# 信号処理教科書

一 不規則信号とフィルタ —

原島 博 著

# 本書の構成(前半)

本章の前半では不規則信号を扱う。

第0章 プロローグ — 不規則信号と信号処理フィルタの考え方を簡単に説明して本書の導入とする —

# 第1章 不規則信号の基礎 — まずはとりあえず必要な不規則信号の基礎概念を学ぶ —

#### 不規則信号は確率統計現象の一つである

それぞれの信号波形そのものではなく, 観測された信号全体(確率集合)に共通 の性質(統計的性質)を問題とする。

#### 定常信号と非定常信号

不規則信号の統計的性質が時間によらない信号を定常信号という。定常には結合確率密度関数が時間によらない強定常と,一次と二次の統計量が時間によらない弱定常がある。

#### 不規則信号の確率密度関数

不規則信号の統計的性質は、複数時点での信号の 同時生起確率を表現した結合確率密度関数(有限 次元分布)で記述される。

## 集合平均,時間平均と総計量

結合確率密度関数を特徴づける変数として統計量があり、信号の平均操作によって求められる。 平均には確率集合で平均する集合平均と、定常性 を前提として時間的に平均する時間平均がある。

#### エルゴード信号

集合平均と時間平均が一致する定常信号をエルゴード信号という。

#### 第2章 相関関数とスペクトル — 不規則信号の性質を時間領域と周波数領域で解析する —

#### 時間領域で解析する相関関数

相関関数は、一つあるいは二つの信号の、時間がずれた信号値がどの程度似ているかを示す。自己相関関数と相互相関関数がある。

#### 周波数領域で解析するスペクトル

スペクトルは、一つあるいは二つの信号にどのような周波数成分が含まれているか、あるいはその関係がどうかについて解析する。電力スペクトル密度と相互スペクトル密度がある。

