

電気回路基礎ノート

工学博士 森 真作 著

コロナ社

まえがき

電気回路理論は、電気電子工学を専攻する学生にとって最も基礎的かつ重要な学科目の一つであることはいうまでもない。近年多くの大学で情報工学に関連する学科がつぎつぎに設置され、そのための電気回路理論の教科書が数多く出版されているが、電気・電子系の学生にとっては内容的に不十分な点があるように思われる。従来、電気・電子系の学生のための電気回路理論の教科書は複数冊で構成されているのが普通であるが、本書は1冊の教科書として簡潔にまとめたものである。

本書の構成を簡潔に示すと、1章では、キルヒホッフの電流則と電圧則について説明し、行列で表す方法を示している。2章では、抵抗とその逆数であるコンダクタンスについて説明し、回路で消費する電力について説明する。3章では、電源として電圧源と電流源が考えられることを説明し、両者がたがいに変換できることを示すと同時に負荷で消費する電力が最大となるための条件を示す。4章では、回路方程式を作る場合に、電圧を変数とする場合と電流を変数とする場合について説明し、場合によっては同じ回路でも変数の数が異なることがあることを示している。5章では、回路理論できわめて重要でかつ有用である重ねの理、テブナン（ノートン）の定理、相反定理を説明し、その有用性を示している。6章では、キャパシタ（コンデンサ）とインダクタ（コイル）の性質について説明し、特に電荷と磁束の連続性について示している。7章では、キャパシタ、インダクタ、抵抗を含む簡単な回路の微分方程式の作り方と、6章に基づいて初期値の決め方および微分方程式の解き方について説明する。8章では、電源が正弦波である場合の定常状態における電流・電圧の計算にきわめて有効なフェーザ法について説明し、インピーダンス（アドミタンス）の概念を用いることにより直流回路とまったく同じようにして電圧・電流

が求められることを示している。9章では、相互インダクタとその等価回路について説明している。10章では、二つの端子対間の電圧・電流の関係を示すインピーダンス行列、アドミタンス行列、伝送行列について説明する。11章では、電力関係でよく用いられる三相交流回路について説明し、 Δ -Y変換、Y- Δ 交換について説明する。12章は、正弦波でないひずみ波交流回路について説明し、ひずみ波のフーリエ級数表示、消費電力について説明する。13章では、分布定数回路とは何かについて説明するとともに、特性インピーダンス、信号の伝搬速度、反射など基本概念について簡単に説明する。

本書を執筆するにあたっては日本工業大学の堀田教授、谷本教授、高瀬講師をはじめ多数の教員の皆様方、また三郷工業技術高等学校の下田氏にお世話になった。

最後に、出版にあたり大変お世話になったコロナ社各位に感謝する次第である。

2006年9月

森 真作

目 次

1 キルヒホッフの法則

1.1 キルヒホッフの電流則	1
1.2 キルヒホッフの電圧則	4
演習問題	6

2 抵抗・コンダクタンス

2.1 抵抗・コンダクタンスとは	8
2.2 抵抗・コンダクタンスで消費する電力	9
2.3 抵抗・コンダクタンスの接続	13
2.3.1 抵抗・コンダクタンスの直列接続	13
2.3.2 抵抗・コンダクタンスの並列接続	14
演習問題	15

3 電 源

3.1 電 圧 源	17
3.2 電 流 源	18
3.3 電源の決め方	19
3.4 電源の変換	20
3.5 電源の接続	21

3.6 電源の最大供給電力	24
演習問題	26

4 回路方程式

4.1 グラフ理論の基本的概念	27
4.2 節点方程式	29
4.3 網路方程式	31
4.4 閉路方程式	33
演習問題	34

5 回路における諸定理

5.1 重ねの理	36
5.2 テブナンの定理とノートンの定理	38
5.3 相反定理	42
演習問題	45

6 キャパシタとインダクタ

6.1 キャパシタ	47
6.1.1 キャパシタの性質	47
6.1.2 キャパシタに蓄えられるエネルギー	51
6.1.3 キャパシタの接続	52
6.2 インダクタ	53
6.2.1 インダクタの性質	53
6.2.2 インダクタに蓄えられるエネルギー	55
6.2.3 インダクタの接続	56

