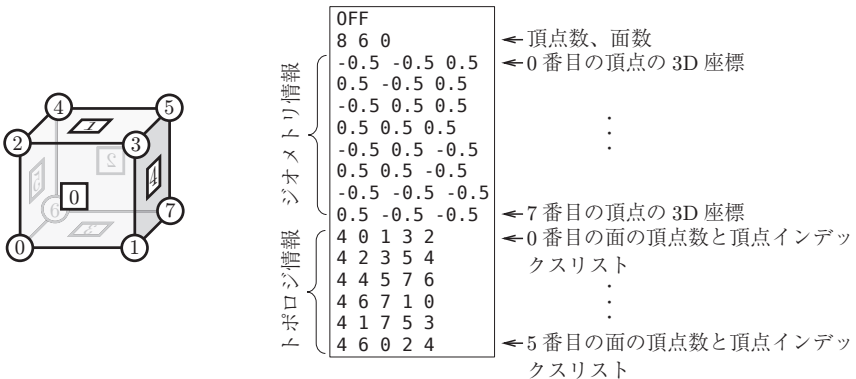


図 1.4 .off ファイル形式で立方体を表現した例

また三角形メッシュを前提とすれば、頂点の配列と面の配列はそれぞれ $n_V \times 3$ 行列と $n_F \times 3$ 行列として表せるので（ここで n_V, n_F はそれぞれ頂点と面の総

索引

【あ】	応力	185	境界条件	210	
圧縮性流体	200	音	224	境界セル	210
圧力のポアソン方程式	201	【か】	境界ポリユーム	178	
アニメーション	115	改良オイラー法	172	境界粒子	219
アニメーションカーブ	127	ガウス過程潜在変数モデル	163	共振周波数	225
【い】	ガウス過程動的モデル	163	共分散	44	
位相関数	95	ガウス・ザイデル法	196	鏡面反射	57
一次散乱モデル	96	拡散反射	57	局所照明モデル	54, 65
位置ベース法	191	拡散方程式	8	【く】	
一様ラプラシアン	9	確率変数	75	空間勾配	167
異方性散乱	96	確率密度関数	75	区分線形	17
異方性反射	61	加算モーション	145	雲	224
イメージベースドライティ ング	83	可視関数	67	グリッド構造	181
移流	199	可展面	28	【け】	
陰関数	1	カーネル関数	215	減衰	95
インバースキネマティ クス	130	環境光源	84	減衰関数	95
インパルスベース法	177	完全鏡面反射	58	減衰擬似逆行列	139
【う】	関与媒質	55, 95	【こ】		
ウェーブレット関数	89	【き】	光学的距離	99	
渦度	204	機械学習	55, 109	格子法	206
【え】	幾何項	67	剛性	197	
エアロゾル	103	擬似逆行列	137	光跡	105
エッジ	4	期待値	75	光線	76
エフェクタ	119	基底関数	16, 85	拘束条件に基づく方法	175
【お】	キーフレーム法	128	剛体	169	
オイラー角	170	キーフレーム補間	128	後退オイラー法	11
オイラーの手法	205	逆運動学	130	剛体シミュレーション	170
	球面ガウス関数	92	剛体変換	43	
	球面調和関数	74, 87	勾配	168	
	キューブマップ	84	勾配降下法	135	
	境界球	179	光路	76	

