

ま え が き

本書では電磁波解析手法の一つである幾何光学的回折理論について、その考え方、使い方について、最近の応用例を含めて解説する。幾何光学的回折理論は、geometrical theory of diffraction の日本語訳であり、GTD という略称で呼ばれることが多い。本理論は使用する電磁波の波長が、取り扱っている物体の寸法に比べて十分小さいという前提で解析する高周波漸近解析手法の一つであり、偉大な先人たちの発見した電磁波に関する物理的な諸法則・原理と巧みな数学的取扱いによって導かれている。

幾何光学的回折理論によれば、幾何光学的な表現を拡張することにより回折波を表すが、その最終的な定式化の結果は、回折現象が局所的な形状や媒質で決定でき、物理的に明確な解釈を可能とする形に表現できる。こうして求めた表現は、後で詳しく調べるように幾何光学的な影との境界付近で発散する。これは任意の観測方向では使えないという意味では欠点であるが、影境界付近では簡単な幾何光学的表現では表現できない遷移領域であるという注意を喚起しているともいえる。もし最初から一様漸近解を使って電磁界を表現していたら、明解で美しい表現に気が付かなかったかもしれない。この点で幾何光学的回折理論の提唱者であるケラー (Keller, J. B.) が導いた回折波の簡明な一般表現は、素晴らしい業績である。

高周波漸近解の利点は、局所的な現象の組合せで界を組み立てることができることである。例えば、厳密な解析が困難となる複雑な形状をした物体による散乱問題を取り扱うとき、反射・透過・回折現象それぞれを局所的に抽出し、必要に応じてそれらの組合せで合成界を表すことができる。また、計算精度や計算時間を考えながら解析も可能である。もちろん使用に当たっては、波数の逆べき級数展開を用いた発散級数であることを念頭において解析を進める必要が

ある。

現在の無線通信は、技術発展に伴って大容量の通信データを効率よく搬送するため、搬送周波数を高くし、高度化した変調方式を使用している。こうした無線通信環境における高周波電磁波の放射・散乱現象の解析には、電子計算機の大容量化、処理速度の高速化、ならびに低価格化に伴って有限要素法や FDTD 法などに代表される電磁界の数値解法によるシミュレーションが、手軽に行えるようになってきた。しかし、こうしたシミュレータによる解析結果は、通常単なる数字の羅列で出力されるだけであり、その結果が妥当な計算結果であることを見分けるのはなかなか難しく、豊富な知識と経験を基にした正しい物理現象の理解が必要である。

こうした物理的な現象の理解には、GTD のような漸近解は欠かせない。今後の電磁界解析は、万能な解析手法を見つけてそれを用いるというより、いろいろな手法の長所を組み合わせた混成解析手法の考案が必要になると思われる。幾何光学的回折理論の考え方を基に、今回本書で取り上げることのできなかったさまざまな拡張、改良や混成解法も報告されており、今後もさらなる展開が期待できることであろう。

本書をまとめるに当たり、多くの文献を参考にさせていただいた。特に学生時代からお世話になった元静岡大学の本郷廣平先生からは、正式に発表されていない先生の研究ノートや貴重な文献資料をいただいた。ここに厚くお礼申し上げます。本書は、電子情報通信学会 アンテナ・伝播研究専門委員会が主催する、アンテナ・伝搬における設計・解析手法ワークショップのために書き下ろしたテキストを基に、加筆修正したものである。この講習会の開催ならびに本書の作成に当たり、ワークショップ実行委員会の委員の方々からは、いろいろなお意見をいただいた。ここに感謝申し上げます。

2015 年 2 月

白 井 宏

目 次

1. 序 論

1.1 光 学 理 論	1
1.2 波動の散乱理論	2
1.3 幾何光学的回折理論の提唱	4
1.4 幾何光学的回折理論の展開	5
1.5 本 書 の 構 成	7

2. 漸 近 展 開

2.1 関数の級数展開	9
2.2 部分積分による漸近展開	11
2.3 鞍部点法による漸近展開	13
2.3.1 鞍 部 点	14
2.3.2 ハンケル関数の漸近解	19
2.4 ま と め	22

3. 幾何光学 (GO)

3.1 波 源 の 表 現	24
3.1.1 線波源からの放射	24
3.1.2 点波源からの放射	28

3.2	ルーネバーク・クライン級数展開	30
3.3	幾何光学波の反射・透過	36
3.3.1	フェルマーの原理	36
3.3.2	2媒質平面境界の場合	37
3.3.3	2媒質境界面が曲率をもつ場合	43
3.4	ま と め	47

