

まえがき

大学工学系 2, 3 年次の信号処理分野について、多数の優れた教科書が出版されているが、現在の工学系学生の多様化に鑑みれば新たな教科書の試みも必要と思われる。そこで、本書では基本的な信号処理技術を把握できる実習教材の提供、じっくりと学びたい学生諸君への技術的・数学的手掛かり一式の記述、および手早く参照されたい読者のための要点の明確化などを特徴としている。

まず、可聴周波数域を用いた実習教材による基本的な信号処理技術の把握は本書の最大の特徴であり、その使用法を 6 章に紹介する。この教材には 1～5 章の理解を支えるため、FIR 型低域・帯域・高域フィルタ、IIR 型バターワースフィルタ、ウィーナーフィルタ、および離散フーリエ変換によるスペクトラム解析などのメニューを用意した。なお、この教材を Excel 版と Matlab 版にてコロナ社のホームページから提供する。Excel 版は多くの読者に利用可能であり、Matlab 版ではアルゴリズムの理解が容易である。

また、じっくりと信号処理技術を学びたい学生諸君のために、本書では関連する応用数学および線形システム理論の記述に十分な紙面を割り当てた。例えば、1 章にフーリエ変換、ラプラス変換およびフーリエ級数を、3 章に離散時間フーリエ変換、Z 変換および離散フーリエ変換を述べ、信号処理技術の理解に十分な基礎とした。加えて 2 章と 4 章との前半に、それぞれ連続時間と離散時間の線形システム理論の基本をまとめ、5 章の前半には確率過程の入門的事項を扱っている。これらは一貫して大学 1 年修了程度の読者を前提に記述しており、本書には信号処理の教科書であるとともに、大学 2 年次の応用数学の定着および後続の制御工学や確率システム論を学ぶ基礎固めの役割を期待できる。なお、本書の演習問題や章末問題の詳しい解答例をコロナ社ホームページ

の本書詳細ページより提供する。

さらに、第一線の技術者ほか、本書を手早く参照されたい読者のため、要点を明確化した記述に留意した。例えば、本書では説明文を極力、命題とその証明に分離して記述し、証明を読み飛ばしても信号処理技術のアウトラインを追うことができる。加えて索引にテクニカルタームの和英・英和対照機能を用意し、関連分野の技術英文を扱われる方々への便宜とした。

末筆にて恐縮ながら本書の誕生には多くの方々のお力添えをいただいたことを紹介したい。まず、東京工業大学大学院情報理工学研究科数理・計算科学専攻の鈴木大慈先生には本書の原稿のご精読をいただき、随所に貴重なご助言を賜った。また、奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士後期課程在学中の田中大介氏には Matlab 版の実習教材作成にご尽力をいただいた。さらに、東京大学大学院情報理工学系研究科修士課程在学中の矢田祐一郎氏および高野光浩氏には演習問題や章末問題の解答例の作製にご協力いただいた。また、株式会社コロナ社の関係各位には、私どもの度重なる脱稿遅延にも適切な対処をいただき、本書出版の取りまとめの労を賜った。ここに私どもの深甚なる謝意を表させていただきます。

2013年8月

深山幸穂，理，覚

目 次

1. アナログ信号の解析ツール

1.1	デルタ関数, 1点への着目	1
1.1.1	定義【デルタ関数】	1
1.1.2	解説: デルタ関数の性質	2
1.1.3	補足: 超関数論	2
1.1.4	定義【フーリエ核】	3
1.1.5	定理【フーリエ核によるデルタ関数の近似】	3
1.1.6	解説: ガウス分布密度関数によるデルタ関数の近似	4
1.1.7	補足: フーリエ核の定積分	4
1.1.8	補足: フーリエ核の極限とデルタ関数	5
1.2	フーリエ変換, 時間領域と周波数領域の橋わたし	6
1.2.1	定義【フーリエ変換と逆変換】	6
1.2.2	解説: スペクトラム, エネルギースペクトラム	7
1.2.3	解説: フーリエ変換可能, フーリエ逆変換可能, 絶対可積分	7
1.2.4	例: 白色スペクトラム	8
1.2.5	例: 線スペクトラム	8
1.2.6	解説: フーリエ変換の逆変換の1:1対応, フーリエ変換対	9
1.2.7	定理【フーリエ変換対の応用に便利な公式】	9
1.2.8	解説: 正負の周波数におけるフーリエ変換の対称性	10
1.2.9	例: 方形スペクトラム	10
1.2.10	解説: 時間領域と周波数領域の入替え	11
1.2.11	例: 時間領域の符号関数のフーリエ変換対	11
1.2.12	例: 単位ステップ関数のフーリエ変換対	12
1.3	フーリエ変換対による迂回解法, 周波数領域で扱うと簡単	13
1.3.1	定理【周波数領域と時間領域での微分】	13

1.3.2	解説：時間領域のモーメント	13
1.3.3	定義【時間領域と周波数領域での畳込み】	14
1.3.4	解説：デルタ関数との畳込み	14
1.3.5	定理【周波数領域，時間領域での畳込みとフーリエ変換】	15
1.3.6	解説：ヒルベルト変換	16
1.3.7	定理【時間積分】	16
1.3.8	解説：フーリエ変換のパーセバルの等式	17
1.4	ラプラス変換，因果関数の迂回解法ツール	17
1.4.1	定義【因果関数，非因果関数】	17
1.4.2	定義【ラプラス変換と逆変換，ラプラス変換対】	18
1.4.3	解説：ラプラス変換可能，指数位数，収束範囲	18
1.4.4	解説：ラプラス変換対，ラプラス変換とフーリエ変換の関係	19
1.4.5	定理【ラプラス変換対の応用に便利な公式】	20
1.4.6	補足：両側ラプラス変換と逆変換	21
1.5	フーリエ級数，周期関数の解析ツール	22
1.5.1	定義【周期関数，基本周期】	22
1.5.2	定理【複素フーリエ係数，フーリエ級数展開，フーリエ級数対】	23
1.5.3	解説：フーリエ級数展開の三角級数による記述	25
1.5.4	例：方形波のフーリエ級数展開	26
1.5.5	定理【フーリエ級数対の応用に便利な公式】	26
1.5.6	補足：フーリエ級数核	28
	章末問題	29

2. アナログ信号処理の設計

2.1	連続時間線形時不変システム，アナログ信号処理の枠組み	30
2.1.1	定義【連続時間の線形時不変システム，インパルス応答】	30
2.1.2	定理【連続時間線形時不変システムの応答】	31
2.1.3	定義【伝達関数】	32
2.1.4	例：むだ時間の伝達関数	32
2.1.5	解説：伝達関数の関数形	33
2.1.6	例：不完全微分のインパルス応答	34
2.1.7	定理【伝達関数の極の左半平面上配置とインパルス応答との関係】	34