#### ウィナー・ヒンチンの定理

時間領域の相関関数と周波数領域のスペクトルはたがいにフーリエ変換・逆変換の関係にある。

#### 線形システムと不規則信号

不規則信号が線形システムを通過すると、相関関数とスペクトルがどう変化するかを学ぶ。

#### 第3章 スペクトル推定

— スペクトル推定には さまざまな工夫がある —

# 相関関数をフーリエ変換して求める

観測信号が限られているときは、安定なスペクトル推定ができないので、窓関数(ウインドウ)を適用する。

#### 信号を直接フーリエ変換して求める

高速フーリエ変換を適用するときは, さまざまな歪みが生じるので注意が必要である。

#### 信号生成モデルからスペクトルを推定する

まずは信号の生成モデルを推定して、その 変数を用いてスペクトルを求める(詳しい アルゴリズムは第7章)。

#### 第4章 信号のベクトル表現とその扱い

一信号をまとめてベクトルとして 扱うことを学ぶ一

#### 信号波形のベクトル表現

ベクトル信号により複数の信号を同時に扱 える。一つの時間信号も標本化や関数展開 でベクトル化できる。

#### ベクトル信号の統計量と多次元ガウス分布

平均値ベクトルと共分散行列が基本となる。 この二つの統計量で定義できる代表的な分 布として、多次元ガウス分布がある。

#### ベクトル信号の線形変換と直交変換

線形変換によって統計量がどう変わるか学ぶ。 直交変換を中心に、代表的な線形変換を学ぶ。

# 本書の構成 (後半)

本書の後半では統計的信号処理フィルタを扱う。

## 第5章 ウィナーフィルタ

- 定常信号を対象として 雑音除去と予測を行う --

#### 不規則信号の推定問題

雑音除去と予測の問題を定式化して,最適フィルタの条件として直交性の原理とウィナー・ホッフ (W-H) 方程式を導く。

## 連続時間ウィナーフィルタ

W-H 方程式の近似解を求め、その構造を明らかにする。因果性をみたす厳密解は結果のみを示す。

#### 離散時間ウィナーフィルタ

連立一次方程式としてのW-H 方程式を解く。

#### ベクトル信号のウィナーフィルタ

ベクトル最適解をカルマンフィルタにつなぐ。

#### 第6章 カルマンフィルタ

信号モデルに基づいて時間領域で推定する

#### カルマンフィルタの考え方

まずはカルマンフィルタの形を理解する。

#### 信号と観測のモデル化

信号の生成モデルを方程式で記述する。

#### カルマンフィルタの構成

生成モデルに基づいてカルマンフィルタの 具体的な構成を導く。

#### 最適なカルマンフィルタとその意味

最適な構成を導出して、その意味を考察する。

カルマンフィルタは非線形にも拡張され る

#### 第7章 線形予測理論と格子型フィルタ — 線形予測理論を展開して格子型フィルタを導く —

## 信号生成モデルと線形予測問題

自己回帰型の信号生成モデルの構築と線形 予測問題は密接な関係がある。

#### m 次線形予測問題の解とアルゴリズム

ユール・ウォーカー方程式の解法としてレヴィンソン・ダービンのアルゴリズムと格子型アルゴリズムを導き格子型フィルタにつなげる。

#### 信号生成モデルの構築

モデルの安定性と次数の決定問題を扱う。

#### 線形予測理論の応用

スペクトル推定への応用: MEM 法などの分解能が優れたスペクトル推定法が導かれる。

音声分析への応用:音声生成モデルに基づいて 音声の分析・合成・符号化が可能になる。

#### 第8章 適応フィルタとアルゴリズム

一フィルタ係数を環境の

変化に追随させる ―

## 第9章 非線形信号処理フィルタ

― 非線形操作によって

特色ある処理を実現する ―

#### 適応フィルタとは

未知あるいは変動する環境に追随して適応的 に係数を再調整するフィルタ。

#### 適応アルゴリズム

適応アルゴリズムとして,逐次適応アルゴリズムと最小二乗適応アルゴリズムがある。

適応フィルタにはさまざまな応用がある

#### 非線形フィルタとは

信号や雑音がガウス性でないときは非線形フィルタによって特性が改善できる。

#### さまざまな非線形フィルタ

メジアンフィルタを代表とする順序統計量 に基づくフィルタ、 $\varepsilon$  フィルタなどの特色 ある非線形フィルタを紹介する。

**第10章 エピローグ** — 本書をまとめて、今後の学びへつなげる —

付 録 — 本書を学ぶために必要な信号波形解析と確率の基礎をまとめておく —

# まえがき

これはその名のとおり信号処理の教科書です。教科書ですから入門書です。独習書としても読むことができます。

信号処理と一口でいっても、その取り扱う範囲は多岐にわたります。そのすべてを網羅することは、入門的な教科書としては適切ではありません。ここでは、はじめてこの分野を学ぶ読者の方に、まずは知っておいていただきたい内容に限って解説しました。具体的には、スペクトル解析に代表される不規則信号の扱い方と、雑音除去や信号の予測を行う統計的信号処理フィルタが、その中心的な内容になっています。ただし、後半の信号処理フィルタについては、全体をまとめた類書が少ないので、少しだけ詳しく記しました。

実は本書は、先に出版した拙書『信号解析教科書―信号とシステム―』(コロナ社)の姉妹書として執筆しました。でもその下巻という位置づけにはなっていません。独立に学ぶことができます。ただし本書では、前著で触れられている内容はすでに一通り学んでいることを想定しています。すなわち確定信号を対象とした信号波形のフーリエ解析(フーリエ変換や高速フーリエ変換、…)や、線形システムの基本的な扱い方(伝達関数やたたみこみ積分、2変換、…)などです。これらについて忘れてしまった方、あるいは自信がない方は、手元にある教科書で結構ですから、本書を学びながらもう一度復習していただければ幸いです。本書にも付録に、その簡単なまとめをつけておきました。

なお、この教科書は、私自身が東京大学を定年退職するまで、工学部の学生を対象として行った講義のノートをもとにして執筆したものです。そこで私が担当した講義は2科目ありました。「信号解析基礎」と「信号処理工学」です。信号解析基礎の講義ノートが上記の「信号解析教科書」、そして信号処理工学の講義ノートが本書になりました。本書の後半の一部は大学院講義のノートも含まれています。

こうして2冊の教科書を執筆して、私自身いろいろと思うことがありました。

教科書は、その分野を初めて学ぶ学生へのメッセージです。かつて私が講義したときの一人ひとりの学生の顔を思い浮かべながら、その講義ノートを教科書にする執筆作業は、それなりに楽しい作業でした。その学生はいまや偉くなって、私の講義のことなど、すっかり忘れていると思いますが。

一方で、教科書を執筆するときに、このような読者は絶対に想定してはいけないと自分に言い聞かせました。同じ分野の専門の先生方です。○○の表現が厳密でない。××が抜けて

いる。いちいちそれを気にしていると、教科書が難しくなります。そして盛り沢山になります。教科書でなく専門書になってしまいます。ここではすべてを網羅的に盛り込むのではなく、内容を精選することを心掛けました。

本書も、前著と同じように、単なる理論ではなく、できるだけその基本となる考え方が明確になるように執筆しました。本書の内容は、理論的には確率過程論あるいは不規則信号論と呼ばれているものに相当しています。それをきちんと記そうとすると、ほとんどが数式になります。将来のこの分野の研究者を育てるためには、厳密に理論展開をすることが必要ですが、ここでは必ずしもそうでない読者を想定して、まずはイメージをつかんでいただくことを目的としました。そのため、数学的な厳密性はあえて無視したところがありますがお許しください。

教科書には実は陥りやすい落とし穴があります。実は私が学生のころに、評判だった名講 義がありました。教科書がなく、板書きの美しさと名口調に学生はしびれました。ところ が、その先生が教科書を出版してからは、教科書を読み上げるだけの講義となって、その講 義の魅力が半減してしまったのです。

