

は し が き

現代の科学・技術の発展のかなりが、コンピュータ技術およびその利用技術の発展と一体となって進んでいることに思い及べば、科学を学び、技術に携わる学生諸君にとっては、「数値解析」がもはや最も基礎的な必修科目になっていることに疑問をいだく人はいないであろう。本書は、そのような意味で大阪大学基礎工学部の4年次の機械・制御・情報・生物工学等の学科のカリキュラムに組み込まれた「数値解析」を、著者が数年来講義してきた講義録に基づいて書き下ろしたものである。講義では、数値解析の数学的教義を教えることよりも、自然科学や工学の問題をコンピュータで数値解析するための基本的技法を体系的に教えることに重点をおいた。書物にする際には、個々の数値技法を【算法】の形式でまとめるとともに、算法の有効性やその導出の基礎となる性質を【定理】の形式でまとめ、基本的なものには証明を与えた。ただし、いたずらに技法を羅列することは避け、互いに関連する算法はそれらが導かれる統一的な原理のもとに位置づけ、配列し、思想の一貫性にも注意を払った。たとえば、「繰返し法」のいろいろな技法は縮小写像の中で位置づけた。

本書で記述した技法のほとんどは、ぜい肉を取り、鍛えぬかれた、そしてある意味で評価の定まったアルゴリズムであり、有用性ばかりでなく、その中に形式美すら見てとることができるものである。科学・技術を志す学生諸君には、できあいのプログラムルーチンを単に利用するだけでなく、本質を理解した【算法】をみずからプログラムに組むことによって、計算機利用の技術を自分のものにするよう努力されることを望む。

著者は大学卒業後すぐにコンピュータの開発に従事したが、当時(昭和34～36年ごろ)、数値解析の適切な邦書が少なく、プログラム開発は手さぐりの有様であった。その後、他の分野に転じたが、最近になってデジタル信号処理

のアルゴリズムに興味をもつうち、数値解析に邂逅することとなり、この間の発展に瞠目している。勿論、いくつかの立派な入門書、専門書も発行されているが、その中に混じってあえて本書を刊行するのは、工学の側から生まれ、育まれた数値技法（たとえば、FFT, Levinson のアルゴリズム、擬似乱数、モンテカルロ法、有限要素法）を紹介し、従来の数値解析の体系との関連を明らかにすることの意義を見出したがためである。たとえば、本書の第6章はそのためだけに設けたものである。なお、後編は、数値微分、数値積分、微分方程式と偏微分方程式の解法、有限要素法、技術計算の方法(2)、(3)に言及する予定である。

この本を書くことになったきっかけは、現筑波大学吉沢能政教授から「数値解析」の講義を引き継いだときまでさかのぼる。そのとき、有益な意見を賜わった吉沢教授、原稿作成の際いろいろと議論していただいた大阪大学門田良実助教授、そして、本書の刊行に際してお世話下さったコロナ社中俣寛氏、山口陽氏に感謝する次第である。

昭和56年3月

著 者

目 次



基礎事項

1.1 浮動小数点法	1
1.1.1 浮動小数点表示	1
1.1.2 四則演算の誤差	2
1.1.3 倍長精度の方法	3
1.2 ベクトルと行列	4
1.2.1 ベクトルのノルム	4
1.2.2 行列のノルム	6
1.2.3 収束行列	12
1.2.4 正定値行列	14
1.3 解析学の基礎事項	15
1.3.1 平均値の定理, テイラーの定理	15
1.3.2 逆写像定理と陰関数定理	16
1.3.3 距離空間	17
1.3.4 縮小写像と不動点定理	19
演習問題	21



線形方程式の解法と逆行列

2.1 Gauss の消去法	23
2.1.1 Gauss 消去法の算法	23
2.1.2 Gauss 消去法の演算数	27
2.1.3 Gauss-Jordan の消去法 (掃出し法)	29
2.2 直接分解法	30
2.2.1 LU 分解法	30

2.2.2	Cholesky 分解	33
2.2.3	三重対角行列 (Jacobi 行列) の LU 分解	34
2.2.4	縁 取 り 法	37
2.3	繰 返 し 法	40
2.3.1	繰返し法の原理	40
2.3.2	Jacobi の 方法	42
2.3.3	Gauss-Seidel 法	43
2.3.4	繰返し法の加速化	46
2.4	誤 差 評 価	49
2.4.1	誤差の事前評価	49
2.4.2	誤差の後驗評価	51
2.4.3	残差修正法	53
	演 習 問 題	54



