

これなら解ける

# 電気数学

実験でアプローチ

工学博士・博士（理学） 高木 茂行  
博士（工学） 美井野 優

【共著】

コロナ社

# 序 文

電気電子工学科の教員として学生を指導しながら、いつも残念に思うことがある。電気電子工学に強い関心があり、学びたい専門分野も明確に決まっているにもかかわらず、数学が苦手なことで専門科目の理解が深まらないことだ。彼らは大学入学までのどこかのタイミングで、例えば太陽電池や PC, LED などの電気電子機器に出会い、この分野の発展性・可能性に強い期待を持ったはずだ。

期待する専門分野の勉強に胸を膨らませて大学に入学してきた学生に、立ちはだかるのが数学だ。電気は目に見えないので、その動きを捕らえて理解・可視化するには数学がとても重要である。しかし、高校ではそんなことは教えてくれない。虚数が交流回路の計算に使われ、交流に対するキャパシタ、インダクタの動作を理解するには微分や積分が必須だとは、夢にも思わない。さらに、高校の物理では、微分や積分を使わなくても済むようにカリキュラムが組まれているため、理系で受験に必要なだからというぐらいの意識で数学を学ぶ学生もいるだろう。

大学に入学すると、すぐに微分積分や線形代数の授業がはじまる。大学の授業は高校の授業に比べれば難しく、大学レベルの問題がスラスラ解ける学生はそれほど多くはない。これらの科目が終わると、数学と電気電子工学とを結ぶ授業として、電気数学の授業が行われる。電気数学が終わると、後にも先にも数学関連の授業は行われぬ。したがって

「電気数学は、電気電子工学を学ぶ学生にとって必要な数学能力を修得する最後の砦」となる。

こうした状況にもかかわらず、電気数学がカバーする範囲は広く、微分や積分などの主要項目に1回、多くても2回の授業しか充当できない。時間的制約の中で、多くの学生に電気電子工学に必要な数学を理解してもらおうと、授業が終わるたびに振り返り、教え方やその内容についての試行錯誤を繰り返してきた。そして、特に①電気電子工学と数学の関係を理解してもらおうこと、②数学を解く楽しみを感じてもらおうこと、③電気電子工学で必要となる数学をできるだけ網羅して解説すること、の3点が重要だと考えた。

こうして、積み上げてきたノウハウをテキストにまとめたのが本書である。目的とした3項目については、つぎのような工夫を凝らした。

- ① **電気電子工学と数学の関係を理解** 両者の関係を理解するためには、実際の電気電子工学とそれを記述する数学を示すのが一番と考えた。そこで、数学で記述された現象と実際の実験結果とが一致する例をできるだけ紹介するようにした。具体的な例として、4章では、指数関数のグラフと実際の減衰波形から時定数を理解できるようにしている。
- ② **数学を解く楽しみ** 数学の問題が解けるようになれば、数学への興味も湧き、勉強時間も

長くなり、一段と難しい問題にもチャレンジできるという正のループが働く。本書では、難しい証明や理論は可能な限り省き、問題を解く手法に重点を置いた。問題を解く手順、ノウハウ、注意することを「解き方」としてまとめた。解法の手順が長い8, 9章の微分方程式では、その大まかな解法手順を最初に Step として示し、それぞれの Step での解き方を順次説明する方法で説明した。

- ③ 電気電子工学に必要な数学の網羅 電気数学は幅広い分野を扱う。半年の授業の場合十分に対応できないため、大学によってはフェーザ、ラプラス変換、フーリエ級数、ベクトル解析を電気数学の授業から除き、関連する専門分野で教えるようにしている。しかしながら、たとえ半年でも授業を受けておけば、いざ必要になったときに、抵抗なく自分で学ぶことができる。そこで、これらの内容もテキストに加えた。

これまで電気数学を教えてきた試みを本テキストに盛り込んだ。このテキストを使って学習した学生が少しでも数学に興味を持ち、電気電子工学の専門科目を学ぶときの数学力に身に付けてくれることを切に望む。そして、大学院や社会人となって、目も覚めるような素晴らしい研究・開発成果を出してくれることを切に期待する。

なお、本書の執筆は以下のように2名で分担した。

高木茂行：5章，6.4～6.6節，8～12章

各章の導入部，実験で試す

美井野優：1～4章，6.1～6.3節，7，13章

章末問題略解，章末問題詳解

本書に掲載できなかった章末問題詳解はコロナ社の Web ページ (<https://coronasha.co.jp/np/isbn/9784339009842>) からダウンロードができるので答え合わせだけでなく解説を確認して自習に活用してほしい。

2022年6月

著者を代表して 高木 茂行

---

---

### 【講義を担当する先生方へ】

このテキストを使って授業する際のいくつかの活用方法として、選択する章を表にまとめました。

1年間の履修では1年生の前期あるいは後期から、前半に1～7章まで、後半に8～13章までの授業方法が考えられます。

半年間での履修では、学生がある程度の数学や電気回路の専門知識を修得していることが望ましいと考えます。一つのパターンは電気電子系専門科目でよく使われる数学に特化する方法で、もう一つは微分・積分、線形代数を履修した後に数学科目の仕上げとして、全章を学ぶ方法があります。