教科書にはそのような危険性があります。一方で教科書があると、最低限の教えるべき内容はそこに記されていますから、それを学生が自分で学習することを前提とすれば、講義そのものはもっと面白くできます。必要に応じて独自の話題を提供できます。ときには雑談もよいでしょう。それによって、その分野の魅力や学ぶことの楽しさを学生に伝えることができれば、その講義は素晴らしいものになるはずです。ぜひ本書がその手助けになるような教科書であってほしいと願っています。

最後に東京大学での私の講義に、それぞれの学期で熱心につきあっていただいた学生諸君に心よりお礼を申し上げます。また本書の出版に際して、大変な編集作業や校正作業を担当していただいたコロナ社に感謝します。プロとして仕事をしていただきました。ありがとうございました。

2018 年秋. 台風一過の秋晴れの日に

原 島 博

# 目 次

第0章 プロローグ	
0.1 信号処理とは       1. 例を挙げると 2         2. 信号処理のさまざまな形 3	2
0.2 この本の構成	5
第1章 不規則信号の基礎	
1.1 不規則信号と確率統計現象  1. ランダムに見えても規則性がある 8 2. 試行と事象,標本空間,そして確率 8 3. 確率統計現象 9 4. 不規則変数 9 5. 不規則信号 11	8
1.2 確率密度関数 (有限次元分布)	13
1.3 定常信号と非定常信号	···· 15
1.4 不規則信号の統計量       1. 集合平均と時間平均       17         2. 統計量       18         3. 統計量について補足       20	17
1.5 エルゴード性	
理解度チェック	
2.1 スペクトル解析	26

2.2	相関の基礎27
	1. 2 変数の相関 27
	2. 二つの時間波形の相関 29
2.3	自己相関関数と相互相関関数
	1. 自己相関関数 30
	2. 相互相関関数 33 3. 相関関数に関するいくつかの補遺 34
	4. 相関関数から何がわかるか 36
2.4	電力スペクトル密度と相互スペクトル密度
⊿.¬	1. 電力スペクトル密度 38
	2. 相互スペクトル密度 42
	3. それぞれのスペクトルのまとめ 43
2.5	ウィナー・ヒンチンの定理44
	1. 自己相関関数と電力スペクトル密度の関係 44
	2. 相互相関関数と相互スペクトル密度の関係 45
	3. いくつかの例 45
2.6	線形システムと不規則信号 46
	1. 線形システム入出力の電力スペクトル密度と相互スペクトル密度 46
	2. 線形システム入出力の自己相関関数と相互相関関数 47
0.7	
2.7	相関関数とスペクトルのまとめ
	相関関数とスペクトルのまとめ
理解	度チェック50
理解	
理解	度チェック
理解	3章 スペクトル推定
理解	ま章 スペクトル推定
理解 第: 3.1	ま章 スペクトル推定     50       スペクトル推定手法     52       1. スペクトル推定の考え方     52       2. スペクトル推定の条件     53
理解	ま章 スペクトル推定     50       スペクトル推定手法     52       1. スペクトル推定の考え方     52       2. スペクトル推定の条件     53       相関関数法によるスペクトル推定     55
理解 第: 3.1	ま章 スペクトル推定     50       スペクトル推定手法     52       1. スペクトル推定の考え方     52       2. スペクトル推定の条件     53       相関関数法によるスペクトル推定     55       1. 相関関数の推定     55
理解 第: 3.1	ま章 スペクトル推定     50       スペクトル推定手法     52       1. スペクトル推定の考え方     52       2. スペクトル推定の条件     53       相関関数法によるスペクトル推定     55       1. 相関関数の推定     55       2. ウィンドウ処理     56
理解 第: 3.1	また   1.
理解 第: 3.1	また   1. 相関関数の推定   55   1. 相関関数の推定   55   2. ウィンドウ処理   56   1. ピリオドグラム法によるスペクトル推定   1. ピリオドグラム法での平均操作   59   1. ピリオドグラム法での平均操作   59   50   50   50   50   50   50   50
理解 第: 3.1	また   1.
理解 第: 3.1 3.2	また   1. 相関関数の推定   55   1. 相関関数の推定   55   2. ウィンドウ処理   56   1. ピリオドグラム法によるスペクトル推定   1. ピリオドグラム法での平均操作   59   1. ピリオドグラム法での平均操作   59   50   50   50   50   50   50   50
理解 第: 3.1 3.2	ま章 スペクトル推定       50         スペクトル推定手法       52         1. スペクトル推定の考え方       52         2. スペクトル推定の条件       53         相関関数法によるスペクトル推定       55         1. 相関関数の推定       55         2. ウィンドウ処理       56         ピリオドグラム法によるスペクトル推定       59         1. ピリオドグラム法での平均操作       59         2. データウィンドウ       59         3. FFT によるスペクトルの計算       60