2.1.8	例：2次遅れのインパルス応答	37
2.1.9	解説：右半平面の極の時間領域との対応	38
2.1.10	解説：モードと漸近安定	39
2.1.11	解説：有界入力有界出力安定	40
2.1.12	解説：最小位相推移	40
2.2	アナログフィルタの設計，定番の信号処理技術	41
2.2.1	定義【周波数特性，ボード線図】	41
2.2.2	例：2次フィルタ	42
2.2.3	例：1次高域フィルタ	43
2.2.4	解説：バターワースフィルタ	45
2.2.5	解説：並列共振型2次フィルタ	48
2.3	アナログ変調，ラジオでおなじみの技術	50
2.3.1	定義【アナログ変調，復調】	51
2.3.2	例：定常余弦波信号の振幅変調	51
2.3.3	解説：一般の信号の振幅変調	53
2.3.4	解説：抑圧搬送波単側波帯振幅変調（下側の側波帯式）	54
章末問題		56

3. デジタル信号処理の設計ツール

3.1	標本化定理と関連事項，デジタル信号処理の屋台骨	58
3.1.1	定理【標本化と復元】	58
3.1.2	解説：エイリアシング	61
3.1.3	解説：正規化角周波数	62
3.1.4	解説：正規化角周波数とフーリエ級数核	63
3.1.5	解説：内積，正規直交系，単位パルス	63
3.2	離散時間フーリエ変換，標本化した信号のスペクトラム評価	64
3.2.1	定理【離散時間フーリエ変換と逆変換】	64
3.2.2	解説：離散時間フーリエ変換と逆変換の可能	66
3.2.3	定理【離散時間フーリエ変換対の応用に便利な公式】	67
3.2.4	解説：離散時間フーリエ変換の周期性，対称性	67
3.2.5	例：線スペクトラム	68
3.2.6	例：方形スペクトラム	68

3.3 離散時間フーリエ変換を用いた迂回解法, 周波数領域での取扱い	69
3.3.1 定義【時間領域と周波領域での畳込み】	69
3.3.2 定理【畳込みと離散時間フーリエ変換】	70
3.3.3 例: 離散時間ヒルベルト変換	70
3.3.4 解説: 離散時間のパーセバルの等式, 離散時間信号のエネルギー	71
3.4 Z変換, 離散時間の迂回解法ツール	72
3.4.1 定義【因果数列, 非因果数列】	72
3.4.2 定理【変換と逆変換, 離散時間フーリエ変換との関係】	72
3.4.3 解説: Z変換の演算可能と収束領域	73
3.4.4 解説: 3.4.2定理の証明	74
3.4.5 例: 主要なZ変換対	75
3.4.6 定理【Z変換対の応用に便利な公式】	76
3.4.7 解説: 片側Z変換	77
3.4.8 解説: 片側Z変換対の応用に便利な公式	77
3.5 離散フーリエ変換, 広く普及した解析ツール	78
3.5.1 定理【離散フーリエ変換】	78
3.5.2 定理【離散フーリエ変換の応用に便利な公式】	82
3.5.3 解説: パーセバルの等式, 1周期のエネルギー	83
3.5.4 解説: 窓関数	84
3.5.5 解説: 高速フーリエ変換	85
章末問題	86

4. デジタル信号処理の設計

4.1 離散時間線形時不変システム, デジタル信号処理の枠組み	87
4.1.1 定義【離散時間の線形時不変システム, 単位パルス応答】	87
4.1.2 定理【離散時間線形時不変システムの応答】	88
4.1.3 定義【パルス伝達関数】	89
4.1.4 解説: パルス伝達関数の関数形	89
4.1.5 定理【パルス伝達関数の極と単位パルス応答】	90
4.1.6 例: 2次システムの単位パルス応答	91
4.1.7 解説: 有界入力有界出力安定	92
4.1.8 定理【離散時間システムの周波数伝達関数】	93

4.1.9	解説：最小位相推移	93
4.2	周波数領域での設計（1） FIR フィルタ	94
4.2.1	定義【FIR フィルタ】	95
4.2.2	解説：FIR フィルタの性質，周波数伝達関数	95
4.2.3	解説：フィルタ次数，因果型，遅延型 FIR フィルタ	96
4.2.4	例：移動平均の周波数特性	97
4.2.5	定理【FIR フィルタの係数の設定】	97
4.2.6	解説：窓関数によるゲイン特性の改善	99
4.2.7	解説：直線位相 FIR フィルタ，位相ひずみ	100
4.2.8	例：FIR 型低域フィルタ	101
4.2.9	定理【中心周波数のシフト】	102
4.3	周波数領域での設計（2） IIR フィルタ	105
4.3.1	定義【IIR フィルタ】	105
4.3.2	要点：IIR フィルタの周波数伝達関数	106
4.3.3	定義【双 1 次変換】	107
4.3.4	例：双 1 次変換による積分	107
4.3.5	解説：双 1 次変換による極の射影	108
4.3.6	例：IIR 型 1 次高域フィルタ	108
4.3.7	例：IIR 型バターワースフィルタ	109
4.3.8	定理【IIR 共振器の直接法による設計】	110
	章末問題	113

5. 統計的信号処理

5.1	ランダムな信号のモデル化，確率の助けを借りる	114
5.1.1	定義【確率変数，確率分布関数，確率密度関数，期待値】	114
5.1.2	例：サイコロの目	115
5.1.3	解説：複素確率変数	116
5.1.4	定義【確率過程，見本過程，結合確率密度関数】	117
5.1.5	定義【平均値関数，自己相関関数，自己共分散関数】	118
5.1.6	定義【相互相関関数，相互共分散関数】	118
5.1.7	解説：確率過程の独立，無相関，直交	118
5.1.8	定義【広義定常性，結合広義定常性】	119

5.1.9	解説：自己相関関数，相互相関関数の性質	120
5.1.10	定義【正規化した自己相関関数，相互相関関数】	121
5.1.11	定義【自己相関行列，相互相関行列】	121
5.1.12	解説：自己相関行列の性質，エルミート行列，正定行列	123
5.1.13	解説：エルミート行列のスペクトラル分解，レイリー商	124
5.1.14	解説：正定行列の対角要素，固有値，コレスキ分解	125
5.2	統計的信号処理の基礎，伝達関数で考えるとき	126
5.2.1	解説：統計的信号処理における仮定	126
5.2.2	定義【パワースペクトラム，クロスパワースペクトラム】	128
5.2.3	解説：ウィーナー・ヒンチンの定理	128
5.2.4	定義【白色雑音】	129
5.2.5	定理【伝達関数に白色雑音を入力】	130
5.2.6	定理【伝達関数によるパワースペクトラムの変化】	131
5.3	統計的信号処理の実施例，時間領域での設計	132
5.3.1	解説：マッチドフィルタ	132
5.3.2	解説：白色化フィルタとマッチドフィルタ	134
5.3.3	例：マッチドフィルタの応用	134
5.3.4	解説：ウィーナーフィルタ	135
章 末 問 題		137

6. 添付 Excel ブックの使用法

6.1	インストール	139
6.1.1	必要な環境	139
6.1.2	インストール手順	140
6.1.3	プログラムの削除	141
6.2	プログラム使用の流れ	141
6.2.1	AM (DSB/SSB)：振幅変調	142
6.2.2	FIRfilter：FIR 型フィルタの設計	145
6.2.3	Butterworth：バターワースフィルタの設計	147
6.2.4	IIRresonator：IIR 型共振器の設計	148
6.2.5	Singer：IIR 型共振器を利用した人工音声	150
6.2.6	WienerFilter：ウィーナーフィルタによる信号と雑音の分離	151