本書の活用方法

履修 時期	1年間で履修する場合		半年間で履修する場合	
	前半 電気数学基礎	後半 電気数学応用	1年後期以降 電気電子系数学に特化	1年後期以降 電気電子系数学仕上げ
1章	○			△
2章	○		○	○
3章	○			○
4章	○			○
5章	○		○	○
6章	○		○	○
7章	○		○	○
8章		○	○	○
9章		○	○	○
10章		○	○	○
11章		○	○	○
12章		○	○	○
13章		○	○	○

---

---

# 目 次

## 1 | 行列 (基本編: $2 \times 2$ の行列)

1.1 行列ことはじめ .....	1
1.1.1 用語の定義 .....	1
1.1.2 和・差・スカラー倍・転置 .....	2
1.2 普通の掛け算とはやや異なる行列の積 .....	4
1.3 行列計算で最も重要な逆行列 ( $2 \times 2$ の行列) .....	6
1.3.1 定義と具体例 .....	6
1.3.2 行列式・余因子行列・逆行列の導出 .....	7
1.4 行列方程式の解法 ( $2 \times 2$ の行列) .....	9
1.4.1 連立方程式への変換を用いた行列方程式の求解 .....	10
1.4.2 逆行列を用いた行列方程式の求解 .....	11
1.5 実験で試す: 電気回路と行列 .....	11
1.5.1 回路方程式を行列で解く .....	11
1.5.2 回路方程式で解いた電流と実際の値の比較 .....	13
章 末 問 題 .....	14

## 2 | 行列 (応用編: $3 \times 3$ の行列)

2.1 逆行列 ( $3 \times 3$ の行列) .....	15
2.1.1 小行列式 .....	15
2.1.2 ここが踏ん張りどころ: 余因子・余因子行列・行列式の導出 .....	17
2.1.3 逆行列の導出 .....	20
2.2 行列方程式の解法 ( $3 \times 3$ の行列) .....	21
2.3 実験で試す: 電気回路と行列 .....	22
2.3.1 回路方程式を行列で解く .....	22
2.3.2 回路方程式で解いた電圧電流と実際の値の比較 .....	24
章 末 問 題 .....	27

## 3 | 三角関数

3.1 三角関数の基礎となる三角比	28
3.1.1 度数法と弧度法	28
3.1.2 単位円による三角比の一般定義	30
3.1.3 三角比の公式	31
3.1.4 微分・積分でも重要な加法定理	34
3.1.5 (発展) 和積・積和の公式	36
3.2 三角関数	36
3.2.1 三角関数の定義とグラフ	37
3.2.2 逆三角関数	38
3.2.3 電気系学生が毎日目にする正弦波	39
3.2.4 正弦波の足し合わせ	41
3.3 実験で試す：交流 100 V の電圧波形	41
章末問題	42

## 4 | 指数と対数およびその関数

4.1 指数と対数	44
4.1.1 指数の基本事項	44
4.1.2 対数の基本事項	45
4.1.3 電気電子工学の現象を表すのに便利なネイピア数 $e$	47
4.2 指数や対数を用いた関数	48
4.2.1 指数関数	48
4.2.2 理解しづらいが重要な対数関数	48
4.2.3 ここで理解しておくとう便利：対数関数から指数関数への変換	49
4.3 三角関数と似て非なる双曲線関数	50
4.3.1 双曲線関数の種類と定義	50
4.3.2 双曲線関数の公式	51
4.3.3 双曲線関数の加法定理	51
4.4 電気回路の指数関数	53
4.4.1 電気回路の動きを表す指数関数	53
4.4.2 時定数	54

4.5 実験で試す：時定数を調べる実験	55
章 末 問 題	56

## 5 | 複 素 数

5.1 複素数の定義と計算	57
5.1.1 複素数の定義	57
5.1.2 直交座標表示	58
5.1.3 複素数の計算	58
5.2 極座標表示と三角関数表示	60
5.2.1 極座標表示	61
5.2.2 極座標表示と直交座標表示をつなぐ三角関数表示	61
5.2.3 極座標表示の計算	62
5.3 指数関数表示	63
5.3.1 極座標表示と指数関数表示	63
5.3.2 指数関数表示の計算	64
5.3.3 指数関数表示と三角関数表示	65
5.4 フェーザ	66
5.4.1 交流のフェーザと複素数表記	66
5.4.2 フェーザと複素数	67
5.5 実験で試す：二つの交流のフェーザによる合成	69
章 末 問 題	71

## 6 | 微 分 ・ 偏 微 分

6.1 変化量を数学的に記述する微分	72
6.1.1 微分の定義	72
6.1.2 初等関数の導関数	75
6.2 これをマスターすれば大丈夫：微分で重要な五つの公式	76
6.3 電気回路の微分	81
6.4 多変数関数の微分を表す偏微分	82
6.4.1 山の登山ルートと偏微分	82
6.4.2 多変数関数と偏微分	83
6.5 偏微分に関する定理・公式	84