非線形方程式の解法

3.1	繰 返 し 法	56
3.1.1	繰返し法の原理	56
3.1.2	高次の繰返し法	59
3.1.3	弓 弦 法	60
3.1.4	ニュートン法	61
3.1.5	1 次逆補間法	63
3.1.6	Aitken の A^2 -法と Steffensen 法	69
3.2	非線形連立方程式の解法	71
3.2.1	繰 返 し 法	71
3.2.2	ニュートン法	74
3.3	代数方程式の解法	78
3.3.1	多項式とその微係数の計算法	78
3.3.2	スツルム列と二分法	79
3.3.3	Bairstow 法	82
3.3.4	複素変数に対するニュートン法	84
3.3.5	ベルヌーイ法	85
3.3.6	Lehmer の方法	86

3.4 誤差解析	90
3.4.1 繰返し法の誤差伝搬	90
3.4.2 代数方程式の根の相対誤差	91
演習問題	92

4

固有値と固有ベクトル

4.1 べき乗法	94
4.1.1 べき乗法の原理	94
4.1.2 べき乗法の拡張	96
4.1.3 べき乗法の加速化	98
4.1.4 中間固有値と中間固有ベクトル	99
4.2 行列変換法 (対称行列)	102
4.2.1 ヤコビの方法	102
4.2.2 Givensの方法	106
4.2.3 Householderの方法	110
4.3 行列変換法 (非対称行列)	113
4.3.1 Hessenberg 行列の固有多項式	113
4.3.2 LR 算法と QR 算法	115
4.3.3 Lanczosの方法	118
4.3.4 Danilevskyの方法	120
4.4 事前推定と事後誤差解析	122
4.4.1 Gerschgorinの定理	122
4.4.2 事前誤差解析	124
4.4.3 事後誤差解析	125
演習問題	129

5

関数近似と補間法

5.1 ワイヤストラスの多項式近似定理	131
5.1.1 ベルンスタイン多項式	131
5.1.2 ワイヤストラスの多項式近似定理	132

5.2 最小二乗近似多項式	135
5.2.1 直交射影の定理	135
5.2.2 グラム-シュミットの直交化法	137
5.2.3 最小二乗近似多項式	138
5.2.4 重みつき最小二乗近似多項式	139
5.3 最良近似多項式	141
5.3.1 ミニマックス近似	141
5.3.2 チェビシェフ多項式	143
5.4 有理関数近似	144
5.4.1 連分数展開	144
5.4.2 パデ近似	145
5.4.3 ミニマックス有理関数近似	146
5.4.4 最良近似有理関数の構成法	147
5.5 補間多項式	149
5.5.1 ラグランジュの補間多項式	149
5.5.2 エルミート補間	152
5.5.3 ニュートンの補間公式	153
5.5.4 スプライン補間	156
演習問題	160



技術計算の方法(1)

6.1 高速フーリエ変換法	161
6.1.1 離散フーリエ変換 (DFT)	161
6.1.2 高速フーリエ変換法 (FFT)	164
6.1.3 コンボリューションの高速計算法	169
6.1.4 相関関数の高速計算法	171
6.2 高速スペクトル推定	172
6.2.1 不規則信号の分散列とスペクトル	172
6.2.2 共分散列の高速推定	174
6.2.3 高速スペクトル推定法	175
6.2.4 多変数スペクトル推定	182
6.3 システム制御の数値解析	185

6.3.1	線形ダイナミカルシステム	185
6.3.2	離散時間線形システム	189
6.3.3	可制御標準形の計算	189
6.3.4	リヤプノフ方程式の高速解法	191
6.3.5	特異値分解, 対称 Toeplitz 行列の高速分解	195
6.3.6	スペクトル分解	198
6.4	擬似乱数の発生法	200
6.4.1	合 同 法	200
6.4.2	m 系列を用いる方法	201
6.4.3	正規乱数の発生法	203
	演 習 問 題	204