6.3 なにかおかしいときは?153

付 録

フーリエ変換対の応用に便利な公式 **演習 1.2** の証明155

引用・参考文献158

章末問題略解160

索 引168

[和 英]168

[英 和]173

アナログ信号の解析ツール

本章と次章で扱うアナログ信号処理は、連続時間 t により変化する信号を対象とした定番の技術であり、その考え方は 3 章以降のデジタル信号処理を理解する際に不可欠である。本章では、アナログ信号の解析と信号処理のツールとしてデルタ関数、フーリエ変換、周波数領域を用いた迂回解法、ラプラス変換、およびフーリエ級数について要点を述べ、次章以降の議論の基礎とする。

1.1

デルタ関数, 1 点への着目

デルタ関数は、後述する線スペクトラムや信号の標本化の検討などに利用できる便利なツールである。本書では、大学初年次程度の数学を前提に議論を進めるため、式 (1.1) が近似的に成立するような通常の関数をデルタ関数 $\delta(t)$ とみなす。このような関数の具体例は種々あるが、いずれも b 近傍のみに大きな値が集中し、そのグラフの面積が 1 の関数を $\delta(t-b)$ としてイメージすればよい。このうち、アナログ信号処理分野ではフーリエ核を用いたデルタ関数の近似が重要である。

1.1.1 定義【デルタ関数】

次式を満たす関数 $\delta(t)$ をデルタ関数 (delta function) またはインパルス (impulse) という。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t-b) dt = x(b) \quad (1.1)$$

ここに、 b を任意定数、また $x(t)$ は少なくとも $t=b$ で連続な任意関数とす

る。

1.1.2 解説：デルタ関数の性質

本書で重要なデルタ関数 $\delta(t)$ の性質を説明する。

要点：デルタ関数は連続関数の1点の情報を抜きだす。

このとき積分範囲を、 b を含む任意の幅 $\varepsilon_1(>0)$, $\varepsilon_2(>0)$ に選べる。

$$\int_{b-\varepsilon_1}^{b+\varepsilon_2} x(t) \delta(t-b) dt = x(b) \quad (1.2)$$

また、デルタ関数のグラフは面積1である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-b) dt = \int_{b-\varepsilon_1}^{b+\varepsilon_2} \delta(t-b) dt = 1 \quad (1.3)$$

さらに、デルタ関数を乗じる際、 $a \neq 0$ についてつぎの演算ができる。

$$x(t) \delta(a[t-b]) = \frac{x(b)}{|a|} \delta(t-b) \quad (1.4)$$

証明 まず、 $x_0(t) = x(t)$ ($t < b - \varepsilon_1, b + \varepsilon_2 < t$)、および 0 ($b - \varepsilon_1 \leq t \leq b + \varepsilon_2$) を考える。これを式 (1.1) に適用し、右辺が $x_0(b) = 0$ を与える式を得る。この式の両辺を式 (1.1) から引けば式 (1.2) が導かれる。

また、式 (1.1) に定値関数 $x(t) = 1$ を適用すると、式 (1.3) が得られる。

さらに、式 (1.4) は十分小さな幅 $\varepsilon_1(>0)$, $\varepsilon_2(>0)$ において、次式の左辺と右辺の積分記号内を比較すればよい。

$$\begin{aligned} \int_{b-\varepsilon_1}^{b+\varepsilon_2} x(t) \delta(a[t-b]) dt &= \frac{1}{a} \int_{-a\varepsilon_1}^{a\varepsilon_2} x\left(\frac{t}{a} + b\right) \delta(\tau) d\tau = \frac{x(b)}{|a|} \\ &= \int_{b-\varepsilon_1}^{b+\varepsilon_2} \frac{x(b)}{|a|} \delta(t-b) dt \end{aligned} \quad (1.5)$$

[QED]

1.1.3 補足：超関数論

本書のようにデルタ関数を通常関数として扱った場合、連続な $x(t)$ を対象として式 (1.1) が十分に小さな誤差で近似的に成立すると考えれば、信号処理技術の検討を支障なく行える。しかしながら、数学的に明確な議論を期すの

であればデルタ関数を超関数として扱うべきであり, 興味のある読者は例えば巻末の引用・参考文献1)を参照されたい。すなわち, 式(1.1)が厳密に成立すると考えれば, デルタ関数を通常関数として扱う限り矛盾に直面する。なぜならば, 同式左辺の定積分において, $t \neq b$ における $x(t)$ の値と無関係に $x(b)$ が求まるには一点を除いて $\delta(t-b)=0 (t \neq b)$ が必要で, このような関数 $\delta(t-b)$ を乗ずれば式(1.1)の定積分の値はつねに0だからである。この矛盾を回避するには超関数を学ばなければならない。

1.1.4 定義【フーリエ核】

次式を **sinc 関数** (sinc function) または**フーリエ核** (Fourier kernel) と呼ぶ。

$$\text{sinc } t := \begin{cases} \frac{\sin t}{t} & (t \neq 0) \\ 1 & (t = 0) \end{cases} \quad (1.6)$$

ここに, $\lim_{t \rightarrow 0} \text{sinc } t = \text{sinc } 0$ であり, $\text{sinc } t$ は連続関数となる。

なお, 次式を**規格化された sinc 関数** (normalized sinc function) という。これを単に sinc 関数と呼ぶ文献もある。

$$\begin{cases} \frac{\sin \pi t}{\pi t} & (t \neq 0) \\ 1 & (t = 0) \end{cases} \quad (1.7)$$

ここに, 上式は t の整数値($t \neq 0$)で関数値0となる。

1.1.5 定理【フーリエ核によるデルタ関数の近似】

次式の定積分はフーリエ核を与え, デルタ関数に帰着する。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\pm j\omega(t-b)} d\omega = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\sin a(t-b)}{\pi(t-b)} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{\pi} \text{sinc } a(t-b) = \delta(t-b) \quad (1.8)$$

ここに, 定積分の区間 $(-\infty, \infty)$ を正負対称の区間 $(-a, a)$ ($a \rightarrow \infty$)に扱っ

た。これをコーシーの主値 (Cauchy's principal value) と呼ぶ。以下においても区間 $(-\infty, \infty)$ の定積分を求める場合、同様にコーシーの主値を用いる。

証明 式 (1.8) の左辺は、積分による角周波数 ω の余弦波の重ね合わせとみなせるから、フーリエ核となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a e^{\pm j\omega(t-b)} d\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^a \cos \omega(t-b) d\omega = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\sin \omega(t-b)}{t-b} \right]_{\omega=0}^{\omega=a} \\ &= \frac{\sin a(t-b)}{\pi(t-b)} = \frac{a}{\pi} \operatorname{sinc} a(t-b) \end{aligned} \quad (1.9)$$

このとき上式の区間 $(-\infty, \infty)$ における定積分が 1 になることを 1.1.7 補足に示す。さらに、フーリエ核が $a \rightarrow \infty$ の極限でデルタ関数の定義を満たすことを 1.1.8 補足に示す。 [QED]

要点：すべての周波数の余弦波を重ね合わせるとデルタ関数になる。

演習 1.1 (フーリエ核のグラフ) グラフは sinc 関数を比率 $a (>0)$ で上下方向に拡大し、比率 $1/a$ で左右方向に縮小した形状である。式 (1.9) について a を増加すると b 近傍のみ大きな関数値になることを確認する。