4. 物理光学 (PO)

4.1	キルヒホッフ・ホイヘンスの積分表示	49
4.2	等 価 定 理	51
4.3	キルヒホッフ (物理光学) 近似	54
4.4	ま と め	67

5. 幾何光学的回折理論 (エッジ回折)

5.1	規範問題：導体楔による散乱	69
5.1.1	線波源に対する散乱界	70
5.1.2	高周波近似界の導出	71
5.1.3	エッジ回折波	73
5.1.4	点波源に対する散乱界	75
5.2	エッジ回折波の表現の一般化	79
5.2.1	ケラーの仮定	79
5.2.2	多重回折波の表現	84
5.3	導体以外のウェッジによる回折	85
5.4	ま と め	86

6. 幾何光学的回折理論（表面回折）

6.1 規範問題：導体円筒による散乱	88
6.1.1 高周波近似界の導出	90
6.1.2 クリーピング波	98
6.2 クリーピング波の表現の一般化	104
6.3 ま と め	105

7. GTDの問題点とその拡張

7.1 回折係数の発散	107
7.1.1 一様漸近表現の利用	108
7.1.2 UAT（一様漸近回折理論）	111
7.1.3 UTD（一様幾何光学的回折理論）	112
7.1.4 その他の一様漸近表現	114
7.2 振 幅 の 発 散	115
7.2.1 焦線近くの光線	115
7.2.2 等価端部電磁流法	116
7.3 高次の回折波（スロープ回折波）	119
7.4 ま と め	124

8. GTDの応用例

8.1 導体ストリップによる散乱問題	125
8.1.1 散乱界の定式化	126
8.1.2 導体ストリップの全散乱幅	135
8.2 厚みのある半平板による回折	140

8.3	多角柱による散乱	142
8.4	円柱による散乱	145
8.4.1	クリーピング波による結果	145
8.4.2	多角形近似による円筒散乱	147
8.5	3次元多面体による散乱	152
8.6	導波・共振構造の取扱い	154
8.6.1	光線・導波管モード変換	154
8.6.2	方形溝による散乱	156
8.6.3	有限長平行平板導波管キャビティによる散乱	159
8.7	ストリートセル伝搬予測	161
8.8	ま と め	166
	付 録	167
A.1	デルタ関数	167
A.1.1	超関数の定義	168
A.1.2	超関数のフーリエ変換	170
A.2	幾何光学波面の近軸近似	172
A.2.1	曲線の曲率半径	172
A.2.2	波面の近軸近似の方程式	173
A.3	キルヒホッフ近似積分の漸近評価	174
A.3.1	積分(式(4.23))の漸近評価	175
A.3.2	積分(式(4.33))の漸近評価	180
A.3.3	積分(式(4.40))の漸近評価	181
A.3.4	積分(式(4.46))の漸近評価	183
A.4	ダイアド計算	184
	引用・参考文献	187
	索 引	195

1 | 序 論

Dixitque Deus: 'Fiat lux!' Et facta est lux.

神は言われた。「光あれ！」すると光ができた。(旧約聖書 創世記)

幾何光学的回折理論は、幾何光学的な解釈を回折した波動にも使えるように拡張した理論である。光も電磁波の一部であることが、マクスウェル (Maxwell, J. C.) によって 19 世紀に示されるまで、両者はそれぞれ異なるものとして扱われ、可視光線に代表される光学の理論は、電磁波の理論よりも早くから発展してきた経緯がある。望遠鏡に使われたレンズの理論等は、もし光が電磁波ということがわかっていたら、これほど発展しなかったであろうといわれている。

1.1 光 学 理 論

古典的な光学は、大別して幾何光学と波動光学に分けられる。人間の眼にどのように像が映るのかといった視覚の研究に関連して、紀元前 400 年頃の古代ギリシャ時代には、眼から炎のような光が出ているという能動的な考え方がプラトン (Plato) によって提唱された。その後ユークリッド (Euclid) (紀元前 300 年頃) やプトレマイオス (Ptolemy) (2 世紀頃) らにより、視線が直進、反射、屈折するとした幾何光学 (geometric optics あるいは geometrical optics; GO) が作られた。

幾何光学では、まさに光を粒子と考えて、その粒子が飛んでいく軌跡を光線と

1.5 本書の構成

GTD の大まかな歴史に沿った本書の構成は、図 1.1 のようになる。続く第 2 章では、波数 k を用いた漸近展開と呼ばれる級数展開について、その性質を調べる。この展開は波数 k が大きいとき、いわゆる高周波においては初項だけ、あるいは数項の和を用いるとかなり精度の高い近似となっているが、さらに項を加えていくと、正しい解からしだいに離れ、発散する性質をもつ。この高周波漸近展開を得るために使われる鞍部点法^{あんぶ}と呼ばれる積分の近似解法について学ぶ。