	3. 最大エントロピー法 64	
理解	程度チェック	66
A-A-		
弗 ́	4章 信号のベクトル表現とその扱い	
4.1	ベクトル信号	68
		00
	<ol> <li>1. ベクトル 68</li> <li>2. ベクトル信号の例 70</li> </ol>	
4.2	ベクトル信号の統計的性質	72
	1. 平均値ベクトルと共分散行列 72	
	2. 共分散行列の性質 73	
4.0	3. 線形変換されたベクトル信号の統計量       74         多次元ガウス分布	7.5
4.3	夕次元ガワス分布       ************************************	/5
	1. 多の元ガラスガポック記載 73         2. 分布の値が等しい x の軌跡 77	
4.4	直交変換	78
	1. 直交行列と直交変換 <b>78</b>	
	2. 直交変換の例 78	
	3. グラム・シュミットの直交化法 80	
理解	程度チェック	82
第	5 章 ウィナーフィルタ	
5.1	不規則信号の推定問題	84
	1. 簡単な信号推定問題の解 84	
	<ul><li>2. 少しだけ一般化した推定問題の解 86</li><li>3. さまざまな推定問題 87</li></ul>	
5.2	連続時間ウィナーフィルタ	88
	1. 連続時間信号の推定問題 88	00
	2. 直交性の原理とウィナー・ホッフ方程式 89	
	3. ウィナー・ホッフ方程式の近似解 91	
	4. 遅延無限大の最適ウィナーフィルタ 91	
	5. 因果性をみたすウィナーフィルタ 94	
5.3	THE IDEA OF THE DESCRIPTION OF T	95
	1. 離散時間信号の推定問題 95 2. 直交性の原理とウィナー・ホッフ方程式 96	
	3. 有限インパルス応答 (FIR) フィルタによる実現 97	

	4. ウィナー予測フィルタ 98	
5.4	ベクトル信号のウィナーフィルタ	99
	1. ベクトル信号の推定問題 99	
	2. 雑音のある観測信号からの推定問題 100	
理解	接チェック ·······	102
第6	6 章 カルマンフィルタ <b></b>	
210		
6.1	カルマンフィルタの考え方	104
0.1	1. カルマンフィルタの目的 104	104
	<ol> <li>カルマンフィルタの特徴 104</li> <li>カルマンフィルタの形 105</li> </ol>	
6.2	信号と観測のモデル化	107
	1. 信号のモデル化 107	
	2. 観測のモデル化 108	
	3. 状態方程式と観測方程式 108	
6.3	カルマンフィルタの構成	110
	<ol> <li>カルマンフィルタにおける推定問題 110</li> <li>カルマンフィルタの基本構成 111</li> </ol>	
6.4	カルマンゲイン	113
	1. カルマンフィルタの変形 113	
	2. カルマンゲインの最適化問題 114	
	3. 最適なカルマンゲイン 115	
	4. 推定誤差の共分散行列 116	
	5. 予測誤差の共分散行列 116	
6.5	最適カルマンフィルタ	117
	1. 最適なカルマンフィルタのまとめ 117	
	2. カルマンフィルタにおける関係式の別表現 118	
	3. カルマンフィルタにおけるそれぞれの関係式の意味 119	
	4. カルマンフィルタの基本構成が最適であることの証明 120	
6.6	カルマンフィルタの拡張	122
	1. 連続時間カルマンフィルタ 122	
	2. 非線形カルマンフィルタ 123	
理解	度チェック	124

第7章 線形予測理論と格子型フィルタ	
7.1 信号の生成モデルと線形予測問題	126
7.2 m 次線形予測問題	128
7.3 レヴィンソン・ダービンのアルゴリズム	130
<ul> <li>7.4 格子型アルゴリズム</li> <li>1. 前向き予測誤差と後向き予測誤差 134</li> <li>2. 格子型フィルタ 136</li> <li>3. 反射係数の決定 138</li> </ul>	134
<ul> <li>7.5 信号生成モデルの構成</li> <li>1. 信号生成モデルの構成(まとめ) 140</li> <li>2. 信号生成モデルの安定性 140</li> <li>3. 信号生成モデルの次数の決定 141</li> </ul>	140
<ul><li>7.6 信号生成モデルの応用</li><li>1. スペクトル推定への応用</li><li>2. 音声信号処理への応用</li><li>143</li></ul>	143
理解度チェック	146
第8章 適応フィルタとアルゴリズム	
8.1 適応フィルタの考え方	148
<ul> <li>8.2 逐次適応アルゴリズム</li></ul>	153
8.3 最小二乗適応アルゴリズム	156
8.4 さまざまな適応フィルタ	159
8.5 適応フィルタの応用	160
理解度チェック	162