いま、 $x(t) = \frac{a}{\pi} \operatorname{sinc} a(t-b)$ のグラフを横軸 $-1 \leq t \leq 1$, 0.01 刻み、縦軸 $-100 \leq x \leq 300$ に選び、 $b=0$, $a=10, 100, 1000$ について表示せよ。

1.1.6 解説：ガウス分布密度関数によるデルタ関数の近似

式 (1.8) のほか、種々の関数がパラメータの極限でデルタ関数の性質を有する。例えば、次式のガウス分布確率密度関数 (Gaussian probability density function) において標準偏差 a がきわめて小さい場合である。

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} a} e^{-(t-b)^2/(2a^2)} = \delta(t-b) \quad (1.10)$$

1.1.7 補足：フーリエ核の定積分

フーリエ核の区間 $(-\infty, \infty)$ における定積分の値を以下に評価する。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{a}{\pi} \operatorname{sinc} at dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau = 1 \quad (1.11)$$

ここに、 $\tau = at$ と置いた。

証明 まず, 次式の定積分を求める。

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-\rho\tau} \sin \tau \, d\tau &= \operatorname{Im} \int_0^\infty e^{-(\rho-j)\tau} \, d\tau = \operatorname{Im} \left[\frac{-e^{-(\rho-j)\tau}}{\rho-j} \right]_{\tau=0}^{\tau=\infty} \\ &= \operatorname{Im} \frac{1}{\rho-j} = \frac{1}{\rho^2+1} \end{aligned} \quad (1.12)$$

ここに $\rho > 0$ であり, Im は複素数の虚部を示す。

つぎに, 式 (1.12) の両辺について ρ の区間 $(0, \infty)$ での定積分を求める。

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\rho\tau} \sin \tau \, d\tau \, d\rho = \int_0^\infty \left[\frac{e^{-\rho\tau}}{-\tau} \right]_{\rho=0}^{\rho=\infty} \sin \tau \, d\tau = \int_0^\infty \frac{\sin \tau}{\tau} \, d\tau \quad (1.13)$$

$$\int_0^\infty \frac{d\rho}{\rho^2+1} = \int_0^{\pi/2} \frac{\sec^2 \theta \, d\theta}{\tan^2 \theta + 1} = [\theta]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} \quad (1.14)$$

ここに, $\rho = \tan \theta$ および $d\rho = \sec^2 \theta \, d\theta$ の変数変換を用いた。sinc 関数は偶関数であるから, 両辺を等値して式 (1.11) が得られる。 [QED]

1.1.8 補足：フーリエ核の極限とデルタ関数

$$\frac{a}{\pi} \operatorname{sinc} a(t-b) = \frac{\sin a(t-b)}{\pi(t-b)} \rightarrow \delta(t-b) \quad (a \rightarrow \infty) \quad (1.15)$$

証明 式 (1.15) の左辺がデルタ関数の定義を満たすことを証明するため, 同式を式 (1.1) の左辺に代入し, 三つの定積分として b 近傍の I_0 , その両側の I_- および I_+ に分割する。

$$\text{式 (1.1) 左辺} = \int_{-\infty}^\infty x(t) \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\sin a(t-b)}{\pi(t-b)} \, dt = I_- + I_0 + I_+ \quad (1.16)$$

ここに, 小さな幅 $\varepsilon (> 0)$ および $\tau = a(t-b)$ と置き, 以下のとおり式 (1.11) と部分積分を用いて I_0 , I_- および I_+ を評価する。すなわち, 幅 ε の b 近傍において $x(t) \approx x(b)$ とみなせる程度に選び, $x(t)$ は微分可能との仮定を適用する。

$$I_0 = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{b-\varepsilon}^{b+\varepsilon} x(t) \frac{\sin a(t-b)}{\pi(t-b)} \, dt \approx x(b) \frac{1}{\pi} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a\varepsilon}^{a\varepsilon} \frac{\sin \tau}{\tau} \, d\tau = x(b) \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} I_- &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{b-\varepsilon} \frac{x(t)}{t-b} \sin a(t-b) \, dt \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a\pi} \left[-\frac{x(t)}{t-b} \cos a(t-b) \right]_{-\infty}^{b-\varepsilon} \end{aligned}$$

$$+ \int_{-\infty}^{b-\varepsilon} \frac{x'(t)(t-b)-x(t)}{(t-b)^2} \cos a(t-b) dt \Big\} = 0 \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} I_+ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{b+\varepsilon}^{\infty} \frac{x(t)}{t-b} \sin a(t-b) dt \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a\pi} \left\{ \left[-\frac{x(t)}{t-b} \cos a(t-b) \right]_{b+\varepsilon}^{\infty} \right. \\ &\quad \left. + \int_{b+\varepsilon}^{\infty} \frac{x'(t)(t-b)-x(t)}{(t-b)^2} \cos a(t-b) dt \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1.19)$$

したがって、式 (1.16) 右辺は式 (1.1) 右辺に近似的に等しく、式 (1.15) の左辺はデルタ関数を与える。 [QED]

1.2

フーリエ変換，時間領域と周波数領域の橋わたし

本節では、フーリエ変換と逆変換、およびその応用時に用いる諸公式を紹介する。また、信号処理技術において重要な役割を持つ方形パルス、符号関数などのフーリエ変換、さらに白色、線状、方形のスペクトラムのフーリエ逆変換などについて検討する。

1.2.1 定義【フーリエ変換と逆変換】

連続時間 (continuous time) t [s] の関数 $x(t)$ に対し、次式の演算 FT を定義する。この演算が有限値に収束すれば、**角周波数** (angle frequency) の関数としてフーリエ変換 (Fourier transform) $X(j\omega)$ を得る。

$$X(j\omega) = \text{FT}[x(t)] := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.20)$$

ここに、演算 FT 自体も、演算結果 $X(j\omega)$ も共に**フーリエ変換** (FT: Fourier transform) と称する。また、 $x(t)$ および $X(j\omega)$ の属する空間を、それぞれ**時間領域** (time domain) および**周波数領域** (frequency domain) と呼ぶ。なお、 $\omega = 2\pi f$ [rad/s]、ただし**周波数** (frequency) f [Hz] である。

逆に、フーリエ変換 $X(j\omega)$ について次式の演算 FT^{-1} を定義する。この演算が有限値に収束すれば、時間 t の関数として**フーリエ逆変換** (inverse Fourier

transform) $x(t)$ を得る。

$$x(t) = \text{FT}^{-1}[X(j\omega)] := \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (1.21)$$

ここに，演算 FT^{-1} も，演算結果 $x(t)$ も共にフーリエ逆変換と呼ぶ。

1.2.2 解説：スペクトラム，エネルギースペクトラム

時間領域で実数の信号 $x(t)$ について，そのフーリエ変換 $X(j\omega)$ は周波数領域で一般に複素数であるため，**大きさ** (magnitude) $|X(j\omega)|$ と **位相** (phase) $\angle X(j\omega)$ を評価する。このとき $|X(j\omega)|$ を **スペクトラム** (spectrum)， $|X(j\omega)|^2$ を **エネルギースペクトラム** (energy spectrum) と呼ぶ。フーリエ変換のグラフを表示するとき，横軸を周波数の **対数軸** (logarithmic scale) に選んだり，縦軸を $20 \log |X(j\omega)|$ [dB] とすることがある。