6.6 全体の傾き量を表す全微分 .....	86
6.7 実験で試す：インダクタ電流波形の微分 .....	87
6.7.1 インダクタ電流波形の微分と電圧波形 .....	87
6.7.2 実験でインダクタの電流波形と電圧波形を求める .....	87
章末問題 .....	89

## 7 | 積 分

7.1 不定積分 .....	90
7.1.1 不定積分の定義 .....	90
7.1.2 基本的な公式 .....	92
7.2 これが重要：積分を求める三つの公式 .....	92
7.2.1 部分積分 .....	93
7.2.2 置換積分 .....	94
7.2.3 三角関数の積分 .....	95
7.3 定積分と面積（時間合計値） .....	95
7.3.1 定積分の定義と公式 .....	95
7.3.2 定積分と面積 .....	96
7.3.3 定積分と時間合計・平均 .....	97
7.4 電気回路の積分 .....	98
7.5 実験で試す：キャパシタ電流波形の積分 .....	100
7.5.1 キャパシタ電流波形の積分と電圧波形 .....	100
7.5.2 実験でキャパシタの電流波形と電圧波形を求める .....	101
章末問題 .....	102

## 8 | 1 階の微分方程式

8.1 微分方程式の定義・分類 .....	103
8.1.1 微分方程式の定義 .....	104
8.1.2 微分方程式の解と解の判定 .....	104
8.1.3 初期条件 .....	104
8.1.4 微分方程式の分類 .....	105
8.2 1階の微分方程式の解き方（全体の流れ） .....	106
8.3 変数分離法で補関数を求める（Step 1） .....	107



8.4	定常解あるいは特殊解を求める (Step 2) .....	109
8.5	一般解と解の決定 (Step 3, 4) .....	111
8.6	電気回路と微分方程式 .....	112
8.7	実験で試す：計算結果の比較 .....	114
8.7.1	キャパシタ充電の実験 .....	114
8.7.2	実験と同じ回路の微分方程式を解く .....	115
章 末 問 題	.....	116

## 9 | 2階の微分方程式

9.1	2階の微分方程式の分類と解き方の流れ .....	117
9.1.1	2階の微分方程式と同次・非同次 .....	117
9.1.2	2階の微分方程式の解き方 (全体の流れ) .....	118
9.2	2階の微分方程式の解き方 ( $= 0$ ) は二次方程式を解く問題に (Step 1) .....	119
9.2.1	2階の微分方程式は二次方程式を解く問題に置き換わる .....	119
9.2.2	二次方程式と2階の微分方程式の解 .....	120
9.3	特殊解あるいは定常解を求める (Step 2) .....	122
9.4	一般解と解の決定 (Step 3, 4) .....	123
9.5	LCR直列回路を2階の微分方程式で解く .....	124
9.5.1	LCR直列回路の微分方程式 .....	124
9.5.2	LCR直列回路における3種類の挙動 .....	125
9.6	実験で試す：実際のLCR直列回路で電圧を測定 .....	128
章 末 問 題	.....	129

## 10 | ラプラス変換

10.1	ラプラス変換の定義 .....	131
10.2	定義から代表的関数のラプラス変換を求める .....	132
10.2.1	ユニットステップ関数 $u(t)$ のラプラス変換 .....	132
10.2.2	三角関数 $\sin at$ のラプラス変換 .....	133
10.3	コツをつかめば簡単：変換表を使ったラプラス変換 .....	134
10.4	最も重要な推移則と微分・積分のラプラス変換 .....	135
10.4.1	推移則の説明 .....	135
10.4.2	推移則を使ったラプラス変換の解き方 .....	136

10.4.3	微分と積分のラプラス変換	137
10.5	ラプラス逆変換	138
10.5.1	ラプラス逆変換の定義	138
10.5.2	変換表を使ったラプラス逆変換の求め方	138
10.5.3	推移則を使った逆変換 ( $(s \pm a)^n$ が含まれる場合)	139
10.6	実験で試す：インダクタとキャパシタのラプラス変換	140
10.6.1	実際のインダクタとキャパシタのラプラス変換	140
10.6.2	微分・積分，複素数，フェーザ，ラプラス変換の比較	141
	章末問題	142

## 11 | ラプラス変換で微分方程式を解く

11.1	ラプラス変換で微分方程式を解くための二つの準備	143
11.2	微分定理を理解する（準備その1）	144
11.2.1	微分定理とその導出	144
11.2.2	微分定理の意味と使い方（解き方）	145
11.3	部分分数展開（準備その2）	146
11.3.1	単純な因数分解の場合	146
11.3.2	少し工夫が必要：重根がある場合	148
11.4	ラプラス変換による微分方程式の解法	150
11.5	実際の回路方程式で解き方を比較	150
11.5.1	ラプラス変換で解く	151
11.5.2	ラプラス変換を使わない（8, 9章）の解き方との比較	152
	章末問題	153