第 <b>9</b> 章 非線形信号処理フィルタ	
9.1 非線形信号処理フィルタとは	164
9.2 メジアンフィルタ	
1. メジアンフィルタとは 165	
2. 二次元メジアンフィルタ 167	
3. 荷重メジアンフィルタ 167	
4. スタックフィルタ 169	
9.3 順序統計量に基づくフィルタ	171
1. 順序統計による信号の並べ替えとフィルタ処理 171 2. 順序統計フィルタ 172	
	174
9.4 ε フィルタ	174
1. ε フィルタの解釈 176	
3. εフィルタの拡張 177	
9.5 その他の非線形フィルタ	179
1. 相乗性雑音に対するフィルタ 179	
2. 準同型フィルタ 179	
3. ヴォルテラフィルタ 180	
4. 非線形フィルタを組み合わせたフィルタ 181	
<ul><li>5. 非線形適応フィルタ 181</li><li>6. 信号の構造に着目した非線形信号処理 181</li></ul>	
理解度チェック	193
4. 日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日本の日	102
第 10 章 エピローグ	
₩10 ± TCH / <b>====</b>	
10.1 この本のまとめ	18/
10.2 より詳しく学びたい読者のために	100
付 録	105
A.1 信号波形解析の基礎 187	187
A.2 確率の基礎 193	
A.3 因果性をみたすウィナーフィルタの導出 197	
理解度チェックの解説	203
表 김	21.2

# プロローグ

#### 概要

本書では、不規則信号の扱い方と統計的信号処理フィルタについて学ぶ。

まずは、信号処理の例を挙げて、信号処理には さまざまな形があること、この教科書ではそのう ち信号の特徴解析とフィルタ処理に焦点をあてる ことを述べて本書の導入とする。

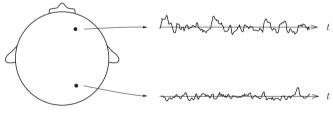
あわせて、本書がどのような構成になっているかを示して、その学び方を解説する。

# 0.1 信号処理とは

本書では信号処理の基礎を学ぶ。信号処理とは、信号が与えられたときに、その信号に何らかの操作を加えて活用することである。信号処理は、医療・生体工学、音声工学、画像工学、通信工学、計測・制御工学、ロボット工学、さらには気象処理、地震波処理などに幅広く応用されている。

#### 1. 例を挙げると

頭皮に電極をつけると**図 0.1** のような脳波が観測される。この脳波にはさまざまな情報が含まれている。脳波を処理すれば、脳の異常な活動が見つかるかもしれない。睡眠時の脳波であれば、睡眠の深さを知ることもできる。



**図 0.1** 脳波信号

複数の電極をつけることによって、同時に複数の信号を観測することもできる。そのとき、それらの関係がどうなっているかが気になる。さらには信号から何か情報を得ようとするとき、与えられた信号には望ましくない成分、例えば雑音が含まれているかもしれない。それはあらかじめ取り除いておきたい。このように、信号の関係を調べたり、雑音を除いたりすることも信号処理によって可能になる。

音声を扱う分野でも、信号処理は中心的な役割を果たす。例えばマイクに向かって "アー"と発声すると、マイクには**図 0.2**(a)に示した波形の電流が流れる。これを繰り返したときにまったく同じ波形が観測されることはない。

しかし一方で、その電流をスピーカーで聞くと、どれも "アー" と聞こえる。同じように "アー" と聞こえるからには、波形のどこかに共通の特徴があるはずである。その共通の特徴は、"イー"と聞こえる音声波形の図(b)とは違う。どこが違うのであろうか。それがわ かれば、音声の認識が可能になる。

さらには、その特徴を用いて音声の生成モデルをつくれば、人の耳には同じように聞こえ

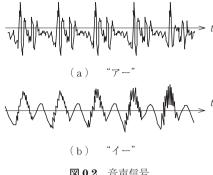


図 0.2 音声信号

る音声を人工的に合成することも可能になるかもしれない。信号処理は、こうして信号の認 識や合成も可能とする。

#### 2. 信号処理のさまざまな形

このように、信号処理にはさまざまな形がある。これをおおまかにまとめると次のように なる。

#### (1) 信号の特徴解析

信号から、それを特徴づけているパラメータを抽出すること。これは以下に述べるすべて の信号処理の基本となる。

#### (2) 信号のフィルタ処理

信号に望ましくない成分が含まれているときに、そこから望ましい成分のみを抽出あるい は強調すること。逆にいえば望ましくない成分を取り除くこと。これは信号のフィルタ処理 と呼ばれる。

#### (3) 信号の認識

信号が特定の情報を担っているとき、信号を分析することによって、その担っている情報 を認識すること。音声認識では、音声から言語情報を認識する。信号のパターンに基づいて 認識するときはパターン認識とも呼ばれる。コンピュータによって人の視覚機能を実現する ことを目的とするときは、コンピュータビジョン (computer vision、略して CV) と呼ぶこと もある。

#### (4) 信号の合成

信号の特徴を分析することによって、新たに同じ特徴を持つ信号を合成すること。例えば 音声合成は、言語情報からそれを人が発声したと同じ音声信号を合成する。新たな画像をコ ンピュータで合成することは、コンピュータグラフィックス(computer graphics, 略して CG)と呼ばれている。