演習問題解答

参 考 文 献

索 引



基礎事項

本論で必要になる数値解析の基礎事項をまとめておく。デジタル計算機では、数値は有限なけた数の浮動小数点で表示されるのが普通だが、その基礎的な取扱いを述べ、また、ベクトルと行列のノルムの定義とその性質をまとめる。次いで、誤差解析でしばしば用いられる微積分学における平均値の定理やテイラーの定理を述べ、最後に、繰返し計算法の本質が距離空間における縮小写像にあることを述べた後、不動点定理を一般的な形で証明しておく。

1.1 浮動小数点法

1.1.1 浮動小数点表示

計算機内部における数値の表示は2進方式であるが、我々が実際に扱う数値は10進数で表されるのが普通である。したがって、10進数は計算機に入力されるとき2進数に変換され、そのとき、丸めや打ち切りの誤差が生ずる。本書では、基本的には数値を10進法に基づいて表示するが、2進表示でも同様な議論が展開できることに注意しておく。

数の表示には、固定小数点 (fixed-point) と浮動小数点 (floating-point) の二つの方式がある。固定小数点で表される数 x は、普通、

$$-1 < x < 1 \quad (1.1)$$

の範囲に限られる。したがって、固定小数点法で四則演算を行うときは、スケ

ーリング (scaling) につねに注意を払わなければならない。

浮動小数点では、取り扱える数の範囲はずっと広がり、スケーリングの煩わしきは解消される。浮動小数点法では、数値 a を次のように 10 進表示する。

$$a = \pm 10^q (.d_1 d_2 \dots) \quad (1.2)$$

ここに q は整数、 d_1, d_2, \dots は 0 から 9 までの数値をとれるが、特に $d_1 \neq 0$ とする。計算機内部では、有限けた数のために、

$$fl(a) = \pm 10^q (. \delta_1 \delta_2 \dots \delta_t), \quad \delta_1 \neq 0 \quad (1.3)$$

と表されたとする。ここに、 q は a の指数部 (exponent)、 $. \delta_1 \delta_2 \dots \delta_t$ を仮数部 (mantissa) という。

指数部の表示は、一般に、

$$-N_1 \leq q \leq N_2 \quad (1.4)$$

と制限される。計算途中である数 a を表すとき、 $q > N_2$ となればオーバーフロー (overflow)、 $q < -N_1$ となればアンダーフロー (underflow) が起こったという。本書では、特に断らないかぎり、こういうことが起こらないように配慮されていると仮定する。式 (1.2) の数値 a を式 (1.3) で表示するとき、仮数部のけた数 t の有限性から、 $a \neq fl(a)$ となることがある。そのとき、

$$\delta_j = d_j, \quad j = 1, 2, \dots, t \quad (1.5)$$

とする方法を打切り (chopping) といい、10 進数と見て、

$$\delta_1 \delta_2 \dots \delta_t = [d_1 d_2 \dots d_t . d_{t+1} + 0.5]^+ \quad (1.6)$$

とすることを丸める (rounding)、あるいは、四捨五入するという。ここに $[x]^+$ は x の整数部を表す。

1.1.2 四則演算の誤差

打ち切るかあるいは丸めるかして、数 a を t けたの浮動小数点で表示したとき、差

$$e = fl(a) - a \quad (1.7)$$

を打切り誤差、あるいは、丸め誤差という。これらの誤差の限界は次のように与えられる。

【定理 1.1】

$$|\text{fl}(a) - a| \leq 5|a|10^{-t}p \quad (1.8)$$

ここに,

$$\left. \begin{array}{l} p=1: \text{丸めのとき} \\ p=2: \text{打切りのとき} \end{array} \right\} \quad (1.9)$$

【証明】 式 (1.2) と式 (1.3) を比較すれば, 打切りのとき,

$$\begin{aligned} |\text{fl}(a) - a| &= 10^{q-t} (.d_{t+1}d_{t+2}\dots) \\ &= 10^{-t} \frac{(.d_{t+1}d_{t+2}\dots)}{(.d_1d_2\dots)} |a| \end{aligned}$$

となる. ここで, $0.d_1d_2\dots \geq 0.1$ となることに注意すれば, 上の式は

$$|\text{fl}(a) - a| \leq 10^{1-t}|a| = 5|a|10^{-t}p$$

となり, 式 (1.8) が証明された. 丸めのときは,

$$\begin{aligned} |\text{fl}(a) - a| &\leq \frac{1}{2} 10^{q-t} = \frac{1}{2} 10^{q-t} \frac{|a|}{|a|} \\ &\leq 5|a|10^{-t} \leq 5|a|10^{-t}p \end{aligned}$$

となり, 同じく式 (1.8) が証明された.