演習問題	57
------------	----

7 基本回路の性質

7.1 1階微分方程式で表される回路	60
7.1.1 RC回路	60
7.1.2 RL回路の性質	69
7.2 RLC回路の性質	70
演習問題	79

8 正弦波定常状態の解析

8.1 インピーダンスとアドミタンス	82
8.2 正弦波定常状態における電力	90
8.3 交流電圧・電流の実効値	92
8.4 ベクトル軌跡	96
8.5 共振回路	98
演習問題	102

9 相互インダクタ

9.1 相互インダクタとは	104
9.2 相互インダクタを含む回路	105
演習問題	111

10 2端子対回路

10.1 2端子対回路	112
-------------------	-----

10.2	2端子対回路のパラメータの意味	116
10.2.1	Zパラメータの意味	116
10.2.2	Yパラメータの意味	118
10.2.3	伝送パラメータ	120
10.3	2端子対回路の等価	123
10.4	2端子対回路の接続	127
10.4.1	縦続接続	127
10.4.2	並列接続	129
10.4.3	直列接続	131
	演習問題	133

11 三相交流

11.1	対称三相交流	135
11.2	三相電源の結合方式	137
11.3	三相回路の負荷	138
11.3.1	Y形電源とY形負荷	139
11.3.2	Δ 形電源と Δ 形負荷	140
11.4	対称三相負荷で消費する電力	141
11.5	不平衡負荷の Δ -Y変換とY- Δ 変換	145
11.6	送電効率	148
	演習問題	149

12 ひずみ波交流

12.1	フーリエ級数	152
12.2	偶関数と奇関数	156
12.3	フーリエ級数の複素表示	159
12.4	フーリエ級数の回路解析への応用	160

12.5 ひずみ波電圧・電流の電力と実効値	161
演習問題	165

13 分布定数回路

13.1 分布定数回路の基礎方程式	166
13.2 波動方程式と解	168
13.3 半無限長線路	170
13.4 反射のある無損失線路	172
13.5 損失のある分布定数線路	174
13.6 分布定数回路の正弦波定常応答	176
13.7 分布定数線路の共振	180
演習問題	183
演習問題解答	184
索引	207

1

キルヒホッフの法則

本章は電気回路において、最も基本的でかつ重要な法則であるキルヒホッフの法則について説明している。この法則は、電流に関するものと電圧に関するものの二つがある。

1.1 キルヒホッフの電流則

図 1.1 に示す回路において、回路素子をすべて線分で表すと図 1.2 の図形が得られる。これを回路のグラフ (graph) と呼ぶ。また回路素子に対応する線分 b_1, b_2, \dots, b_6 を枝 (branch) と呼び、枝がたがいに接続されている点 n_1, n_2, n_3, n_4 を節点 (node) と呼ぶ。また、ある節点から出発し、いくつかの枝を経て再び元の節点に戻るような路、例えば $n_1 \sim n_2 \sim n_4 \sim n_1$ のような路を閉路 (loop) という。

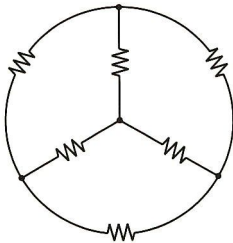


図 1.1

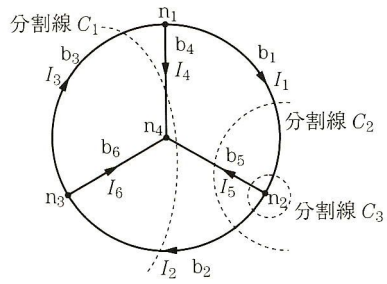


図 1.2

キルヒホッフの電流則

ある任意の節点から流出する電流の代数和は、あらゆる瞬間において零である。

図 1.2 に示す回路の枝 b_1, b_2, \dots, b_6 の枝電流を I_1, I_2, \dots, I_6 とし、各節点について電流則を式で表すと

$$n_1: I_1 - I_3 + I_4 = 0$$

$$n_2: -I_1 + I_2 + I_5 = 0$$

$$n_3: I_3 - I_2 + I_6 = 0$$

$$n_4: -I_4 - I_5 - I_6 = 0$$

となる。ここで n_1, n_2, n_3 に関する式の和をとってみると

$$I_4 + I_5 + I_6 = -(-I_4 - I_5 - I_6) = 0$$

となる。これは、 n_4 の式は n_1, n_2, n_3 の式から導かれることになる。このことは四つの式のうち一つが不要であることを意味している。以上のことを行列で表すと

$$\begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{0} \end{matrix}$$

\mathbf{A} を接続行列 (incidence matrix) と呼び、枝の接続の状態を表している。以上は節点 n_1, n_2, n_3 に関する式であるが、四つの節点のうち、いずれか一つの式を削除してもよい。キルヒホッフの電流則は、ある節点に流入する電荷はこの節点に蓄積されないこと、すなわち電荷の保存則を表しているとも考えることができる。