コースティクス	106	スペクトラル等角 UV 展 開法	33	ディリクレ条件	210
【さ】		スムージング	8	データ駆動型アニメー ション生成手法	158
最小二乗等角 UV 展開法	30	【せ】		点光源	62
座標変換	121	正規直交基底	87	【と】	
三角形メッシュ	2	積分方程式	66	等角化平均曲率フロー	23
サンプリング	128	セグメンテーション	24	等角写像	28
散 乱	95	セミラグランジュ法	209	動径基底関数補間法	159
散乱アルベド	97	線光源	63	動作スタイル転移手法	164
【し】		潜在空間	160	同次座標	121
シェーディング	55	前進オイラー法	10, 171	同次変換行列	121
シェーディングモデル	54	【そ】		等積写像	28
時間積分	10, 167	双方向パストレーシング	78	等値面	1
時空間最適化法	150	双方向反射分布関数	56	等長写像	28
事前計算付き輝度伝達法	86	層 流	204	等方散乱	95
質量行列	21	塑性体	183	等方性反射	61
質量保存	200	塑性変形	183	特異値分解	161
自動微分	112	塑性変形勾配	222	特異点	22
支配方程式	169	【た】		凸 包	179
シャドウイング	56	大域照明モデル	54, 65	トランスフォーマー	164
重心座標	17	体積保存性	200	どん欲法	141
重心領域	19	多次元尺度構成法	161	【な】	
重調和	40	多重散乱モデル	96	ナビエ・ストークス方程 式	202
重ラプリアン	40	畳み込みオートエン コーダ	164	ナローフェーズ	178
重ラプラス方程式	40	畳み込みフィルタ	145	【に】	
重 力	203	弾性体	182	二次計画問題	140
順運動学	125	弾性体シミュレーション	184	ニュートンの運動方程式	184
ジョイント	117	弾性変形	182	ニューラルネットワーク	109
ジョイント階層構造	119	弾性変形勾配	222	【ね】	
消散係数	97	弾塑性体	183	粘 性	202
衝突応答	175	【ち】		【の】	
衝突音	225	注意機構	164	ノイマン境界条件	210
衝突判定	174	中心差分法	207	【は】	
伸縮に対する制約条件	193	調和関数	27	ハイトフィールド	221
深層学習	109	調和 UV 展開	27	ハイライト	58
【す】		【て】		バインディング	118
スキニング	118	ディリクレエネルギー	26		
スキンモデル	118				
スケルトン	117				
スタガード格子	207				

バウンダリ	4	分散	76	モーション	127
破壊のシミュレーション	223			モーシオンタイムワーピング	146
パストレーシング法	75	【へ】		モーシオンディスプレイ	144
発見的手法	141	平均曲率フロー	22	モーシオンフィルタリ	145
パッチ	69	平均自由行程	95	モーシオンベクトル	128
パーティクル IK 法	141	平行光源	63	モーシオン補間	163
パネ	187	ペナルティベース法	177	モンテカルロ法	75
パネ-質点系	188	変位	38		
ハーフエッジ	6	変異	80	【や】	
パラメトリゼーション	23	変形勾配	185	ヤコビ行列	135
パラメトリック曲面	2	変形する物体	182	ヤコビ法	135, 196
半影	64	変分オートエンコーダ	164		
半透明物体	108			【ゆ】	
【ひ】		【ほ】		有限差分法	207
非圧縮性流体	200	ポアソン方程式	46	有限体積法	207
光の散乱	55, 94	法線分布関数	60	有限要素法	189
ひずみ	185	ポーン	117		
ひずみテンソル	186	ポーズ	127	【よ】	
非線形最適化問題	94	ポーズベクトル	127	余接ラブラシアン	8, 14
微分画像	111	炎のシミュレーション	223	予測位置	196
微分レンダリング	55, 109	ポリゴンメッシュ	3		
非マニフォールド	4	ポリウムレンダリング		【ら】	
ヒューリスティクス	141	方程式	101	ラグランジュ的手法	205
表面下散乱	108	ポロノイ領域	19	ラグランジュの運動方程式	183
表面張力	205	本影	64	ラジオシティ法	69
		【ま】		ラブラシアン	8
【ふ】		曲げに対する制約条件	194	ラブラシアンエネルギー	40
フォトン	81	マニフォールド	4	ラプラス・ベルトラミ作	
フォトンマップ	82			用素	16
フォトンマップ法	81	【み】		ラプラス方程式	27
フォームファクタ	71	ミー散乱	96	乱流	204
フォワードキネマティクス	125	【む】			
符号付き距離関数	1	向き付け可能	4	【り】	
フックの法則	185	【め】		リグ	117
物質微分	214	メッシュベース法	206	離散化	167
物理シミュレーション	167	メトロポリス光輸送	79	粒子法	213
浮力	204	面光源	63	流体	198
フレネル反射	60	【も】			
プロシージャルアニメーション	158	モーシオン変形法	144		
ブロードフェーズ	178				

	【る】	レンダリング	53	ローカル姿勢	122
ルート	119	レンダリング方程式	66	【わ】	
	【れ】	【ろ】		ワールド座標系	120
レイリー散乱	96	ローカル行列	123	ワールド行列	122
レベルセット法	212	ローカル・グローバル最適化	43	ワールド座標変換	122
連続体	189	ローカル座標系	121	ワールド姿勢	122
連続の式	201	ローカル座標変換	122		