## 12 | フーリエ級数

12.1	フーリエ級数で方形波の近似を検討してみよう	154
12.2	フーリエ級数の定義	155
12.3	フーリエ級数の解き方（求め方）	156
12.4	フーリエ級数を確認してみよう	159
12.5	フーリエ級数展開を容易にする偶関数・奇関数	160
12.5.1	偶関数・奇関数	160
12.5.2	偶関数・奇関数とフーリエ級数	161

12.6 周波数解析（離散スペクトル）	162
12.6.1 フーリエ級数と電気電子工学	162
12.6.2 周波数解析の数学的準備	163
12.7 実験で試す：実際の波形でフーリエ級数	165
章 末 問 題	166

## 13 | ベ ク ト ル

13.1 ベクトルの基本：空間ベクトル	168
13.1.1 定 義	168
13.1.2 基 本 演 算	169
13.1.3 内積（ドット積）	171
13.1.4 外積（クロス積）	172
13.2 空間での変化量を扱う：ベクトル解析の基礎	173
13.2.1 勾 配	173
13.2.2 発 散	174
13.2.3 回 転	175
13.2.4 勾配・発散・回転の比較	176
13.3 電磁気学とベクトル解析	177
13.3.1 静電場のガウスの法則	177
13.3.2 静磁場のアンペールの法則	177
章 末 問 題	178
 章末問題略解	 179
索 引	186

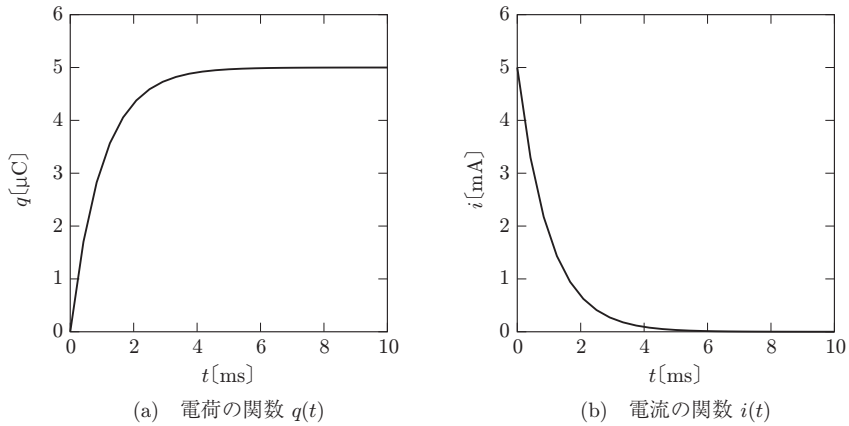


図 4.6 電荷および電流の関数

以上の手順で、電荷量  $q$  や電流  $i$  の時間変化の様子を確認でき、回路の動作 (1)~(4) が数理的に裏付けられる。

#### 4.4.2 時 定 数

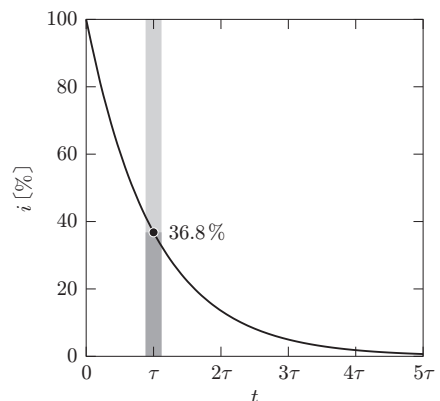
図 4.6 では、横軸の単位が ms (ミリ秒) になっている。つまり、この回路に電流が流れるのはもの数ミリ秒間のみ、ということである。この時間を決定づけている要素はいったい何なのだろうか。じつは、この時間は指数関数の指数部分である  $-t/RC$  に大きく影響を受けている。 $RC$  の値が大きくなればなるほど、指数関数の時間に対する感度が悪くなり、結果として長い時間に渡って電流が流れることになる。逆に、 $RC$  の値が小さければ、指数関数の時間に対する感度が良くなり、短い時間でキャパシタに電荷が貯まりきり、ただちに電流が流れなくなる。 $RC$  のように、指数関数の時間に対する感度を決定づける要素を**時定数** (time constant) と呼び、 $\tau$  などの文字を使って表す。 $\tau$  を用いて電流の関数を書き直せば

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \quad (4.38)$$

となる。いま、 $t = 0$  のときの電流の値は  $E/R$  であるが、これを  $I_0$  と書き換えてみよう。

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad (4.39)$$

この式の意味を少し説明したい。すでに図 4.6 (b) でも確認した通り、この回路の電流はスイッチがオンになると同時に  $i(0) = I_0$  から指数関数的に減衰していき、十分な時間が経てば  $i(t) = 0$  に落ち着く。その途中過程である  $t = \tau$  においては、 $i(\tau) = I_0 \cdot (1/e) = I_0 \cdot 0.367879 \dots$  となり、この値は  $\tau$  の値にはよらず

図 4.7 電流の減衰割合と時定数 (100% =  $I_0$ )