【証明終】

この結果から, 四則演算に関する打切り誤差あるいは丸め誤差が, 次のように表されることがすぐわかる. ただし, $|\phi| < 10$ あるいは $|\phi| < 5$ である.

【定理 1.2】

$$\text{fl}(a \pm b) = (a \pm b)(1 + \phi 10^{-t}) \quad (1.10a)$$

$$\text{fl}(ab) = ab(1 + \phi 10^{-t}) \quad (1.10b)$$

$$\text{fl}\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}(1 + \phi 10^{-t}) \quad (1.10c)$$

1.1.3 倍長精度の方法

計算機内部における数の表示で, 仮数部を t けたで表すのが標準とされても, 精度の高い計算が要求され, t けたよりもっと長いけた数が必要とするときもある. ある計算機では, 標準の 2 倍のけた数で四則演算を行える命令機構をハードウェアとしてもつが, そうでない計算機では, けた数が $2t$ の四則演算をプログラミングで組み込む必要がある. いずれにしても, 標準のけた数よりも 2 倍のけた数で演算することを **倍長精度の演算** (double-precision arithmetic) という. ある場合には, 3 倍精度の演算を必要とすることがある.

1.2 ベクトルと行列

1.2.1 ベクトルのノルム

本書では、 n 次元ベクトルを縦ベクトル形式で

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

と表す。各座標 x_i がすべて実数のとき、 \mathbf{x} は実ベクトルといい、 $\mathbf{x} \in R^n$ と書く。 \mathbf{x} が複素数から成るときは、複素ベクトルといい、 $\mathbf{x} \in C^n$ と書く。ベクトルのユークリッドノルム (Euclidean norm) を、 $\mathbf{x} \in R^n$ のとき、

$$\|\mathbf{x}\|_2 = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \quad (1.12)$$

$\mathbf{x} \in C^n$ のとき、

$$\|\mathbf{x}\|_2 = (\mathbf{x}^* \mathbf{x})^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2} \quad (1.13)$$

と定義する。ここに、記号 T はベクトルや行列の転置 (transpose) を表し、記号 $*$ は転置と複素共役を同時にとることを表す。すなわち、

$$\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad \mathbf{x}^* = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

であり、 \bar{x} は x の共役複素数を表す。

一般に、 $\mathbf{x} \in R^n$ あるいは $\mathbf{x} \in C^n$ に対して、条件

A₁) $\|\mathbf{x}\| \geq 0$. 等号が成立するのは $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ のときのみである。

A₂) スカラ α に対して、

$$\|\alpha \mathbf{x}\| = |\alpha| \cdot \|\mathbf{x}\| \quad (1.14)$$

A₃) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ (1.15)

を満足する R^n (あるいは C^n) $\rightarrow R^1$ の写像 $\|\mathbf{x}\|$ を \mathbf{x} のノルム (norm) という。ユークリッドノルムは明らかにこの三つの条件を満足している。なお、A₃) を三角不等式という。

本書では、ユークリッドノルムのほか、次のものも用いる。

$$i) \quad \|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad (1.16)$$

$$ii) \quad \|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{i=1, 2, \dots, n} |x_i| \quad (1.17)$$

$$iii) \quad \|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}, \quad \text{ただし, } p \geq 1 \quad (1.18)$$

これらのノルムはすべて、上記の公理系 $A_1) \sim A_3)$ を満足している。逆に、条件 $A_1) \sim A_3)$ を満足するノルム $\|\mathbf{x}\| = N(\mathbf{x})$ があつたとき、それが満足すべきいくつかの性質があるが、その中で基本的なものをまとめておく。

【定理 1.3】 任意のベクトルノルム $\|\mathbf{x}\| = N(\mathbf{x})$ は x_1, x_2, \dots, x_n の連続関数である。

【証明】 \mathbf{x} と $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)^T$ を任意の n 次元ベクトルとすれば、条件 $A_3)$ から

$$N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) \leq N(\mathbf{x}) + N(\boldsymbol{\delta})$$