つぎに図 1.2 の破線で示すようにグラフを二つに分割してみる。例えば分割

線 C_1 で切られる枝 b_3, b_4, b_5, b_2 の集まりを**カットセット** (cut set) と呼ぶ。もちろん分割の方法により、カットセットの枝は異なってくるが、キルヒホッフの電流則と同じように分割された部分のどちらにも電荷は蓄積されることはない。

カットセットに含まれる各枝に流れる電流の代数和は、あらゆる瞬間において零である。

分割線 C_1 の左の部分から右の部分に流れる電流を正にとると

$$I_3 - I_4 - I_5 - I_2 = 0$$

となり、さらに分割線 C_2 に関しては

$$-I_1 + I_2 + I_5 = 0$$

となる。これは節点 n_2 に関する電流則と同じものになる。これは n_2 に関する電流則にほかならない。

以上のことから、節点に関する電流則はカットセットに関する電流則に含まれることになる。

例題 1.1 図 1.3 に示される回路において

- (1) 節点 n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 に関する電流則の式を行列で表せ。
- (2) 分割線 C_1, C_2 によるカットセットに関する電流則の式を示せ。ただし、カットセット電流は C_1, C_2 の左側から右側に流れる電流を正とする。

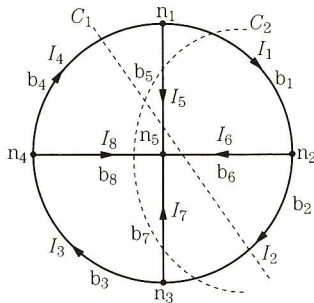


図 1.3

【解答】

(1) 各節点から流出する電流を正にとると

$$\begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 \\ n_1 & \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{array} \right] & \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{matrix} & = & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

となる。この場合も n_1, n_2, n_3, n_4 に関する式の総和をとると n_5 に関する式となる。

(2) 定義に従って

$$C_1: I_4 - I_5 - I_6 - I_2 = 0$$

$$C_2: I_1 + I_5 + I_8 + I_7 - I_2 = 0$$

となる。



1.2 キルヒホッフの電圧則

図 1.4 に示す回路の枝 b_1, \dots, b_6 の枝電圧を V_1, V_2, \dots, V_6 とすると、閉路 l_1, l_2, l_3, l_4 に沿った電圧の方程式は

$$l_1: V_1 + V_5 - V_4 = 0$$

$$l_2: V_2 + V_6 - V_5 = 0$$

$$l_3: V_3 + V_4 - V_6 = 0$$

$$l_4: V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

となるが、この場合にも l_1, l_2, l_3 に関する式の総和は l_4 に関する式と同じになり、 l_4 に関する式は不要となる。これらの式を行列の形で表すと

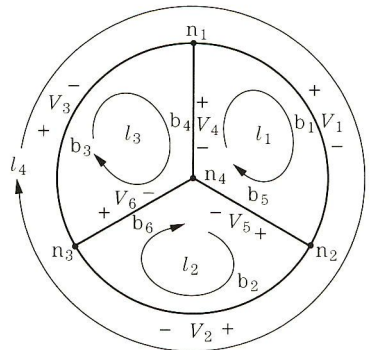


図 1.4

$$\begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ l_1 \left[\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{matrix} \right] & \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{matrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{0}
 \end{matrix}$$

\mathbf{B} を閉路行列 (loop matrix) という。

—— キルヒホッフの電圧則 ——

任意の一つの閉路についてその向きを考えた場合、閉路に沿って一巡するとき各枝の電圧の代数和は任意の瞬間において零である。

この法則は単位電荷をある節点から出発して閉路に沿って元の節点まで動かしたときになす仕事が零であることを意味し、エネルギーの保存則を表しているとも考えられる。

例題 1.2

- (1) 図 1.5 で示されるように閉路をとった場合の閉路行列 \mathbf{B} を求めよ。
- (2) 図 1.6 で示されるように閉路をとった場合の閉路行列 \mathbf{B} を求めよ。