#### (5) 信号の符号化

信号を伝送あるいは記録することを目的として、それに適した形に信号を変換して記述すること。伝送するときは記述によってデータ量が少なくなることが望ましく、その場合は情報圧縮符号化と呼ばれる。記録するときもデータ量が少ないことが望ましいが、データベースの検索や活用に便利なように信号を記述することも広義の符号化である。

信号処理は広く解釈すると、このようにさまざまな形があるが、本書では、このうち(1)の信号の特徴解析と(2)の信号のフィルタ処理を中心に解説している。(3)~(5)の信号の認識、合成、符号化については、それぞれの専門書を参照していただきたい。そこでも(1)と(2)の狭い意味での信号処理が重要な役割を果たしていることはいうまでもない。なお、このような信号のフィルタ処理、認識、合成、符号化は、それぞれ図 0.3 のように特徴づけることができる。フィルタ処理は、信号を入力して処理した結果を信号として出力する。これに対して認識は、信号を処理してそれを記述することが目的となる。反対に合成は記述から出発して信号を出力する。そして、符号化は信号の再生を目的とした信号の記述である。

以上は信号そのものに着目した処理であるが、制御工学の分野では信号よりもシステムの 挙動を問題とする。そのシステムの挙動は信号として観測されるので、そこでも信号処理が 重要な役割を果たす(図 0.4)。実際に、制御工学が信号処理の発展に向けて果たした貢献に

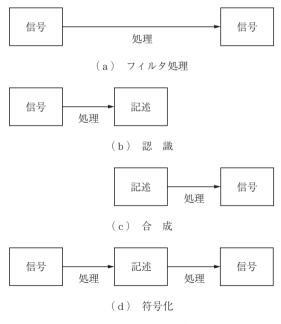
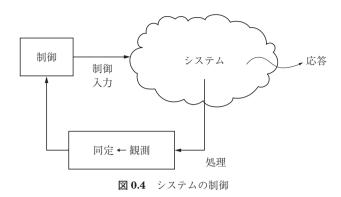


図 0.3 信号処理のさまざまな形



は多大なものがある。例えばシステムの状態を推定するために提案されたカルマンフィルタ (本書では第6章で解説する)は、信号処理の基本手法となっている。

# 0.2

# この本の構成

本書で対象とするのは不規則信号である。本書の冒頭に,本書の全体構成を示しておいた。必要に応じて参照していただきたい。

まずは前半で、不規則信号とは何であるかを定義して、その基本的な扱い方を学ぶ。

先に例として挙げた脳波や音声信号は、条件を同じにして繰り返し観測しても、まったく同じ波形が観測されることはない。このように観測のたびごとに変動する信号は不規則信号と呼ばれる。自然界には不規則信号が多い。

本書の前半では、不規則信号の基礎となる考え方を整理して、スペクトル解析を中心に不 規則信号の代表的な解析手法を学ぶ。すなわち

- ・第1章「**不規則信号の基礎**」では、信号の定常性やエルゴード性、各種の統計量など、信号を処理するために必要となる不規則信号の基礎概念を学ぶ。
- ・第2章「**相関関数とスペクトル**」では、時間領域で解析する相関関数と周波数領域で解析するスペクトルを定義して、両者が密接な関係にあることを知る。
- ・第3章「スペクトル推定」では、実際にスペクトルを推定するときは、さまざまな手法があること、そしてそれぞれに特有の工夫があることを学ぶ。
- ・第4章「**信号のベクトル表現とその扱い**」では、信号をまとめてベクトルとして扱うことを学ぶ。これはカルマンフィルタなどの信号処理手法を設計するときの基礎となる。

本書の後半は、不規則信号のフィルタ処理を学ぶ。例えば信号に雑音が含まれているときは、何とかその雑音を取り除いて信号をきれいにしたくなる。このとき信号と雑音について、それぞれの特徴となる性質を調べることができれば、その性質の違いに着目して、両者を分離するフィルタを実現できるかもしれない。さらには、その信号の未来の振る舞いを予測するフィルタも設計できるかもしれない。本書の後半では、そのようなフィルタを設計するときの基礎的な考え方を学ぶ。すなわち

- ・第5章「**ウィナーフィルタ**」では、まずはフィルタによる信号の推定問題を定式化して、 これを周波数領域で実現するウィナーフィルタについて学ぶ。
- ・第6章「**カルマンフィルタ**」では、時間軸で最適な推定を行うカルマンフィルタについて、その考え方を中心に学ぶ。
- ・第7章「**線形予測理論と格子型フィルタ**」では、線形予測理論の美しい体系を学び、これがスペクトル推定や音声処理の分野で有力なツールとなっていることを知る。
- ・第8章「**適応フィルタとアルゴリズム**」では、環境に対して固定的でなく、変動する環境に追随する適応フィルタを紹介し、その適応アルゴリズムについて学ぶ。