である。これより

$$N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) - N(\mathbf{x}) \leq N(\boldsymbol{\delta}) \quad (1.19)$$

となる。他方、 $A_2)$ と $A_3)$ から、

$$N(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\delta}) \leq N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) + N(\boldsymbol{\delta})$$

となり、これより

$$N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) - N(\mathbf{x}) \geq -N(\boldsymbol{\delta}) \quad (1.20)$$

となる。式 (1.19) と式 (1.20) を合わせると、

$$|N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) - N(\mathbf{x})| \leq N(\boldsymbol{\delta}) \quad (1.21)$$

となる。ここで、第 k 座標が 1 で他の座標は 0 である単位ベクトルを \mathbf{e}_k で表すと、一般に、

$$\boldsymbol{\delta} = \sum_{k=1}^n \delta_k \mathbf{e}_k$$

と展開できる。したがって、 $A_2)$ と $A_3)$ より

$$\begin{aligned} N(\boldsymbol{\delta}) &\leq \sum_{k=1}^n N(\delta_k \mathbf{e}_k) \leq \sum_{k=1}^n |\delta_k| \cdot N(\mathbf{e}_k) \\ &\leq \max_k |\delta_k| \cdot \sum_{i=1}^n N(\mathbf{e}_i) = M \cdot \|\boldsymbol{\delta}\|_\infty \end{aligned} \quad (1.22)$$

と表される。ここで、

$$M = \sum_{i=1}^n N(\mathbf{e}_i)$$

とおいた。式 (1.21) と式 (1.22) より、任意に与えられた $\varepsilon > 0$ に対し、 $\|\boldsymbol{\delta}\|_\infty \leq \varepsilon/M$ となるようなすべての $\boldsymbol{\delta}$ に対して、

$$|N(\mathbf{x} + \boldsymbol{\delta}) - N(\mathbf{x})| \leq \varepsilon$$

となることが示され、こうして、 $N(\mathbf{x})$ の \mathbf{x} の各成分に関する連続性が証明された。

証明終

【定理 1.4】 二つのベクトルノルム $N(\mathbf{x})$, $N'(\mathbf{x})$ が与えられたとき、すべての $\mathbf{x} \in C^n$ に対して、

$$mN'(\mathbf{x}) \leq N(\mathbf{x}) \leq MN'(\mathbf{x}) \quad (1.23)$$

となるような正定数 m, M が存在する (演習問題 [2] を参照せよ)。

証明 はじめに、任意のノルム $N(\mathbf{x})$ とノルム $N'(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_\infty$ について証明する。 C^n の部分集合

$$S = \{\mathbf{x} : \|\mathbf{x}\|_\infty = 1\}$$

を定義すると、これは C^n の有界閉集合である。定理 1.3 から $N(\mathbf{x})$ は \mathbf{x} の連続関数なので、Weierstrass の定理から、 $N(\mathbf{x})$ は S で最小値と最大値をとる。それらを、

$$N(\mathbf{x}^0) = \min_{\mathbf{x} \in S} N(\mathbf{x}), \quad N(\mathbf{x}') = \max_{\mathbf{x} \in S} N(\mathbf{x})$$

とおく。このとき、すべての $\mathbf{x} \in S$ に対して明らかに、

$$0 < N(\mathbf{x}^0) \leq N(\mathbf{x}) \leq N(\mathbf{x}') < \infty \quad (1.24)$$

である。次に任意のゼロでないベクトル $\mathbf{y} \in C^n$ に対して、 $\|\mathbf{y}\|_\infty^{-1}\mathbf{y} \in S$ となるので、式 (1.24) より、

$$N(\mathbf{x}^0) \leq N(\|\mathbf{y}\|_\infty^{-1}\mathbf{y}) \leq N(\mathbf{x}')$$

となる。これより、

$$N(\mathbf{x}^0)\|\mathbf{y}\|_\infty \leq N(\mathbf{y}) \leq N(\mathbf{x}')\|\mathbf{y}\|_\infty$$