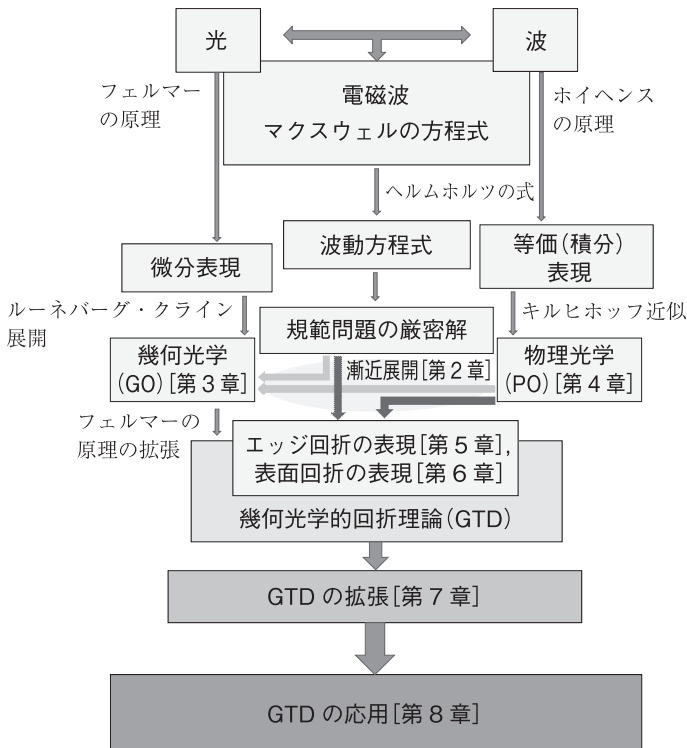


図 1.1 GTD の歴史に沿った本書の構成

第3章では、幾何光学について解説する。電磁波が満足するマクスウェルの方程式から、漸近展開を利用して高周波の電磁波が満足すべき近似式を求め、その初項が従来の幾何光学と呼ばれる光の性質と同様な性質をもち、光学の伝搬、反射、透過等の知識との関連で電磁界を表現する方法について調べる。続く第4章では GTD よりも歴史が古い物理光学（キルヒホッフ）近似について調べる。具体的に二次元導体楔による平面波の散乱について、等価電磁流からの放射積分の形で表された散乱界を定式化し、その積分表示から漸近解を導出することによって、幾何光学波や回折波の導出について考察する。

第5, 6章は、幾何光学を回折現象にも適用できるように拡張するために、厳密に解くことのできる基本形状である導体楔と導体円筒による電磁波の回折問題を調べる。エッジで励振されるエッジ回折波、ならびに滑らかな表面に沿って伝搬する表面回折波の表現が、その波の伝搬経路に沿った局所的な情報から求められることを示し、ケラーの提唱した GTD の基本について考える。

第7章では、物理的に明解な解釈が可能な形で表現できる GTD の問題点について調べ、それらの解決法となり得る拡張された UTD、等価端部電磁流法や高次の回折波の表現について調べる。

第8章では、電磁波散乱や伝搬についての種々の問題に対して GTD を応用して適用した例について紹介する。近年、GTD についての多くの文献が出版されているので、こうした文献も参考にされたい^{19)~26)}。

以下、本文では、電気工学系の記述に倣い、虚数単位は j を、時間因子 $\exp(j\omega t)$ を用いる。

‘Mehr Licht!’

もっと光を！ (Johann Wolfgang von Goethe, 1749–1832)

索引

【あ】	
アイコナール	31
アルハゼン	2
アルワリア	6, 111
鞍部点	14, 17
—— 法	14
【い】	
イブン・アル=ハイサム	2
異方性	184
【う】	
ウィーナホッフ法	126, 161
ウイスパリングギャラリ	
モード	88, 106
ウフィムツェフ	5, 58
【え】	
エアリー関数	23, 98, 100, 103
エッジ電流	58
円筒波	27
【お】	
オームの法則	27
【か】	
回折	
——係数	74
スロープ ——	121
フレネルの —— 公式	51
影境界	5
関数	