電流の初期値  $I_0$  によってのみ確定する。いい換えれば、電流  $i(t)$  が初期値  $I_0$  の 36.8% ほどのところにくる時刻  $t$  が時定数となる (図 4.7)。

電気電子工学において、時定数は非常に重要な概念である。電子回路、電力工学、電気自動車まで、あらゆる分野で用いられ、その時間も非常に短いナノやマイクロのオーダーから、数時間のオーダーまで及んでいる。ぜひ、覚えておいてほしい。

### 4.5 実験で試す：時定数を調べる実験

前節でキャパシタと抵抗の直列回路の時定数  $\tau$  は、キャパシタの容量  $C$  と抵抗値  $R$  の積になることを学んだ。これを実際の回路で確認してみる。図 4.8 (a) は測定に用いた実験装置の写真、図 (b) は RC 直列回路の拡大写真、図 (c) がその回路図である。

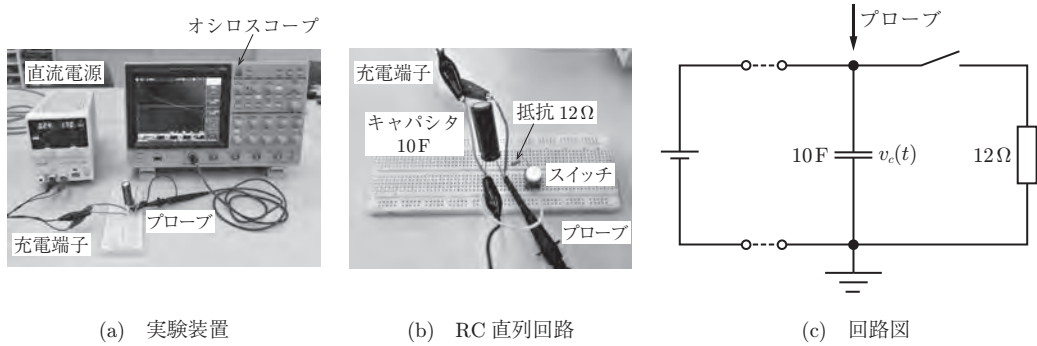


図 4.8 RC 直列回路の時定数

図 (a) で RC 直列回路のキャパシタの両端には充電端子を通して、直流電源が接続されており、キャパシタを充電する。このキャパシタの両端にはオシロスコープが接続されており、キャパシタの両端電圧  $v_C(t)$  を測定している。図 (b), (c) で、キャパシタの容量  $C$  は 10F で、抵抗  $R$  は  $12\Omega$  である。直流電源からの充電が終わると充電端子を外し、スイッチを押すと RC 直列回路が構成される。図 (c) では電源から切り離すことを点線で示している。これにより、図 4.5 の回路で、電源  $E$  がなく、 $R$  と  $C$  が直列接続された回路となる。

キャパシタを 2.5V に充電し、スイッチを入れて RC 直列回路を動作させた。図 4.9 はこの時のキャパシタ  $C$  の電圧波形である。キャパシタの電圧は、前節で説明したように指数関数的に減少している。キャパシタ電圧が、 $e^{-1} = 1/e = 0.368$  倍 (小数点以下 3 桁で四捨五入) となる

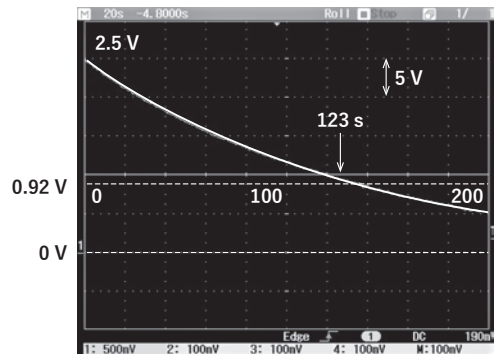


図 4.9 RC 直列回路におけるキャパシタ電圧の変化

のは,  $2.5 \text{ V} \times 0.368 = 0.920 \text{ V}$  である。図 4.9 で電圧が  $0.920 \text{ V}$  となり, 時定数に相当する時間を読むと 123 秒となっている。

RC 直列回路で,  $C = 10 \text{ [F]}$ ,  $R = 12 \text{ [\Omega]}$  である。時定数  $\tau$  は,  $\tau = RC = 12 \text{ [\Omega]} \times 10 \text{ [F]} = 120 \text{ [s]}$  となる。実験結果では 123 秒となっており, ほぼ一致している。実験結果が 3 秒長くなっているのは, キャパシタ  $C$  と抵抗  $R$  の誤差, スイッチの抵抗が加わっているためと考えられる。この実験から,  $R$  と  $C$  の直列回路では時定数が  $R$  と  $C$  の積  $RC$  となり, 時定数だけ経過するとキャパシタ電圧は  $e^{-1} = 1/e = 0.368$  倍となることがわかる。

## ————— 章 末 問 題 —————

【1】 (指数の基本) つぎのべき乗を計算せよ。

(1)  $2^6 \times 2^{-5}$     (2)  $2^3 \times 5^3$     (3)  $(2^2)^3$     (4)  $2^{2^3}$