1.2.3 解説：フーリエ変換可能，フーリエ逆変換可能，絶対可積分

式 (1.20) の FT または式 (1.21) の FT^{-1} 有限値に収束するとき，それぞれ **フーリエ変換可能** (Fourier transformable) または **フーリエ逆変換可能** (inverse Fourier transformable) という。いま，関数の絶対値を区間 $(-\infty, \infty)$ で定積分が有限値であれば，この関数は **絶対可積分** (absolute integrable) という。 $x(t)$ や $X(j\omega)$ が絶対可積分であれば，それぞれフーリエ変換可能やフーリエ逆変換可能である。ただし，絶対可積分はフーリエ変換可能またはフーリエ逆変換可能の十分条件であるが必要条件ではない。

証明 絶対可積分のときフーリエ変換可能やフーリエ逆変換可能を示す。

$$\begin{aligned} |\text{FT}[x(t)]| &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |x(t) e^{-j\omega t}| dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \end{aligned} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned} |\text{FT}^{-1}[X(j\omega)]| &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega \right| \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega) e^{-j\omega t}| d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)| d\omega < \infty \end{aligned} \quad (1.23)$$

一方、1.2.4例の白色スペクトラムおよび1.2.5例の定常正弦波は絶対可積分でないが、それぞれフーリエ逆変換可能またはフーリエ変換可能である。

[QED]

1.2.4 例：白色スペクトラム

時間領域のインパルスのフーリエ変換は、周波数領域ですべての ω について様な強度があり、白色スペクトラム (white spectra) と呼ばれる。逆に白色スペクトラムをフーリエ逆変換するとインパルスになる。

証明

$$\text{FT}[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = e^0 = 1 \quad (1.24)$$

ここに、式(1.1)を用いた。

$$\text{FT}^{-1}[1] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega = \delta(t) \quad (1.25)$$

ここに、上式は式(1.8)において $b=0$ の場合である。

[QED]

要点：時間領域のとがった信号は平坦な周波数スペクトラムになる。

1.2.5 例：線スペクトラム

時間領域の角周波数 β の定常正弦波 (steady state sinusoid) のフーリエ変換は周波数領域で $\omega = \pm\beta$ 近傍にのみ大きな関数値が集中する。また $\beta=0$ とした定数でも同様である。これらを線スペクトラム (line spectra) と呼ぶ。逆に $\omega = \pm\beta$ における線スペクトラムをフーリエ逆変換すると時間領域で角周波数 β の定常正弦波になる。

証明

$$\begin{aligned} \text{FT}[a \cos(\beta t + \theta)] &= \int_{-\infty}^{\infty} a \frac{e^{j(\beta t + \theta)} + e^{-j(\beta t + \theta)}}{2} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{a}{2} \left[e^{j\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \beta)t} dt + e^{-j\theta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + \beta)t} dt \right] \\ &= \pi a \{ e^{j\theta} \delta(\omega - \beta) + e^{-j\theta} \delta(\omega + \beta) \} \quad (1.26) \end{aligned}$$

ここに、式(1.8)を用いた。上式で $\theta = -\pi/2$ と置けば $a \sin \beta t$ の、また、 $\beta = 0$ 、 $\theta = 0$ と置けば時間領域の定数 a のフーリエ変換がそれぞれ得られる。

索引

----- [和 英] -----

【あ】		【え】	
アナログ変調 analogue modulation	51	エイリアシング aliasing	61
アンサンブル期待値		エネルギースペクトラム	
ensemble expectation	123	energy spectrum	7, 65
安定な極 stable pole	35	エルゴード性 ergodicity	127
		エルミート行列 Hermitian matrix	123
		エルミート形式 Hermitian form	123
		【お】	
		大きさ magnitude	7
		【か】	
		ガウス分布確率密度関数	
		Gaussian probability density function	4
		角周波数 angle frequency	6
		確率 probability	114
		確率過程	
		random sequence, stochastic process	117
		確率過程ベクトル	
		random sequence vector	122
		確率分布関数	
		probability distribution function	115
		確率変数 random variable	114
		確率密度関数	
		probability density function	115
		過制動 over damping	38
		片側 Z 変換 uni-lateral Z-transform	77
		片側 Z 変換対	
		uni-lateral Z-transform pair	77
		【き】	
		規格化された sinc 関数	
		normalized sinc function	3
		期待値 expectation	115

ギブスの現象 Gibbs's phenomenon	99
基本周期 prime period	22
基本波成分 fundamental frequency component	25
共振角周波数 resonant angle frequency	49
極 pole	34

【く】

クーリー J. W. Cooley	78
クーリー・テュキアルゴリズム Cooley-Tukey algorithm	85
クロスパワースペクトラム cross-power spectrum	128

【け】

係数 coefficient	95
係数ベクトル coefficient vector	95, 132
ゲイン特性 magnitude response	42
結合確率密度関数 joint probability density function	117
結合広義定常性 jointly wide sense stationary	119
減衰振動 damped oscillation	37
検波 detection	51
厳密にプロパー strictly proper	33

【こ】

高域フィルタ HPF: high pass filter	43
広義定常性 WSS: wide sense stationary	119, 127
高速フーリエ変換 FFT: fast Fourire transform	52, 85
コーシーの主値 Cauchy's principal value	4
固有値 eigen value	124
固有ベクトル eigen vector	124
コレスキー分解 Cholesky decomposition	125

【さ】

最小位相推移 minimal phase shift	35, 41, 90, 93
最小分散推定値 minimum variance estimate	127

サイドローブ saide-lobes	85
雑音ベクトル noise vector	133
三角級数 trigonometric series	25
算術平均 average	127

【し】

時間領域 time domain	6, 18, 72
次元 dimension	125
試行 trial	114
自己共分散関数 autocovariance function	118
自己相関関数 autocorrelation function	118
自己相関行列 autocorrelation matrix	121
事象 event	114
指数位数 exponential order	18
下側の側波帯 lower sideband	53
下三角行列 lower triangular matrix	126
実現値 realized value	114
実対称行列 real symmetric matrix	123
時定数 time constant	56
時不変 time invariant	31
遮断角周波数 cut-off angle frequency	43
遮断正規化角周波数 cut-off normalized angle frequency	101
シャノン C. E. Shannon	58
周期 period	22
周期関数 periodic function	22
周期的畳込み circular convolution	83
自由システム free system	39
自由振動角周波数 angle frequency of natural oscillation	37
収束因子 converging factor	19
収束範囲 region of convergence	18
収束領域 region of convergence	72
周波数 frequency	6
周波数解析 frequency analysis	143
周波数伝達関数 frequency transfer function	41, 93
周波数特性 frequency response	41
周波数変調 FM: frequency modulation	51
周波数領域 frequency domain	6
受信信号ベクトル received signal vector	133