そして最後の第9章が「**非線形信号処理フィルタ**」である。第8章まではすべて線形的な信号処理を仮定していたが、これを非線形化することにより、特徴あるフィルタ処理が可能になることを学ぶ。

# 索引

【あ】		確率	9	格子型フィルタ	136
		の基礎	193	高速フーリエ変換	60, 189
アダマール行列	80	の公理	9	誤差信号	148
アダマール変換	80	確率集合	8	コヒーレンシー	43
アンセンテッドカルマン		確率収束	195	固有値	73
	123	確率統計現象	9	コンピュータグラフ	
[(1)]		確率分布関数 確率変数	193 9	コンピュータビジョ	> 3
一次統計量	20	唯平多数 確率密度関数	10, 13, 193	【さ】	
一様分布	194	荷重メジアンフィル		   最急勾配法	153
移動平均モデル法	63	片側電力スペクトル		最小二乗適応アルゴ	
イノベーション	106	カルーネン・レーベ			152, 156
1 = 1		カルマンアルゴリズ	۵ 159	最小値フィルタ	171
【う】		カルマンゲイン 1	13, 118, 119	最大エントロピー法	65, 143
ウィナー・ヒンチンの定	理 44	カルマンフィルタ	87, 104, 112	最大傾斜法	153
ウィナーフィルタ	87	間接法	53	最大値フィルタ	171
ウィナー・ホッフ方程式		観測方程式	109	三角窓	58
(離散時間信号)	96	【き】		[L]	
(連続時間信号)	90	101		101	
ウィナー予測フィルタ	98, 202	期待値	10	時間二乗平均値	19
ウィンドウ	58	逆行列の補助定理	118, 157	時間平均	18
ウィンドウ処理	56	強定常信号	15	時間平均値	18
ヴォルテラフィルタ	180	共分散関数	12, 20	しきい値分解	169
後向き予測誤差	134	共分散行列	72	――の原理	170
【え】		(線形変換)	74	シグマポイント	123
	22	行 列	68	試行	8
エルゴード仮説	23	行列式	73	自己回帰-移動平均モ	
エルゴード信号	22	極-零型モデル	64	自己回帰過程	107
エルゴード性	22	[<]		自己回帰パラメータ	127
【お】		空事象	9	自己回帰モデル 自己回帰モデル法	64, 127 63
音 声 2	, 26, 143	エ <del>ザ</del> ダ グラム・シュミット		自己共分散関数	20, 35
音声信号処理	143	7 7 4 2 4 7 1	80	自己相関関数	19, 30
音声生成過程	144	訓練信号	148	(複素数値)	34
			1.0	事象	8
【か】		【け】		二乗平均値	19
概収束	195	傾斜適応型 $arepsilon$ フィル	タ 182	システム同定	160
ガウス分布 11	, 21, 194	結合確率分布関数	196	自動等化器	160
学習モード	150	結合確率密度関数	196	弱定常信号	16
拡張カルマンフィルタ	123	[2]		集合二乗平均値	19
確定現象	9			集合平均	10, 17
		格子型アルゴリズム	134	集合平均值	18
		格子型適応フィルタ	160	収束性(適応アルゴ	リズム) 155