【2】 (対数の基本) つぎの値を対数や四則演算子を用いずに表せ。

(1)  $\log_2 8 + \log_2 4$     (2)  $\log_3 162 - \log_3 2$     (3)  $\frac{1}{3} \log_{0.5} 64$   
 (4)  $\log_5 500 - 2 \log_5 2 + \log_4 32 + \log_4 8$

【3】 (指数関数) つぎの指数関数のグラフを描画せよ。

(1)  $f(x) = 3^x$     (2)  $f(x) = 3^{-2x}$

【4】 (対数関数) つぎの対数関数の定義域を示し, グラフを描画せよ。

(1)  $f(x) = \log_3 x$     (2)  $f(x) = \log_3(-2x)$

【5】 (双曲線関数) つぎの値をそれぞれ求めよ。ただし,  $e = 2.72$  として実数で答えよ。

(1)  $\sinh(1)$     (2)  $\cosh(1)$     (3)  $\tanh(1)$

【6】 (双曲線関数の公式) つぎの各問いに答えよ。

- (1)  $\sinh^2(x)$  を指数関数で表せ。  
 (2)  $\cosh^2(x)$  を指数関数で表せ。  
 (3)  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x)$  が  $x$  の値によらず一定となることを示せ。

これにより、 $x$  の変化率の 2 倍、 $y$  の変化率の 3 倍が  $u$  の変化率に影響することがわかる。

## 6.7 実験で試す：インダクタ電流波形の微分

### 6.7.1 インダクタ電流波形の微分と電圧波形

微分で記述される電気回路の動作を実験で確かめる。自己インダクタンスが  $L$  のインダクタでは、インダクタに流れる電流  $i$  の変化が磁束の変化となり、誘起電圧  $v(t)$  の関係は以下となる。

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad (6.40)$$

以下電圧と電流の関係について、式 (6.40) で微分計算した結果と、実験結果を比較する。電流波形が、 $t = 0$  で  $i = 0$  となる最も単純な正弦波は 3 章の定義 3.5 から次式で表される。

$$i(t) = A \sin(2\pi ft) \quad (6.41)$$

ここで、 $A$  は電流の振幅、 $f$  は周波数である。式 (6.41) を式 (6.40) に代入し、次式が得られる。

$$v(t) = L \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} A \sin(2\pi ft) = L \cdot A \cdot 2\pi f \cos(2\pi ft) \quad (6.42)$$

後述の実験条件では、自己インダクタンス  $L$  を  $1.3 \text{ mH}$  ( $= 1.3 \times 10^{-3} \text{ H}$ ) とし、 $\pm 50 \text{ mA}$ 、周波数  $5 \text{ kHz}$  の正弦波電流を流す。この条件を式 (6.41) に代入すると、電流は次式となる。

$$\begin{aligned} i(t) &= A \sin(2\pi f t) = 50 \times 10^{-3} \sin(2 \times \pi \times 5000 t) \\ &= 50 \times 10^{-3} \sin(10000\pi t) \end{aligned} \quad (6.43)$$

式 (6.40)、式 (6.42) から、インダクタに発生する電圧  $v(t)$  は式 (6.44) となる。

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{di}{dt} = 1.3 \times 10^{-3} \frac{d}{dt} [50 \times 10^{-3} \sin(10000\pi t)] \\ &= 1.3 \times 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3} \times 10000\pi \cos(10000\pi t) \\ &= 204.2 \times 10^{-2} \cos(10000\pi t) = 2.04 \cos(2\pi \times 5000 t) \\ &= 2.04 \sin\left(2\pi \times 5000 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{公式 3.6}) \end{aligned} \quad (6.44)$$

以上の計算結果から、電流は振幅が  $50 \text{ mA}$  で周波数が  $5000 \text{ Hz}$  の  $\sin$  波形、電圧は振幅が  $2.04 \text{ V}$  で周波数  $5000 \text{ Hz}$  で時間変化する  $\cos$  波形となる。

### 6.7.2 実験でインダクタの電流波形と電圧波形を求める

インダクタに電流を流したときの電圧が、式 (6.44) となることを実験により確かめる。具体的には、インダクタに正弦波の電流を流し、電圧と電流波形の関係を測定する。図 6.6 (a) に示

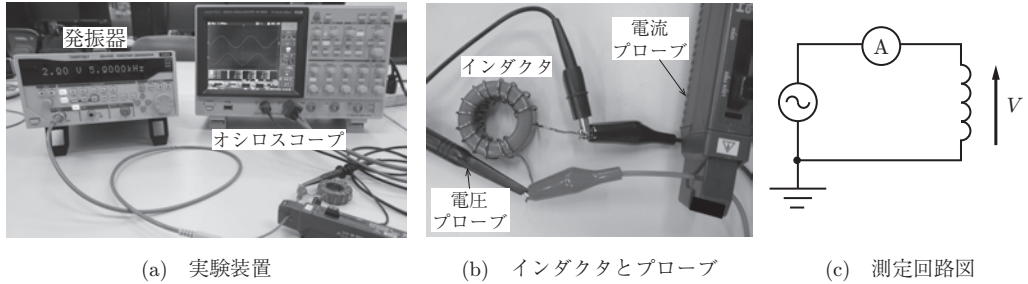


図 6.6 インダクタの微分

ように、正弦波電流を流すための発振器、自己インダクタンス  $1.3\text{ mH}$  のインダクタ、オシロスコープを用意し、インダクタに発生する電圧波形を測定した。電流は振幅が  $50\text{ mA}$ 、周波数が  $5000\text{ Hz}$  の正弦波とした。図 (b) に示すようにインダクタに流れる電流を電流プローブ、インダクタの端子電圧を電圧プローブで測定した。図 (b) に対応する回路図が図 (c) である。