受信点信号対雑音比

signal-to-noise ratio at received 133

剰余 modulo 79

信号ベクトル signal vector 95, 133

振幅変調 AM : amplitude modulation 51

【す】

スペクトラム spectrum 7

スペクトラル分解 spectral resolution 124

【せ】

正規化角周波数

normalized angle frequency 62

正規化自己相関関数

normalized autocorrelation function 121

正規化相互相関関数

normalized cross-correlation function 121

正規直交系 orthonormal system 63

成形フィルタ shaping filter 130

正則行列 regular matrix 127

正定行列 positive definite matrix 123

制動係数 damping factor 37

絶対可積分 absolute integrable 7

絶対収束 absolute convergence 66

漸近安定 asymptotically stable 39

線形 linear 30

線形差分方程式

linear difference equation 89

線形時不変システム

LTI system 31, 88

線形常微分方程式

linear differential equation 33

線スペクトラム line spectra 8

【そ】

双1次変換 bilinear transform 107

相互共分散関数

cross-covariance function 118

相互相関関数

cross-correlation function 118

相互相関行列 cross-correlation matrix 122

相似変換 similarity transformation 124

阻止帯域 stop band 101

【た】

帯域制限 band limited 59

帯域フィルタ band pass filter 103

第 n 次原点まわりのモーメント n -th moment about the origin 115第 n 次モーメント n -th order moment 13

対角化 diagonalization 124

対角要素 diagonal element 126

第3次高調波成分 third harmonics 25

対称係数 symmetric coefficient 100

対数軸 logarithmic scale 7

第2次高調波成分 second harmonics 25

畳込み convolution 14

多峰 multi-lobes 84

単位円内 inside unit circle 90

単位ステップ関数 unit step function 12

単位パルス unit pulse 63

単位パルス応答 unit pulse response 87

【ち】

遅延型 FIR フィルタ delayed FIR filter 96

直線位相 linear phase 100

直流分 DC component 17, 25

直交 orthogonal 119

直交行列 orthogonal matrix 124

直交射影 orthogonal projection 98

【つ】

通過帯域 pass band 101

【て】

低域フィルタ LPF : low pass filter 45, 101

定常ゲイン steady gain 37, 56

定常正弦波 steady state sinusoid 8

テプリッツ形式 Toeplitz form 122

テュキ J. W. Tukey 78

デルタ関数 delta function 1

伝送 transmission 51

伝達関数 transfer function 32, 34, 37

伝達関数の次数

order of transfer function 33

伝搬時間 time-of-flight 134

【と】

統計的信号処理 126
 statistical signal processing

統計量 statistics 126

特性方程式 characteristics equation 34

独立 independent 118

【な】

ナイキスト周波数 Nyquist frequency 58

内積 inner product 63

【に】

2次遅れ second-order lag 37

2次形式 quadratic form 123

2次フィルタ second-order filter 37, 42

二乗可積分 square-integrable 63

【は】

白色化フィルタ pre-whitening filter 134

白色雑音 white noise 129

白色スペクトラム white spectra 8

パーセバルの等式
Parseval's identity 17, 27, 71

バターワースフィルタ Butterworth filter 45

ハニング窓 Hanning window 84

ハミング窓 Hamming window 52, 84

パルス伝達関数
pulse transfer function 89, 94

パルス伝達関数の次数
order of pulse-transfer function 89

パワー power 27

パワースペクトラム power spectrum 128

搬送波 carrier 51

半値幅 half width 49

【ひ】

非因果型 non-causal 96

非因果型信号ベクトル
non-causal signal vector 136

非因果関数 non-causal function 18

非因果数列 non-causal sequence 72

左半平面 left-half plane 34

標本化 sampling 58

標本化間隔 sampling interval 58

標本化周波数 sampling frequency 58

標本化定理 sampling theorem 59

ヒルベルト変換 Hilbert transform 16

【ふ】

不完全微分 lagged derivative 34

複素フーリエ係数
complex Fourier coefficient 23

復調 demodulation 51, 143, 144

物理的実現可能 physically realizable 18

物理的に実現可能 physically realizable 31

部分分数展開 partial fraction expansion 35

フーリエ核 Fourier kernel 3, 4

フーリエ逆変換 inverse Fourier transform 6

フーリエ逆変換可能
inverse Fourier transformable 7

フーリエ級数核 Fourier series kernel 28

フーリエ級数対 Fourier series pair 23

フーリエ級数展開
FS : Fourier series expansion 23

フーリエ変換可能 Fourier transformable 7

フーリエ変換対 Fourier transform pair 9

プロパー proper 33

分散 variance 115

【へ】

平均 mean 115

平均値関数 mean function 118

平衡変調 balanced modulation 55

並列共振 parallel resonance 48

変調 modulation 51, 143

【ほ】

方形スペクトラム rectangular spectra 10

方形パルス rectangular pulse 29

包絡線 envelop 51

ボード線図 Bode diagram 42

【ま】

マッチドフィルタ matched filter 132

窓関数 window function 84

- 【み】**
- 見本過程 sample sequence 117
 脈動 ripple 99
- 【む】**
- 無相関 uncorrelated 119
 むだ時間 dead time 33
- 【め】**
- メインローブ main lobe 85
- 【も】**
- 目的点信号対雑音比
 signal to noise ratio at destination 132
 モード mode 39
- 【ゆ】**
- 有界入力有界出力安定 bounded-input and
 bounded-output stability 40
 有色雑音 colored noise 134
 有理多項式 ratio polynomial 33
 ユニタリ行列 unitary matrix 124
- 【よ】**
- 抑圧搬送波単側波帯振幅変調 SSB-SC :
 single sideband with suppressed carrier 54
- 【ら】**
- ラプラス逆変換
 inverse Laplace transform 18
 ラプラス変換 LT : Laplace transform 18
 ラプラス変換可能 Laplace transformable 18
 ラプラス変換対 Laplace transform pair 19
- 【り】**
- 離散時間 discrete-time 58
 離散時間システムの周波数伝達関数
 frequency transfer function of discrete-
 time system 93
 離散時間ヒルベルト変換
 discrete-time Hilbert transform 70
 離散時間フーリエ逆変換
 inverse discrete-time Fourier transform 65
 離散時間フーリエ変換
 DTFT : discrete-time Fourier transform 64
 離散時間フーリエ変換対
 discrete-time Fourier transform pair 65
 離散フーリエ逆変換
 inverse discrete Fourier transform 79
 離散フーリエ変換
 DFT : discrete Fourier transform 79
 離散フーリエ変換対
 discrete Fourier transform pair 79
 両側 Z 変換 bilateral Z-transform 72
 両側ラプラス逆変換
 inverse bilateral Laplace transform 21
 両側ラプラス変換
 bilateral Laplace transform 21
 臨界制動 critical damping 38
- 【れ】**
- 零次ホールド 0-th order hold 59
 零点 zero 35, 90
 レイリー商 Rayleigh quotient 124
 連続時間 continuous time 6
 連続時間信号のエネルギー
 energy of continuous time signal 17
 連続波 continuous wave 51
- 【アルファベット】**
- A-D 変換器 analogue-to-digital converter 61
 AM (DSB/SSB) 142
 Butterworth 147
 ExcelDSP 141
 FIRfilter 145
 FIR フィルタ
 finite impulse response filter 95
 FIR フィルタの次数 order of FIR filter 96
 IIRresonator 148
 IIR 共振器 IIR resonator 110
 IIR フィルタ
 infinite impulse response filter 105
 LTI linear-time invariant
 LTI 線形時不変 31, 88