となり、

$$m_0 = N(\mathbf{x}^0), \quad M_0 = N(\mathbf{x}')$$

とおけば、すべての $\mathbf{y} \in C^n$ に対して、

$$m_0\|\mathbf{y}\|_\infty \leq N(\mathbf{y}) \leq M_0\|\mathbf{y}\|_\infty$$

となる。同様に、別のノルム $N'(\mathbf{y})$ と $\|\mathbf{y}\|_\infty$ について、

$$m_1\|\mathbf{y}\|_\infty \leq N'(\mathbf{y}) \leq M_1\|\mathbf{y}\|_\infty$$

がすべての $\mathbf{y} \in C^n$ に対して成立するような m_1, M_1 が存在することが証明できる。こうして、これら二つの関係から、式

$$\left(\frac{m_0}{M_1}\right)N'(\mathbf{y}) \leq N(\mathbf{y}) \leq \left(\frac{M_0}{m_1}\right)N'(\mathbf{y})$$

が成立する。ここで $m = m_0/M_1$, $M = M_0/m_1$ とおけば、式 (1.23) が証明されたことになる。

証明終

1.2.2 行列のノルム

$n \times n$ の正方行列

索引

【A】

Aitken の A^2 -法 70
余り 79
アンダーフロー 2

【B】

Bairstow 法 83
倍長精度 3
バタフライ 166
べき乗法 86, 94
ベルンスタインの多項式 131
ベルヌーイ法 85
分散 173
ブロック三重対角行列 37

【C】

Cauchy 列 19
Cauchy-Riemann の関係式 84
Cayley-Hamilton の定理 187
Cholesky 法 33
Cramer の公式 186

【D】

Danilevsky の方法 121
DIF 法 168
DIT 法 167
第1種のチェビシェフ多項式 140, 143
第2種のチェビシェフ多項式 140
代数方程式 78

【E】

演算回数 27
エルゴード性 174
エルミート 7
エルミート補間 152

【F】

Fadeev の方法 186
FFT 計算法 166
FIR フィルタ 169
Fransis の QR 算法 116
フィボナッチ数列 66

【G】

Gauss-Jordan の消去法 29
Gauss の消去法 24
Gauss-Seidel 法 43
Gerschgorin の定理 123
GFSR 法 202
Givens の方法 107
Golub と Reinsch の方法 196
弦 60
合同法 200
誤差行列 51
グラム-シュミットの直交化法 137
逆線返し法 101
逆離散フーリエ変換 162
逆写像定理 16
逆転2進数 166
行列指数関数 186

【H】

Hessenberg 行列 55, 113
Hölder の不等式 18
Horner の方法 79
Householder の方法 111
掃出し法 29
はさみうち法 64
平均 173
平均値の定理 15, 58
ヒルベルト空間 135
ヒルベルトのセグメント行列 139

非線形連立方程式 74
補間多項式 149
補間点 149
浮動小数点 1
不動点 20, 57
不動点定理 19
不規則信号 173
フーリエ変換 162
縁取り法 39
標本系列 161

【I】

インデックス 144
陰関数 17
陰関数定理 17
インパルス応答 169
1次逆補間法 64
1次の方法 59
一様乱数 200

【J】

Jacobi 行列 34

Jacobi の方法 42

【*K*】

回転行列 102
完 備 19, 135
可制御標準形 191
加 速 法 47, 98
加速係数 47
仮 数 部 2
計算誤差 90
既 約 201
後驗誤差評価 52
根 78
コンポリューションの高速計算
法 170
コンパニオン行列 86
高速フーリエ変換法 164
固定小数点 1
古典的ヤコビ法 106
組立て除法 79
繰返し法 40, 57
共分散列 173
距 離 17
距離空間 17, 135
弓 弦 法 60

【*L*】

Lehmer の方法 88
Levinson-Durbin の方法 178
LU 分解法 31
LWR 算法 185

【*M*】

Maclaurin 級数 145
Minkowski の不等式 18
m 系列 201
丸め誤差 2
丸める 2
ミニマックス近似 141

【*N*】

内積空間 135
ネステイング法 79
二分割法 82
2 進 数 1
二次形式 14
2 次の繰返し法 59
ノ ル ム 4, 135
ニュートン法 61, 74
ニュートンの補間公式 155