図 6.7 はオシロスコープで測定した結果で、上段が電流波形、下段が電圧波形である。電流はプラスとマイナスのピーク間の大きさ (Pk-Pk) が  $100\text{ mA}$  で振幅は  $50.0\text{ mA}$ 、周波数  $4.952\text{ kHz}$  である。電圧は Pk-Pk が  $4.08\text{ V}$  で振幅は  $2.04\text{ V}$  で、時間 0 での値は最大値の  $2.04\text{ V}$  をとっており、時間変化を示す三角関数は  $\cos$  である。したがって、6.7.1 項の計算で得られた「電流は振幅が  $50\text{ mA}$  で周波数が  $5000\text{ Hz}$  の  $\sin$  波形、電圧は振幅が  $2.04\text{ V}$  で周波数  $5000\text{ Hz}$  で時間変化する  $\cos$  波形となる」と一致している。

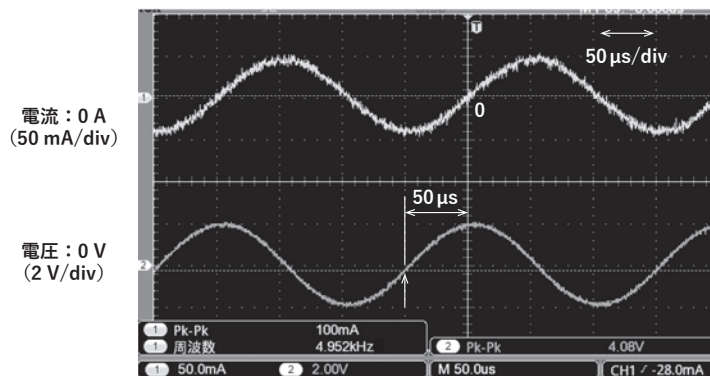


図 6.7 測定で得られた電流・電圧波形

また、オシロスコープでは横軸が時間で、左から右へと時間が流れている。図中の点線で示された電圧波形がマイナスからプラスに変わる時間は、電流波形がマイナスからプラスに変わる時間 0 に対して、約  $50\text{ }\mu\text{s}$  左側にある。周波数  $5000\text{ Hz}$  に対応する周期は  $200\text{ }\mu\text{s}$  であるため、 $50\text{ }\mu\text{s}$  は波長全体の  $1/4$ 、すなわち  $90^\circ$  の位相に相当し、電圧の位相が電流に比べて  $90^\circ$  進んでいることを示している。5 章の図 5.7 のフェーザ図で述べた「インダクタの電圧は電流より  $90^\circ$  進む」ことと一致している。