周波数スムージング	59	相互相関関数	20, 33	二次元メジアンフィルタ 167	
主成分分析	79	(複素数值)	34	二次相互モーメント関数 19	
順序統計フィルタ	172	相乗性雑音	179	二次統計量 20	
順序統計量	171	1+1		[0]	
準同型フィルタ	179	【た】		<b>【の】</b>	
状 態	108	大数の法則	195	脳 波 2, 26, 70	
状態ベクトル	71, 108	多次元ガウス分布	75	ノルム 69	
状態方程式	109	多変量ガウス分布	75	ノンパラメトリックな手法 53	
信号処理	2	単純マルコフ過程 50,1	07, 124	【は】	
信号推定問題	84	【ち】		[19]	
信号生成モデル	126, 140	191		パーセバルの等式 188, 190	
――の安定性	140	逐次適応アルゴリズム	152	パーティクルフィルタ 123	
――の次数の決定	141	中心極限定理	195	バートレットウィンドウ 58	
(す)		直接法	53	白色信号(雑音) 32, 40, 45	
		直 交	69	ハニングウィンドウ 58	
推定誤差共分散行列		直交行列	78	ハミングウィンドウ 58	
	5, 118, 119	直交性の原理	87	パラメトリックな手法 53	
スタックフィルタ	169	(カルマンフィルタ)	114	反射係数 138	
スペクトルウィンドウ	57	(ベクトル信号)	99	【ひ】	
スペクトル解析	26	(離散時間信号)	96		
スペクトル推定	52, 143	(連続時間信号)	89	非線形カルマンフィルタ 123	
スムージング	88, 105	直交変換	78	非線形信号処理フィルタ 164	
【せ】		【て】		非線形適応フィルタ 181	
正規化自己相関関数	35	定常信号	15	非線形平均値フィルタ 180 非定常信号 15	
正規化相互相関関数	35	走市信々 適応アルゴリズム	152	標準偏差 11	
正規分布	11	適応アンテナアレイ	162	標本空間 8	
正規方程式	152	適応ノイズキャンセラ	161	標本信号 11	
正の相関	27	適応ハウリングキャンセラ		標本点 9	
成分分離型 ε フィルタ	178	適応フィルタ	148	ピリオドグラム法 53,59	
漸化的最小二乗アルゴ		適応モード	150	,	
	156	データウィンドウ	60	[ふ]	
全極型モデル	64	テプリッツ行列	130	フィルタリング 88, 105	
線形システム	46	転 置	68	不確定現象 9	
線形モデル法	53, 62	電力スペクトル密度	38	不規則信号 8,11	
線形予測係数	128	161		不規則変数 9	
全零型モデル	64	(と)		負の相関 27	
【そ】		統計的性質	13	ブラックマン・チューキー法	
1,61		統計的独立	196	53, 55	
相加性ガウス雑音	164	統計量 11,17,	18, 193	フーリエ変換 187	
相関	27	特性関数	194	分割平均 59	
相関関数	19, 22, 55	トレース	73	分 散 11, 12, 19	
相関関数法	55	【な】		分析合成符号化方式 145	
相関行列	74			[^]	
相関係数	35	内 積	68		
相互共分散関数	20, 35	【に】		平均二乗誤差	
相互共分散行列	74			85, 86, 88, 95, 111	
相互スペクトル密度	42	二次結合モーメント関数	19	平均収束 195	

平均値 のまわりの時間	11, 18 二乗平均値	モーメント関数 モルフォロジカル信号処理	19 181	離散フーリエ変換 60 両側電力スペクトル密度	, 79, 188 40
19		[や]	101	【れ】	10
――のまわりの集合					
	19	山登り問題	153	レヴィンソン・ダービン	
平均値ベクトル	72	[ゆ]		アルゴリズム	130
(線形変換)	74			連続時間ウィナーフィル	
ベクトル	68	有限インパルス応答ディシ		連続時間カルマンフィル	タ 122
ベクトル信号	68, 99	フィルタ	97	【その他】	
偏自己相関係数	139	有限次元分布	14		
【ほ】		ユール・ウォーカーアルゴ		AIC 規準	142
			134	ARMA モデル法	64
方形ウィンドウ	58	ユール・ウォーカー方程式		AR モデル法	63
【ま】		98	3, 129	CAT 規準	142
		(よ)		DCT	80
前向き予測誤差	134			DFT	60, 188
窓関数	58		3, 105	DW-MTM フィルタ	172
マルコフ過程	32	予測誤差共分散行列			, 79, 189
【み】		115, 116	′	FFT 法	59, 61
		予測誤差抽出回路	127	FIR ディジタルフィルタ	97
ミッドレンジフィルタ	172	予測誤差電力	129	FPE 規準	142
見本信号	11	[6]		IIR 型 ε フィルタ	178
【む】				LMSアルゴリズム	154
		ラグウィンドウ	56	MA モデル法	63
無相関	27, 196	ラプラス変換	190	MEM	65, 143
【め】		ランクオーダーフィルタ	171	m 次線形予測問題	128
		[6]		PARCOR 係数	139
メジアン値	165			RLS	156
メジアンフィルタ	165	リカッチ型行列微分方程式	122	2変換	191
(も)		離散コサイン変換	80	α-トリムド平均値フィル	
	1.40	離散時間ウィナーフィルタ	27.05	εフイルタ	174
目標信号	148	8	37, 95		

#### —— 著 者 略 歴 ——

1945年東京生まれ。1973年東京大学大学院博士課程修了。 2009 年東京大学を定年退職。コミュニケーションの基礎 を工学的に探ることを専門として、情報理論、通信方式、信号処理、知的通信、マルチメディア技術、ヒューマンコ ミュニケーション技術、空間共有技術、顔学などに興味を もった。

#### 信号処理教科書 - 不規則信号とフィルター

Textbook of Signal Processing — Random Signals and Filters —

© Hiroshi Harashima 2018

2018年11月30日 初版第1刷発行

島 博 者 コロナ社 発行者 株式会社 代表者 牛来真也

印刷所 美研プリンティング株式会社 製本所 有限会社 愛千製本所

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10 発行所 株式会社 コロナ社 CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替00140-8-14844·電話(03)3941-3131(代) ホームページ http://www.coronasha.co.jp

ISBN 978-4-339-00917-0 C3055 Printed in Japan

(新井)



検印省略

JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、 出版者著作権管理機構(電話 03-3513-6969, FAX 03-3513-6979, e-mail: info@jcopy.or.jp)の許諾 を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。 購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。 落丁・乱丁はお取替えいたします。