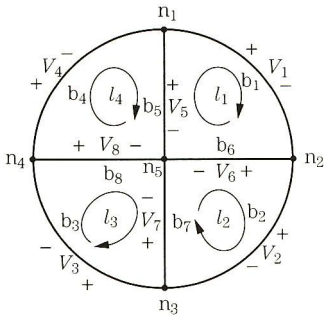


図 1.5

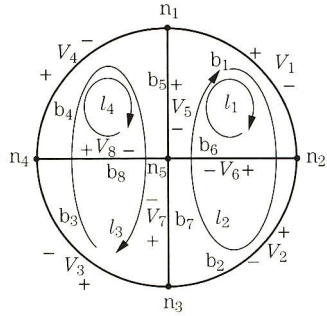


図 1.6

索引

【あ】	【く】	単位ステップ関数 50
アドミタンス 86	偶関数 156	【ち】
アドミタンス行列 115	グラフ 1	中性点 137
【い】	【け】	【て】
インピーダンス 85	結合係数 105	抵抗 8
インピーダンス行列 113	【こ】	定常解 62
インピーダンスマッチング 172	コンダクタンス 8,86	テブナン ——の定理 39
【え】	【さ】	電圧降下 9,48
枝 1	サセプタンス 86	電信方程式 167
【お】	【し】	伝送行列 116
オームの法則 9	自己インダクタンス 54	伝送パラメータ 116
【か】	実効値 93	【と】
解 60	縦続行列 116	等価 107,123
回路の良さ 99	瞬時電力 9	特解 62
重ねの理 37	進行波 169	特性インピーダンス 171
カットセット 3	【せ】	特性根 61,71
過渡解 62	接続行列 2	特性方程式 61,71
【き】	節点 1	特別積分 62
木 27	Zパラメータ 113	【に】
奇関数 156	狭い意味の相反定理 44	2階微分方程式 71
基本行列 116	線間電圧 137	2端子対回路 113
キャパシタ 47	【そ】	【の】
共振角周波数 98	相互インダクタ 104	ノートンの定理 42
共振曲線 98	双対 33	【は】
共振現象 98,181	【た】	波動方程式 168
キルヒホッフの電圧則 5	ダランベールの解 169	反共振現象 181
キルヒホッフの電流則 2	単位インパルス関数 50	反射波 169
		半値幅 100

		閉路方程式	33	余関数	62
		ベクトル軌跡	96		
		ヘルムホルツ	38	【り】	
【ひ】				リアクタンス	86
微分方程式	60			力率	91
広い意味の相反定理	42	【ほ】		リンク	27
		補関数	62		
【ふ】		補木	27	【れ】	
ファラド	47			レジスタンス	86
フーリエ級数展開	152	【む】			
フーリエ級数表示	155	無ひずみ条件	175	【わ】	
フェーザ法	86			Y形結線	137
		【も】		Y電圧	137
【へ】		網路	31	Yパラメータ	115
平均電力	10				
平面グラフ	31	【よ】			
閉路	1	容量	47		
閉路行列	5				

— 著者略歴 —

1957年 慶應義塾大学工学部電気工学科卒業
1962年 慶應義塾大学大学院博士課程修了（電気工学専攻）
1966年 工学博士（慶應義塾大学）
1969年 慶應義塾大学助教授
1976年 慶應義塾大学教授
1997年 慶應義塾大学名誉教授
1997年 日本工業大学教授
2002年 日本工業大学客員教授
2005年 退職

電気回路基礎ノート
Basic Electrical Circuits

© Shinsaku Mori 2006

2006年11月2日 初版第1刷発行
2020年3月5日 初版第5刷発行

検印省略

著者 ^{もり} 森 ^{しん さく} 真 作
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来真也
印刷所 壮光舎印刷株式会社
製本所 株式会社 グリーン

112-0011 東京都文京区千石4-46-10
発行所 株式会社 コロナ社
CORONA PUBLISHING CO., LTD.
Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)
ホームページ <https://www.coronasha.co.jp>

ISBN 978-4-339-00786-2 C3054 Printed in Japan

(高橋)



JCOPY <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, e-mail: info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製・転載は著作権法上での例外を除き禁じられています。購入者以外の第三者による本書の電子データ化及び電子書籍化は、いかなる場合も認めていません。落丁・乱丁はお取替えいたします。