# 索引

<p><b>【あ】</b></p> <p>アンペールの法則 177</p> <p><b>【い】</b></p> <p>位相 40</p> <p>一般解 107</p> <p>インダクタ (コイル) 28</p> <p><b>【お】</b></p> <p>オイラーの公式 65</p> <p>オームの法則 22</p> <p><b>【か】</b></p> <p>階数 105</p> <p>回転 175</p> <p>ガウスの法則 177</p> <p>下限 95</p> <p>重ね合わせの原理 105</p> <p>加法定理 34</p> <p><b>【き】</b></p> <p>奇関数 161</p> <p>基本波 156</p> <p>逆関数 38</p> <p>逆関数の微分 80</p> <p>逆三角関数 39</p> <p>逆数 6</p> <p>キャパシタ (コンデンサ) 28</p> <p>行 2</p> <p>共役複素数 59</p> <p>行列 1</p> <p>行列式 7</p> <p>行列方程式 10</p> <p>極座標表示 60</p> <p>虚数単位 57</p> <p>虚部 58</p> <p>キルヒホッフの電圧則 12</p> <p>キルヒホッフの電流則 12</p> <p>キルヒホッフの法則 113</p> <p><b>【く】</b></p> <p>偶関数 161</p> <p>クロス積 172</p>	<p><b>【こ】</b></p> <p>コイル 28</p> <p>合成関数の積分 94</p> <p>合成関数の微分 77</p> <p>高速フーリエ変換 165</p> <p>高調波 156</p> <p>恒等式 31, 109</p> <p>勾配 173</p> <p>交流回路 28</p> <p>弧度 28</p> <p>コンデンサ 28</p> <p><b>【さ】</b></p> <p>三角関数 37, 134, 139</p> <p>——の合成 41</p> <p>三角関数表示 60</p> <p><b>【し】</b></p> <p>時間領域 162</p> <p>仕事 99</p> <p>指数 44</p> <p>指数関数 48, 134, 139</p> <p>指数関数表示 60, 63</p> <p>自然対数 47</p> <p>実部 58</p> <p>時定数 54</p> <p>磁場 177</p> <p>周期 38</p> <p>周期関数 38</p> <p>重根 148</p> <p>周波数 40</p> <p>周波数解析 162</p> <p>周波数領域 162</p> <p>小行列式 15</p> <p>上限 95</p> <p>商の微分 79</p> <p>常微分 83</p> <p>初期条件 104</p> <p>初等関数 76</p> <p>真数 46</p> <p>振幅 40</p>	<p><b>【す】</b></p> <p>推移則 135</p> <p>スカラ 2</p> <p><b>【せ】</b></p> <p>正弦 30</p> <p>正弦波 39</p> <p>正接 30</p> <p>成分 2, 168</p> <p>積の微分 78</p> <p>積分 90</p> <p>積分定数 90</p> <p>零ベクトル 171</p> <p>線形同次 117</p> <p>線形非同次 117</p> <p>線形変換 74</p> <p>線積分 178</p> <p>全微分 86</p> <p><b>【そ】</b></p> <p>双曲線関数 50</p> <p><b>【た】</b></p> <p>対数 45</p> <p>対数関数 48</p> <p>多項式 134, 138</p> <p>多変数関数 83</p> <p>単位行列 6</p> <p>単位ベクトル 171</p> <p><b>【ち】</b></p> <p>置換積分 94</p> <p>直流回路 28</p> <p>直交座標 58</p> <p><b>【て】</b></p> <p>底 44</p> <p>抵抗 22</p> <p>定常解 107</p> <p>定数 134</p> <p>定積分 95</p> <p>電圧 22</p> <p>電荷密度 177</p>
---	---	---

転置	4				
電場	177	<b>【ひ】</b>		<b>【ほ】</b>	
電流	22	微分	72	補関数	107
電流密度	177	微分定理	144	補助方程式	119
電力	98	微分方程式	104		
				<b>【め】</b>	
<b>【と】</b>		<b>【ふ】</b>		面積分	178
度	28	フェーザ	57, 67		
導関数	72	複素数	57	<b>【ゆ】</b>	
特殊解	107	複素平面	58	有理関数	76
度数法	28	不定積分	90	ユニット関数	138
ドット積	171	部分積分	93	ユニットステップ関数	132
ド・モアブルの定理	65	部分分数展開	146		
		フーリエ級数	155	<b>【よ】</b>	
<b>【な】</b>		分母の実数化	59	余因子	17
内積	171			余因子行列	7
		<b>【へ】</b>		要素	2
<b>【ね】</b>		平均電力	100	余弦	30
ネイピア数	47	ベキ乗	44		
		ベクトル	168	<b>【ら】</b>	
<b>【は】</b>		ベクトル微分演算子	173	ラプラス逆変換	138
バイアス	40	変数分離法	107	ラプラス変換	131
媒介変数関数	80	偏導関数	84		
媒介変数関数の微分	80	偏微分	83	<b>【れ】</b>	
発散	174			列	2

---

<b>【A】</b>		<b>【D】</b>		<b>【F】</b>	
AC	28	DC	28	FFT	165
adjugate matrix	8				

— 著者略歴 —

<b>高木 茂行</b> (たかぎ しげゆき)	<b>美井野 優</b> (みいの ゆう)
1982年 名古屋大学工学部電気電子工学科卒業	2014年 徳島大学工学部知能情報工学科卒業
1984年 名古屋大学大学院工学研究科修士課程修了 (電気電子工学専攻)	2016年 徳島大学大学院先端技術科学教育部博士前期課程修了
1984年 株式会社東芝生産技術研究所勤務	2018年 徳島大学教養教育院非常勤講師
1991年 名古屋大学大学院工学研究科博士課程修了 (電気電子工学専攻)	2019年 徳島大学大学院先端技術科学教育部博士後期課程修了
工学博士	博士 (工学)
1997年 株式会社東芝生産技術センター勤務	2019年 東京工科大学助教
2000年 技術士 (電気電子部門)	2022年 鳴門教育大学講師
2007年 株式会社 SED 勤務	現在に至る
2010年 株式会社東芝生産技術センター勤務	
2011年 青山学院大学大学院博士課程修了 (機能物質創成コース)	
博士 (理学)	
2015年 東京工科大学教授	
現在に至る	

これなら解ける **電気数学** —実験でアプローチ—

Strategy for Mathematics in Circuit Experiments

© Shigeyuki Takagi, Yuu Miino 2022

2022年8月26日 初版第1刷発行

★

検印省略

著者 高木 茂行  
美井野 優  
発行者 株式会社 コロナ社  
代表者 牛来 真也  
印刷所 三美印刷株式会社  
製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社  
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03) 3941-3131(代)

ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-00984-2 C3054 Printed in Japan

(松岡)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。