N次システム <i>N</i> -th order system	33	Z 逆変換 inverse Z-transform	73
sinc 関数 sinc function	3	<i>z</i> 平面 <i>z</i> -plane	73
Singer	150	Z 変換 Z-transform	72
<i>s</i> 領域 <i>s</i> -domain	18	Z 変換対 Z-transform pair	73
WienerFilter	151	<i>z</i> 領域 <i>z</i> -domain	72

----- [英 和] -----

[A]

absolute convergence 絶対収束	66
absolute integrable 絶対可積分	7
aliasing エイリアシング	61
AM : amplitude modulation 振幅変調	51
AM (DSB/SSB)	142
analogue modulation アナログ変調	51
analogue-to-digital converter A-D 変換器	61
angle frequency 角周波数	6
angle frequency of natural oscillation 自由振動角周波数	37
asymptotically stable 漸近安定	39
autocorrelation function 自己相関関数	118
autocorrelation matrix 自己相関行列	121
autocovariance function 自己共分散関数	118
average 算術平均	127

[B]

balanced modulation 平衡変調	55
band limited 帯域制限	59
band pass filter 帯域フィルタ	103
bilateral Laplace transform 両側ラプラス変換	21
bilateral Z-transform 両側 Z 変換	72
bilinear transform 双 1 次変換	107
Bode diagram ボード線図	42
bounded-input and bounded-output stability 有界入力有界出力安定	40
Butterworth	147
Butterworth filter バターワースフィルタ	45

[C]

carrier 搬送波	51
Cauchy's principal value コーシーの主値	4
causal 因果型	17, 31, 96
causal function 因果関数	17
causal sequence 因果数列	72
causal signal vector 因果型信号ベクトル	133
C. E. Shannon シャノン	58
characteristics equation 特性方程式	34
Cholesky decomposition コレスキー分解	125
circular convolution 周期的畳込み	83
coefficient 係数	95
coefficient vector 係数ベクトル	95, 132
colored noise 有色雑音	134
complex Fourier coefficient 複素フーリエ係数	23
continuous time 連続時間	6
continuous wave 連続波	51
converging factor 収束因子	19
convolution 畳込み	14
Cooley-Tukey algorithm クーリー・テュキアルゴリズム	85
critical damping 臨界制動	38
cross-correlation function 相互相関関数	118
cross-correlation matrix 相互相関行列	122
cross-covariance function 相互共分散関数	118
cross-power spectrum クロスパワースペクトラム	128
cut-off angle frequency 遮断角周波数	43
cut-off normalized angle frequency	

遮断正規化角周波数 101

[D]

damped oscillation 減衰振動 37
 damping factor 制動係数 37
 DC component 直流分 17, 25
 dead time むだ時間 33
 delayed FIR filter 遅延型 FIR フィルタ 96
 delta function デルタ関数 1
 demodulation 復調 51, 143, 144
 detection 検波 51
 DFT : discrete Fourier transform
 離散フーリエ変換 79
 diagonal element 対角要素 126
 diagonalization 対角化 124
 dimension 次元 125
 discrete Fourier transform pair
 離散フーリエ変換対 79
 discrete-time 離散時間 58
 discrete-time Fourier transform pair
 離散時間フーリエ変換対 65
 discrete-time Hilbert transform
 離散時間ヒルベルト変換 70
 DTFT : discrete-time Fourier transform
 離散時間フーリエ変換 64

[E]

eigen value 固有値 124
 eigen vector 固有ベクトル 124
 energy of continuous time signal
 連続時間信号のエネルギー 17
 energy spectrum
 エネルギースペクトラム 7, 65
 ensemble expectation
 アンサンブル期待値 123
 envelop 包絡線 51
 ergodicity エルゴード性 127
 event 事象 114
 ExcelDSP 141
 expectation 期待値 115
 exponential order 指数位数 18

[F]

FFT : fast Fourier transform
 高速フーリエ変換 52, 85
 finite impulse response filter
 FIR フィルタ 95
 FIR filter 145
 first order high-pass filter
 1次高域フィルタ 43
 first-order lag 1次遅れ 56
 first-order low-pass filter
 1次低域フィルタ 56
 FM : frequency modulation 周波数変調 51
 Fourier kernel フーリエ核 3, 4
 Fourier series kernel フーリエ級数核 28
 Fourier series pair フーリエ級数対 23
 Fourier transform pair フーリエ変換対 9
 Fourier transformable フーリエ変換可能 7
 free system 自由システム 39
 frequency 周波数 6
 frequency analysis 周波数解析 143
 frequency domain 周波数領域 6
 frequency response 周波数特性 41
 frequency transfer function
 周波数伝達関数 41, 93
 FS : Fourier series expansion
 フーリエ級数展開 23
 fundamental frequency component
 基本波成分 25

[G]

Gaussian probability density function
 ガウス分布確率密度関数 4
 Gibbs's phenomenon ギブスの現象 99

[H]

half width 半値幅 49
 Hamming window ハミング窓 52, 84
 Hanning window ハニング窓 84
 Hermitian form エルミート形式 123
 Hermitian matrix エルミート行列 123
 Hilbert transform ヒルベルト変換 16
 HPF : high pass filter 高域フィルタ 43

[I]

IIR : infinite impulse response filter	
IIR フィルタ	105
IIR resonator IIR 共振器	110
IIRresonator	148
impulse インパルス	1
impulse response インパルス応答	31
independent 独立	118
inner product 内積	63
inside unit circle 単位円内	90
inverse bilateral Laplace transform	
両側ラプラス逆変換	21
inverse discrete Fourier transform	
離散フーリエ逆変換	79
inverse discrete-time Fourier transform	
離散時間フーリエ逆変換	65
inverse Fourier transform フーリエ逆変換	6
inverse Fourier transformable	
フーリエ逆変換可能	7
inverse Laplace transform	
ラプラス逆変換	18
inverse Z-transform Z 逆変換	73

[J]

joint probability density function	
結合確率密度関数	117
jointly wide sense stationary	
結合広義定常性	119
J. W. Cooley クーリー	78

[L]

lagged derivative 不完全微分	34
Laplace transform pair ラプラス変換対	19
Laplace transformable ラプラス変換可能	18
left-half plane 左半平面	34
line spectra 線スペクトラム	8
linear 線形	30
linear difference equation	
線形差分方程式	89
linear differential equation	
線形常微分方程式	33
linear phase 直線位相	100

logarithmic scale 対数軸	7
lower sideband 下側の側波帯	53
lower triangular matrix 下三角行列	126
LPF : low pass filter 低域フィルタ	45, 101
LT : Laplace transform ラプラス変換	18
LTI : linear time-invariant	
LTI 線形時不変	31, 88
LTI system 線形時不変システム	31, 88

[M]

magnitude 大きさ	7
magnitude response ゲイン特性	42
main lobe メインローブ	85
matched filter マッチドフィルタ	132
mean 平均	115
mean function 平均値関数	118
minimal phase shift	
最小位相推移	35, 41, 90, 93
minimum variance estimate	
最小分散推定値	127
mode モード	39
modulation 変調	51, 143
modulo 剰余	79
multi-lobes 多峰	84