エアリ ——	23, 98, 100, 103
ガンマ (Γ) ——	11
急減少 ——	168
グリーン ——	26, 29, 49
誤差 ——	11
ステップ ——	58
相補誤差 ——	11
超 ——	167
調和 ——	15
デルタ ——	25, 50, 167, 169
ハンケル ——	19, 26, 59, 91, 175
ベッセル ——	19
マッシュー ——	125
ガンマ (Γ) 関数	11
【き】	
幾何光学	1, 24
—— 的回折理論	5
規範問題	69
基本列	168
逆べき級数展開	10
急減少関数	168
級数	
発散 ——	10
球面波	29
境界条件	
ディリクレ ——	83
ノイマン ——	83
境界積分法	158
曲率	172
—— 半径	172

キルヒホッフ	3
—— 近似	4, 55
—— ・ホイヘンスの	
積分表示	50
近 似	
キルヒホッフ ——	4, 55
近軸 ——	32
物理光学 ——	4, 55
PO ——	55
近軸近似	32
【く】	
クユムジャン	6, 112
クライン	30
クリーピング波	88, 101
グリーン	49
—— 関数	49
【け】	
係 数	
発散 ——	45, 47
回折 ——	74
ケラー	4
原 理	
最小作用の ——	36
最小時間の ——	36
フェルマーの ——	36
【こ】	
光 学	
幾何 ——	1
波動 ——	2
物理 ——	2
コーシー・リーマン	15

公 式

ヘルムホルツの —	50
ポアソンの和 —	155
高周波漸近展開	13
光 線	1, 30
誤差関数	11

【さ】

最急上昇路	16
最急降下路	16
最小作用の原理	36
最小時間の原理	36
三角関数	
—— のフーリエ変換	172

【し】

指向性	30
指数関数	
—— のフーリエ変換	172
シュワルツ	167
焦 線	33

【す】

スカラグリーン関数	26, 29
ステップ関数	58
スネル	
—— の透過則	40
—— の反射則	38
スローブ回折	121

【せ】

正 則	9
積 分	
フレネル —	108, 112, 114
積分表示	
キルヒホッフ・ホイヘンス	
の —	50
漸 近	9, 10
—— 解	13
—— 展開	9, 10

【そ】

相対屈折率	39
相反性	67, 115
相補誤差関数	11
ゾンマーフェルト	4, 69, 127

【た】

ダイアド	82
単位ダイアド	186

【ち】

超関数	167
—— のフーリエ変換	170
調和関数	15

【て】

ディラック	167
—— のデルタ関数	25, 50
テイラー展開	9
ディリクレ境界条件	83
停留点	14
—— 法	14
デカルト	36
デシヤン	6, 111
デルタ関数	167, 169
—— のフーリエ変換	171

展 開	
逆べき級数 —	10
漸近 —	9, 10
テイラー —	9
べき級数 —	9
マクローリン —	9
テンソル	82, 185
電離層	184
電 流	
エッジ —	58
フリンジ —	58

【と】

等価端部電磁流法	116, 152
等価波源法	116
同 等	168

特異点	9
-----	---

【の】

ノイマン境界条件	83
----------	----

【は】

波	
円筒 —	27
球面 —	29
クリーピング —	88, 101
バサック	6, 112
発 散	
—— 級数	10
—— 係数	45, 47
波 動	
—— アドミッタンス	27
—— インピーダンス	27
—— 光学	2

波 面	31
ハンケル関数	19, 26, 91, 175

【ひ】

微分幾何	2
------	---

【ふ】

ファストフェージング	164
フェルマー	2, 36
物理光学	
—— 近似	4, 55
—— 的回折理論	5, 58
プトレマイオス	1
プラトン	1
フーリエ	
—— 変換	76, 170
三角関数の —	172
指数関数の —	172
超関数の —	170
デルタ関数の —	171
超関数 1 の —	170
フリンジ電流	58
フレネル	3
—— の回折公式	51