【*O*】

オーバーフロー 2
重みつき最小二乗近似多項式
140

【*P*】

パデ近似 145
パワースペクトラム 174
ピボット 26

【*R*】

Remes の第二算法 147
Rolle の定理 151
Rouché の定理 87
Rutishauser の LR 算法 116
ラグランジュの補間多項式
150
レイリー商 95
連 分 数 144
連分数展開 144
連立1次方程式 23
連続時間線形システム 189
零 点 78
リプル 144
リップシッツ連続 132
リップシッツ定数 58
リップシッツ条件 58
離散フーリエ変換 162
離散時間線形システム 189

リヤプノフの方程式 191
ルジャンドルの多項式 138

【*S*】

Schur の定理 9
Schwarz の不等式 18, 135
Shur の補題 86
Steffensen 法 70
Sylvester の判定法 21
差 分 商 153
最大列ピボット 27
最良近似多項式 141
最良近似有理関数 146
三角不等式 4
三重対角行列 34
最小二乗近似多項式 138
最適加速係数 47
制御入力 185
正 方 行 列 6
正 割 法 64
正規方程式 177
正規乱数 203
正規直交系 136
線形ベクトル空間 135
線形ダイナミカルシステム
185
線形フィルタ 169
正 射 影 136
正 定 値 14
しきいヤコビ法 106
四則演算 3
指 数 部 2
四捨五入 2
下 Hessenberg 行列 113
下三角行列 30
自然ノルム 7
相互相関関数 171
相関関数の高速計算法 172
双 直 交 118
双直交化法 101
数 表 点 149
スケーリング 1
スペクトル分解 198
スペクトル行列 198

スペクトル半径 10
 スプライン補間 156
 スプライン関数 156
 スロープ 60
 スツルム列 79
 周 期 201
 縮小写像 19
 収束行列 12
 収束因子 59
 収束レート 59
 主座小行列 32

【 T 】

Tausmorthe の方法 202
 Toeplitz 行列 197
 多 項 式 78
 多項式近似定理 134
 対 称 7
 対称ブロック Toeplitz 行列 197
 対称 Toeplitz 行列 197
 単位ベクトル 5
 単位行列 9
 テイラーの定理 15
 定 常 173
 展開係数 136
 転 置 4

特異値分解 195
 等リプル多項式 144
 チェビシェフの定理 142, 146
 直交行列 9
 直交化法 100
 直交射影の定理 136

【 U 】

上 Hessenberg 行列 113
 上三角行列 30
 打 切 り 2
 打切り誤差 2

【 V 】

Vandermonde の行列 149

【 W 】

ワイヤストラスの定理 131

【 Y 】

ヤコビアン 16
 ヤコビアン行列 16
 ヤコビの方法 103
 誘導ノルム 7

ユークリッド空間 17
 ユークリッドの互除法 81
 ユークリッドノルム 4, 7
 ユニタリー 9
 有理関数 144

【 Z 】

z-変 換 162
 残差ベクトル 53
 残差行列 51
 残差修正法 54
 自己回帰係数 176
 自己回帰モデル 176
 自己相関関数 171, 173
 実ベクトル 4
 実ヒルベルト空間 135
 事前誤差評価 51
 条 件 数 50
 状 態 185
 乗除算回数 27
 巡回コンポリューション 164
 巡回ヤコビ法 106
 10 進 数 1

— 著者略歴 —

1959年 京都大学理学部卒業
1967年 工学博士(東京大学)
1973年 大阪大学教授
1988年 東京大学教授
1990年 大阪大学名誉教授
1997年 立命館大学教授
現在に至る

数値解析(1)

Numerical Analysis(1)

© Suguru Arimoto 1981

1981年4月30日 初版第1刷発行

1997年10月30日 初版第3刷発行

検印省略

著者 ^{あり}有 ^{もと}本 ^{すぐる}卓
大阪府豊能郡豊能町東
ときわ台3-12-11
発行者 株式会社 コロナ社
代表者 牛来辰巳
印刷所 駕籠町印刷所

112 東京都文京区千石4-46-10

発行所 株式会社 コロナ社

CORONA PUBLISHING CO., LTD.

Tokyo Japan

振替00140-8-14844・電話(03)3941-3131(代)

ISBN 4-339-00124-4

(新日本印刷, 愛千製本所)

Printed in Japan



無断複写・転載を禁ずる

落丁・乱丁本はお取替えいたします