[N]

n -th moment about the origin	
第 n 次原点まわりのモーメント	115
n -th order moment 第 n 次モーメント	13
N -th order system N 次システム	33
N. Wiener ウィーナー	132
noise vector 雑音ベクトル	133
non-causal 非因果型	96
non-causal function 非因果関数	18
non-causal sequence 非因果数列	72
non-causal signal vector	
非因果型信号ベクトル	136
normalized angle frequency	
正規化角周波数	62
normalized autocorrelation function	
正規化自己相関関数	121
normalized cross-correlation function	
正規化相互相関関数	121

- normalized sinc function
規格化された sinc 関数 3
- Nyquist frequency ナイキスト周波数 58
- [O]**
- order of FIR filter FIR フィルタの次数 96
- order of pulse-transfer function
パルス伝達関数の次数 89
- order of transfer function
伝達関数の次数 33
- orthogonal 直交 119
- orthogonal matrix 直交行列 124
- orthogonal projection 直交射影 98
- orthonormal system 正規直交系 63
- over damping 過制動 38
- [P]**
- parallel resonance 並列共振 48
- Parseval's identity
パーセバルの等式 17, 27, 71
- partial fraction expansion 部分分数展開 35
- pass band 通過帯域 101
- period 周期 22
- periodic function 周期関数 22
- phase 位相 7
- phase distortion 位相ひずみ 100
- phase response 位相特性 42
- physically realizable 物理的実現可能 18
- physically realizable 物理的に実現可能 31
- PM : phase modulation 位相変調 51
- pole 極 34
- positive definite matrix 正定行列 123
- power パワー 27
- power spectrum パワースペクトラム 128
- pre-whitening filter 白色化フィルタ 134
- prime period 基本周期 22
- probability 確率 114
- probability density function
確率密度関数 115
- probability distribution function
確率分布関数 115
- proper プロパー 33
- pulse transfer function
パルス伝達関数 89, 94
- [Q]**
- quadratic form 2次形式 123
- [R]**
- random sequence, stochastic process
確率過程 117
- random sequence vector
確率過程ベクトル 122
- random variable 確率変数 114
- ratio polynomial 有理多項式 33
- Rayleigh quotient レイリー商 124
- real symmetric matrix 実対称行列 123
- realized value 実現値 114
- received signal vector
受信信号ベクトル 133
- rectangular pulse 方形パルス 29
- rectangular spectra 方形スペクトラム 10
- region of convergence 収束範囲 18
- region of convergence 収束領域 72
- regular matrix 正則行列 127
- resonant angle frequency 共振角周波数 49
- ripple 脈動 99
- [S]**
- s-domain s領域 18
- saide-lobes サイドローブ 85
- sample sequence 見本過程 117
- sampling 標本化 58
- sampling frequency 標本化周波数 58
- sampling interval 標本化間隔 58
- sampling theorem 標本化定理 59
- second harmonics 第2次高調波成分 25
- second-order filter 2次フィルタ 37, 42
- second-order lag 2次遅れ 37
- shaping filter 成形フィルタ 130
- signal to noise ratio at destination
目的点信号対雑音比 132
- signal vector 信号ベクトル 95, 133
- signal-to-noise ratio at received
受信点信号対雑音比 133
- similarity transformation 相似変換 124

sinc function sinc 関数 3
 Singer 150
 SISO : single-input / single-output system
 1 入力 1 出力システム 30
 spectral resolution スペクトラル分解 124
 spectrum スペクトラム 7
 square-integrable 二乗可積分 63
 SSB-SC : single sideband with suppressed
 carrier 抑圧搬送波単側波帯振幅変調 54
 stable pole 安定な極 35
 statistical signal processing
 統計的信号処理 126
 statistics 統計量 126
 steady gain 定常ゲイン 37, 56
 steady state sinusoid 定常正弦波 8
 stop band 阻止帯域 101
 strictly proper 厳密にプロパー 33
 symmetric coefficient 対称係数 100

[T]

third harmonics 第 3 次高調波成分 25
 time constant 時定数 56
 time domain 時間領域 6, 18, 72
 time invariant 時不変 31
 time-of-flight 伝搬時間 134
 Toeplitz form テプリッツ形式 122
 transfer function 伝達関数 32, 34, 37
 transmission 伝送 51
 trial 試行 114
 trigonometric series 三角級数 25

[U]

uncorrelated 無相関 119

uni-lateral Z-transform 片側 Z 変換 77
 uni-lateral Z-transform pair
 片側 Z 変換対 77
 unit pulse 単位パルス 63
 unit pulse response 単位パルス応答 87
 unit step function 単位ステップ関数 12
 unitary matrix ユニタリ行列 124
 upper sideband 上側の側波帯 53

[V]

variance 分散 115

[W]

white noise 白色雑音 129
 white spectra 白色スペクトラム 8
 WienerFilter 151
 Wiener filter ウィーナーフィルタ 135
 Wiener-Khinchine theorem
 ウィーナー・ヒンチンの定理 128
 window function 窓関数 84
 WSS : wide sense stationary
 広義定常性 119, 127

[Z]

z-domain z 領域 72
 z-plane z 平面 73
 Z-transform Z 変換 72
 Z-transform pair Z 変換対 73
 zero 零点 35, 90

[数字]

0-th order hold 零次ホールド 59

— 著者略歴 —

深山 幸穂 (ふかやま ゆきお)

1978年 広島大学工学部電気工学科卒業

1992年 イリノイ大学シカゴ校大学院電気工学計算機科学科修士課程修了

1999年 九州大学大学院システム情報科学研究科博士後期課程修了
博士 (工学)

現在: 広島工業大学大学院工学系研究科電気電子工学専攻教授

深山 理 (ふかやま おさむ)

2003年 東京大学工学部計数工学科卒業

2005年 東京大学大学院情報理工学系研究科
システム情報学専攻修士課程修了

2008年 東京大学大学院情報理工学系研究科
システム情報学専攻博士課程修了
博士 (情報理工学)

現在: 東京大学大学院情報理工学系研究科
システム情報学専攻助教

深山 覚 (ふかやま さとる)

2008年 東京大学理学部地球惑星物理学科卒業

2010年 東京大学大学院情報理工学系研究科
システム情報学専攻修士課程修了

2013年 東京大学大学院情報理工学系研究科
システム情報学専攻博士課程修了
博士 (情報理工学)

現在: 独立行政法人産業技術総合研究所
情報技術研究部門研究員

Excel で学ぶ デジタル信号処理の基礎

An Introduction to Digital Signal Processing with Exercises on Excel

© Yukio Fukayama, Osamu Fukayama, Satoru Fukayama 2013

2013年10月18日 初版第1刷発行

★

検印省略

著者 深山 幸穂

深山 理

深山 覚

発行者 株式会社 コロナ社

代表者 牛来真也

印刷所 新日本印刷株式会社

112-0011 東京都文京区千石 4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替 00140-8-14844・電話 (03) 3941-3131 (代)

ホームページ <http://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-00855-5

(新井) (製本: 愛千製本所)

Printed in Japan



本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられております。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めておりません。

落丁・乱丁本はお取替えいたします