	【A】	GPU	100	OpenGL	103
AABB	179	【H】		【P】	
AABB 木	180	Haar wavelet	89	PBF	217
ALE 法	206	【I】		Phong の反射モデル	59
As-Rigid-As-Possible	43	IK	130	PIC	220
【B】		【K】		【R】	
BRDF	56	kd-tree	82	RBF 補間法	159
BSSRDF	108	【M】		【S】	
【C】		mean value coordinate	27	Shooting 法	72
CCD 法	141	Microfacet モデル	60	SOR	197
【F】		MPM	220	SPH 法	215
FABRIK アルゴリズム	141	MPS 法	218	splitting	203
FK	125	【N】		SWE	222
FLIP	220	NDF	60	【W】	
【G】		【O】		WCSPH	217
Galerkin 法	190	OBB	179	【数字】	
Gathering 法	72			3D スイープ&プルーン	179

—— 編者・著者略歴 ——

三谷 純 (みたに じゅん)

1998年 東京大学工学部精密機械工学科卒業
2000年 東京大学大学院工学系研究科修士課程
修了 (情報工学専攻)
2000年 ピー・アイ・エム株式会社勤務
2000年 ヤフー株式会社勤務
2004年 博士 (工学) (東京大学)
2004年 独立行政法人理化学研究所勤務
2005年 筑波大学講師
2009年 筑波大学准教授
2015年 筑波大学教授
現在に至る

高山 健志 (たかやま けんし)

2007年 東京大学理学部情報科学科卒業
2009年 東京大学大学院情報理工学系研究科修
士課程修了 (コンピュータ科学専攻)
2012年 東京大学大学院情報理工学系研究科博
士課程修了 (コンピュータ科学専攻)
博士 (情報理工学)
2012年 スイス連邦工科大学チューリッヒ校 In-
stitute of Visual Computing 博士
研究員
2014年 国立情報学研究所助教
2022年 株式会社サイバーエージェント勤務
現在に至る

土橋 宜典 (とばし よしのり)

1992年 広島大学工学部第二類 (電気系) 卒業
1994年 広島大学大学院工学研究科博士前期課
課程修了 (システム工学専攻)
1997年 広島大学大学院工学研究科博士後期課
課程修了 (システム工学専攻)
博士 (工学)
1997年 広島市立大学助手
2000年 北海道大学助教
2007年 北海道大学准教授
2019年 北海道大学教授
現在に至る

向井 智彦 (むかい ともひこ)

1999年 佐世保工業高等専門学校電子制御工学
科卒業
2001年 豊橋技術科学大学工学部情報工学課程
卒業
2003年 豊橋技術科学大学大学院工学研究科修
士課程修了 (情報工学専攻)
2006年 豊橋技術科学大学大学院工学研究科博
士後期課程修了 (電子・情報工学専攻)
博士 (工学)
2006年 豊橋技術科学大学助教
2009年 株式会社スクウェア・エニックス勤務
2014年 東海大学専任講師
2017年 東海大学准教授
2018年 首都大学東京准教授
2020年 東京都立大学准教授 (名称変更)
現在に至る

藤澤 誠 (ふじさわ まこと)

2001年 高松工業高等専門学校機械工学科卒業
2003年 静岡大学工学部機械工学科卒業
2005年 静岡大学大学院理工学研究科博士前期
課程修了 (機械工学専攻)
2008年 静岡大学大学院理工学研究科博士後期
課程修了 (設計科学専攻)
博士 (工学)
2008年 奈良先端科学技術大学院大学助教
2011年 筑波大学助教
2021年 筑波大学准教授
現在に至る

3DCGの数理と応用

Mathematics and Applications of 3DCG

© Mitani, Takayama, Dobashi, Mukai, Fujisawa 2023

2023年7月7日 初版第1刷発行



検印省略

編者 三谷 純
著者 高山 健志
土橋 宜典
向井 智彦
藤澤 誠
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来 真也
印刷所 三美印刷株式会社
製本所 株式会社 グリーン

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844 · 電話 (03) 3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-01371-9 C3355 Printed in Japan

(森岡)



<出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつと事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。