— 積分 108, 112, 114

【へ】

べき級数展開 9

ベッセル関数 19

ヘルムホルツ
— の公式 50

変換
フーリエ — 170
ワトソン — 90

【ほ】

ポアソン
— の方程式 49
— の和公式 155

ホイヘンス 2

法則
オームの — 27

方程式
ポアソンの — 49

輸送 — 33

ラプラスの — 49

ボーズマ 6, 111

【ま】

マクスウェル 1

マクローリン展開 9

マシユ関数 125

マリウズィネツ 86

【も】

モード
ウイスパリングギャラ
リ — 88, 106

モーペルテュイ 36

【ゆ】

ユークリッド 1

輸送方程式 33

【ら】

ラプラスの方程式 49

ランダウの記号 10

【り】

リ — 6, 111

【る】

ルーネバーク 5, 30

【れ】

レイ 30

— チューブ 34

レイリー脚 3

【わ】

ワトソン 3, 90

— 変換 3, 90

【A】

Ahluwalia, D. S. 6, 111

Airy function 23

Alhazen 2

anisotropy 184

approximation
paraxial — 32

asymptotic expansion 9

【B】

Bessel function 19

BIM 法 158

Boersma, J. 6, 111

【C】

canonical problem 69

caustic 33

coefficient
divergence — 45, 47

complementary error
function 11

creeping wave 88

curvature 172

radius of — 172

cylindrical wave 27

【D】

$\delta(x)$ 167, 169

Descartes, R. 36

Deschamps, G. A. 6, 111

diffraction
slope — 121

diffraction formula
Fresnel's — 51

Dirac, P. A. M.
—'s delta function 25, 50, 167

distribution 167

divergence coefficient 45

delta function 167, 169

【E】

E 偏波 70

E モード 70

EEC 116, 152

eikonal 31

equation
eikonal — 31
transport — 33

equivalent
— edge current method 116
— source method 116

error function 11

ESM 法 116

Euclid 1

expansion
asymptotic — 9

Mclaurin — 9

Taylor ———	9	hyper function	167	—— theory of diffraction	5, 58
[F]		[I]		Plato	1
fast fading	164	idemfactor	186	PO	
Fermat, P.	2	integral		—— 近似	55
Fourier, J. B. J.		Fresnel ———	108	point	
—— transform	170	[K]		saddle ———	14
Fresnel, A. J.	3	Keller, J. B.	4	singular ———	9
——'s diffraction formula	51	Kirchhoff, G.	3	stationary ———	14
—— integral	108	Kouyoumjian, R. G.	6	problem	
function		[L]		canonical ———	69
Airy ———	23	Landau	10	PTD	5, 58
Bessel ———	19	Laplace, P. S.	49	Ptolemy	1
delta ———	167, 169	least action	36	[R]	
error ———	11	least time	36	radius of curvature	172
Γ ———	11	Lee, S. W.	6, 111	ray	30
generalized ———	167	Luneburg	5	—— tube	34
good ———	168	Luneburg-Kline	30	Rayleigh	3
Green ———	26, 29	[M]		regular	9
Hankel ———	19	Maliuzhinets, G. D.	86	—— sequence	168
hyper ———	167	Mathieu 関数	125	[S]	
[G]		Maupertuis, P. L. M.	36	saddle point	14
Γ (ガンマ)	11	Maxwell, J. C.	1	SAP	16
generalized function	167	Maclaurin expansion	9	SB	5
geometric(al)		mode		SBR 法	162
—— optics	1, 24	whispering gallery ———	88	Schwartz, L.	167
—— theory of diffraction	4	[O]		SDP	16
GO	24	optics		SEECM	153
good function	168	geometric(al) ———	1, 24	shadow boundary, SB	5
Green, G.	49	physical ———	2, 55	Shooting and Bouncing	
GTD	4	wave ———	2	Rays	162
[H]		[P]		singular point	9
H 偏波	70	paraxial approximation	32	slope diffraction	121
H モード	70	Pathak, P. H.	6	Snell	38
Hankel function	19	physical		soft boundary	83
hard boundary	83	—— optics	2, 55	Sommerfeld, A. J. W.	4
harmonic function	15	[R]		spherical wave	29
Helmholtz, H. L. F.	3	stationary point	14	[T]	
Huygens, C.	3	Taylor expansion	9		

TE TEM 波 TM transform Fourier —— transport equation transverse —— electric (TE) —— magnetic (TM)	70 27, 36 70 170 33 70 70		【U】 UAT Ufimtsev, P.Y. UTD	6, 111 5, 58 6, 112		【W】 Watson, G. N. —— 变换	3		wave creeping —— cylindrical —— —— optics spherical —— wavefront whispering —— gallery mode Wiener-Hopf	88 27 2 29 31 88 126
--	---	--	--	---------------------------	--	--	---	--	---	--

— 著者略歴 —

- 1980年 静岡大学工学部電気工学科卒業
1986年 アメリカ合衆国ポリテクニク大学大学院博士課程修了（電気工学専攻），
Ph. D.
1986年 ポリテクニク大学研究員
1987年 中央大学専任講師
1988年 中央大学助教授
1998年 中央大学教授
現在に至る

幾何光学的回折理論

Geometrical Theory of Diffraction

© Hiroshi Shirai 2015

2015年4月30日 初版第1刷発行

検印省略

著者 白井 宏
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 三美印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-00877-7 (高橋) (製本：SBC)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします