第５章　た わ み

■　基 本 問 題 解 答　■

基本問題 5-2

支点反力：

$$H_{\mathrm{A}}=0,\ R_{\mathrm{A}}=\frac{q\ell}{2},\ R_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell}{2}$$

(基本問題 3-2 参照)

曲げモーメント：

$$M_x=\frac{q\ell}{2}x-\frac{q}{2}x^2$$

(基本問題 4-1 参照)

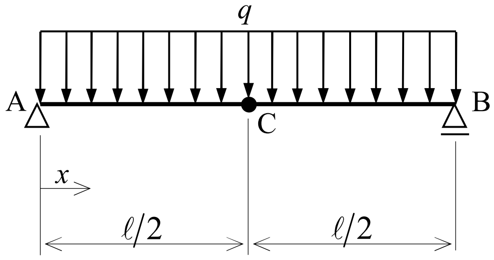


図 5.10　等分布荷重が作用する単純ばり

(1) たわみの微分方程式

たわみの微分方程式は，次式のように得られる。

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{M_x}{EI}=\frac{1}{EI}\left(\frac{q}{2}x^2-\frac{q\ell}{2}x\right)$$

$$\frac{dy}{dx}=\theta=\frac{1}{EI}\left(\frac{q}{6}x^3-\frac{q\ell}{4}x^2\right)\ +\ C_1$$

$$y=\frac{1}{EI}\left(\frac{q}{24}x^4-\frac{q\ell}{12}x^3\right)+C_1x+C_2$$

(C_1，C_2：積分定数)

境界条件は，$x=0$ の時 $y=0$，$x=\ell$ の時，$y=0$ よりつぎのように得られる。

$$C_1=\frac{q\ell^3}{24EI},\quad C_2=0$$

以上より，点 A のたわみ角と点 C(支間中央)のたわみは，それぞれ次式のように求められる。

$$\theta_{\mathrm{A}}=\frac{q\ell^3}{24EI},\quad y_{\mathrm{C}}=\frac{5q\ell^4}{384EI}$$

(2) 弾性荷重法

図 5.11(a)の曲げモーメント図より，図 5.11(b)に示す弾性荷重と共役ばりを考え，まず，弾性荷重の合力 R を求める。

$$R=\int_0^{\ell}\frac{M_x}{EI}dx=\int_0^{\ell}\frac{q\ell}{2EI}x-\frac{q}{2EI}x^2dx$$
$$=\left[\frac{q\ell}{4EI}x^2-\frac{q}{6EI}x^3\right]_0^{\ell}$$
$$=\frac{q\ell^3}{12EI}$$

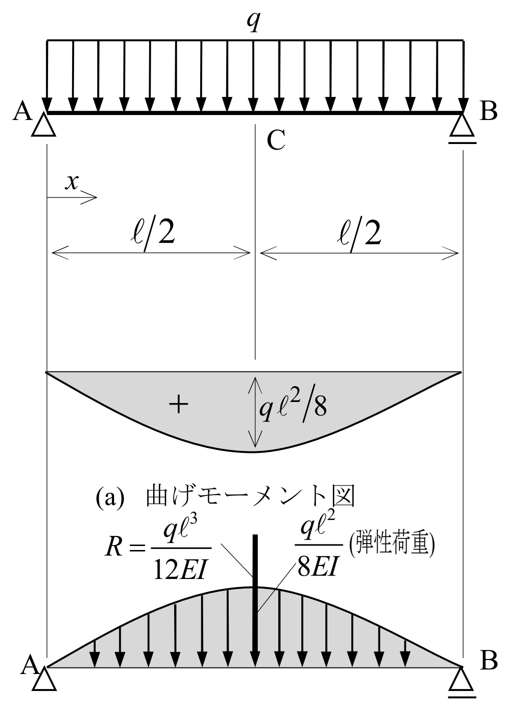


図 5.11　弾性荷重法

つぎに，共役ばりの支点反力を求める。

$$\overline{R}_{\mathrm{A}}=\overline{R}_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell^3}{24EI}$$

点 A のたわみ角は，同点のせん断力を求めることで得られる。

$$\theta_{\mathrm{A}}=\overline{S}_{\mathrm{A}}=\overline{R}_{\mathrm{A}}=\frac{q\ell^3}{24EI}$$

点 C のたわみ y_{C}は，同点の曲げモーメントより求めることができる。

$$y_{\mathrm{C}}=\overline{M}_{\mathrm{C}}=\overline{R}_{\mathrm{A}}\cdot\frac{\ell}{2}-\int_0^{\ell/2}\left(\frac{q\ell}{2EI}x-\frac{q}{2EI}x^2\right)dx\cdot\left(\frac{\ell}{2}-x\right)$$
$$=\frac{q\ell^4}{48EI}-\frac{q}{4EI}\left[\frac{\ell^2}{2}x^2-\ell x^3+\frac{x^4}{2}\right]_0^{\ell/2}=\frac{5q\ell^4}{384EI}$$

(3) 仮想仕事の原理(単位荷重法)

点Cのたわみを求める場合,**図5.12**に示すとおり,点 C に $\overline{P}=1$ を作用させる。

・A－C 間 $(0\leqq x_1\leqq\ell/2)$

$$\overline{M}_{x_1}=\frac{x_1}{2}$$

・B－C 間 $(0\leqq x_2\leqq\ell/2)$

$$\overline{M}_{x_2}=\frac{x_2}{2}$$

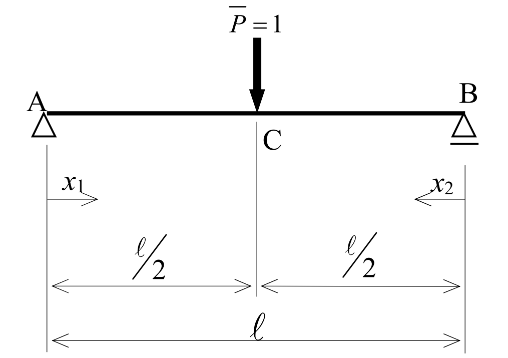


図 5.12　仮想荷重を作用させた単純ばり

曲げモーメントは，点 C に関して左右対称なので，点 C におけるたわみ y_Cは，A-C 間の積分値を 2 倍すればよい。

$$y_C = 2\int \frac{M\overline{M}}{EI}dx = \frac{2}{EI}\int_0^{\ell/2}\left(\frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2\right)\cdot\frac{x}{2}dx$$

$$= \frac{2}{EI}\int_0^{\ell/2}\left(\frac{q\ell}{4}x^2 - \frac{q}{4}x^3\right)dx = \frac{2}{EI}\left[\frac{q\ell}{12}x^3 - \frac{q}{16}x^4\right]_0^{\ell/2} = \frac{5q\ell^4}{384EI}$$

点 A のたわみ角を求める場合，**図 5.13** に示すとおり，点 A に $\overline{M}=1$ を作用させる。

$$\overline{M_x} = 1 - \frac{x}{\ell}$$

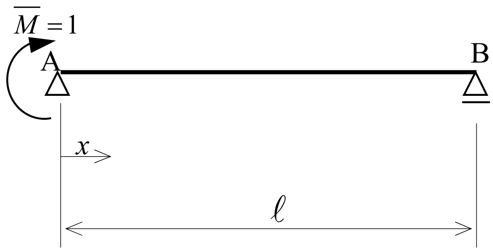


図 5.13 仮想モーメントを作用させた単純ばり

$$\theta_A = \int_0^{\ell}\frac{M\overline{M}}{EI}dx = \frac{1}{EI}\int_0^{\ell}\left(\frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2\right)\left(1-\frac{x}{\ell}\right)dx$$
$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{q\ell}{4}x^2 - \frac{q}{3}x^3 + \frac{q}{8\ell}x^4\right]_0^{\ell}$$
$$= \frac{q\ell^3}{24EI}$$

(4) エネルギー法

点 C のたわみを求める場合，**図 5.14** に示すとおり，点 C に仮想の集中荷重である X を作用させ

$$y_C = \int \frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial X}dx$$

を計算する。その後，$X=0$ とする。

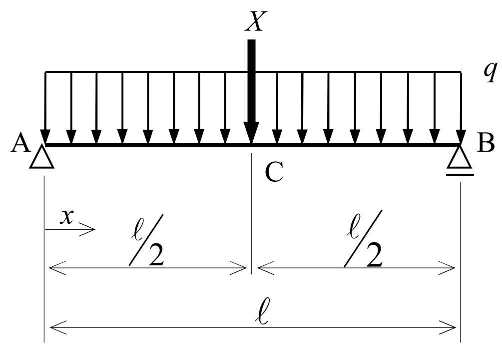


図 5.14 点 C に X を作用させた単純ばり

・A－C 間 $(0 \leqq x \leqq \ell/2)$

$$M_x = \frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2 + \frac{X}{2}x$$

曲げモーメントは，点 C に関して左右対称なので，点 C におけるたわみ y_Cは，A-C 間の積分値を 2 倍すればよい。

$$y_{\mathrm{C}} = 2\int \frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial X}dx$$

$$= \frac{2}{EI}\int_0^{\ell/2}\left(\frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2 + \frac{X}{2}x\right)\left(\frac{x}{2}\right)\ dx = \frac{1}{EI}\int_0^{\ell/2}\left(\frac{q\ell}{2}x^2 - \frac{q}{2}x^3 + \frac{X}{2}x^2\right)dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{q\ell}{6}x^3 - \frac{q}{8}x^4 + \frac{X}{6}x^3\right]_0^{\ell/2} = \frac{5q\ell^4}{384EI} + \frac{X\ell^3}{48EI}$$

X=0 よりつぎのようになる。

$$y_{\mathrm{C}} = \frac{5q\ell^4}{384EI}$$

点 A のたわみを求める場合，**図 5.15** に示すとおり，点 A に仮想の曲げモーメント M_{A} を作用させ

$$\theta_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{A}}}dx$$

を計算する。その後，$M_{\mathrm{A}} = 0$ とする。

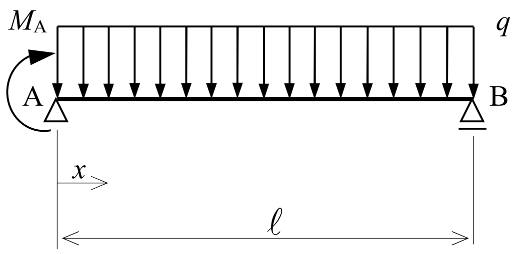


図 5.15　点 A に M_{A} を作用させた単純ばり

・A－B 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$M_x = \frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2 + M_{\mathrm{A}} - \frac{M_{\mathrm{A}}}{\ell}x$$

$$\theta_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{A}}}dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^{\ell}\left(\frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2 + M_{\mathrm{A}} - \frac{M_{\mathrm{A}}}{\ell}x\right)\left(1 - \frac{x}{\ell}\right)dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{q\ell}{4}x^2 - \frac{q}{3}x^3 + M_{\mathrm{A}}x - \frac{M_A}{\ell}x^2 + \frac{qx^4}{8\ell} + \frac{M_{\mathrm{A}}}{3\ell^2}x^3\right]_0^{\ell} = \frac{q\ell^3}{24EI} + \frac{M_{\mathrm{A}}\ell}{3EI}$$

M_{A}=0 よりつぎのようになる。

$$\theta_{\mathrm{A}} = \frac{q\ell^3}{24EI}$$

基本問題 5-4

支点反力：

$$H_{\mathrm{A}}=0,\ R_{\mathrm{A}}=q\ell,\ M_{\mathrm{A}}=-\frac{q\ell^2}{2}$$

(基本問題 3-12 参照)

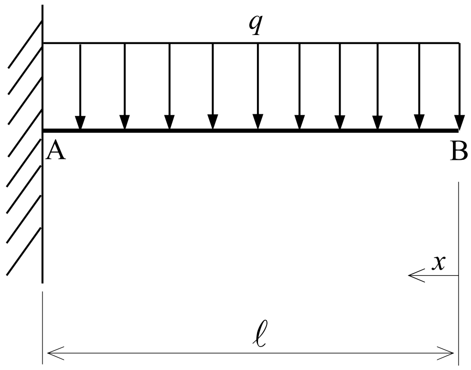


図 5.21　等分布荷重が作用する片持ちばり

曲げモーメント：

B-A 間 $(0\leqq x\leqq \ell)$

$$M_x=-\frac{q}{2}x^2$$

(基本問題 4-11 参照)

(1) たわみの微分方程式

たわみの微分方程式は，次式のように得られる。

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{M_x}{EI}=\frac{q}{2EI}x^2$$

$$\frac{dy}{dx}=\theta=\frac{q}{6EI}x^3+C_1$$

$$y=\frac{q}{24EI}x^4+C_1x+C_2$$

(C_1，C_2：積分定数)

境界条件は，$x=\ell$ の時，$y=0$，$\theta=0$ より

$$C_1=-\frac{q\ell^3}{6EI},\quad C_2=\frac{q\ell^4}{8EI}$$

以上より，点 B のたわみとたわみ角は，以下のとおり求められる。

$$y_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell^4}{8EI},\quad \theta_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell^3}{6EI}$$

(2) 仮想仕事の原理(単位荷重法)

点 B のたわみを求める場合，図 5.22 に示すとおり，点 B に $\overline{P}=1$ を作用させる。

・B－A 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$\overline{M_x} = -x$$

$$y_B = \int \frac{M\overline{M}}{EI}dx = \int_0^{\ell} \frac{M_x \ \overline{M_x}}{EI}dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^{\ell} \frac{q}{2}x^3 dx = \left[\frac{qx^4}{8EI}\right]_0^{\ell} = \frac{q\ell^4}{8EI}$$

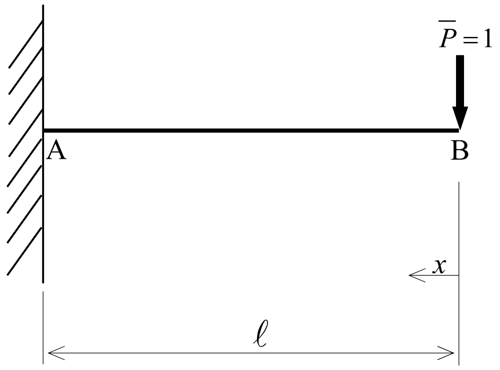


図 5.22　仮想荷重を作用させた片持ばり

点 B のたわみ角を求める場合，**図 5.23** に示すとおり，点 B に $\overline{M} = 1$ を作用させる。

・B－A 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$\overline{M_x} = -1$$

$$\theta_B = \int \frac{M\overline{M}}{EI}dx = \int_0^{\ell} \frac{M_x \ \overline{M_x}}{EI}dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^{\ell} \frac{q}{2}x^2 dx = \left[\frac{qx^3}{6EI}\right]_0^{\ell} = \frac{q\ell^3}{6EI}$$

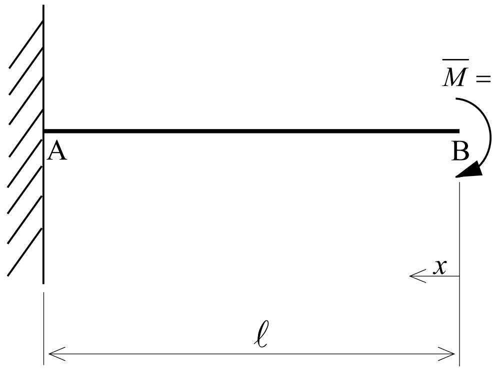


図 5.23　仮想モーメントを作用させた片持ちばり

(3) エネルギー法

点 B のたわみを求める場合，**図 5.24** に示すとおり，点 B に仮想の集中荷重である X を作用させ

$$y_B = \int \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial X} dx$$

を計算する。その後，$X = 0$ とする。

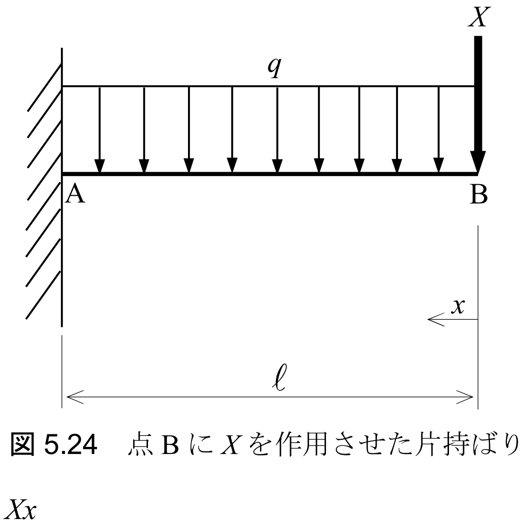


図 5.24　点 B に X を作用させた片持ばり

曲げモーメント：

・B－A 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$M_x = -\frac{q}{2}x^2 - Xx$$

$$y_{\mathrm{B}}=\int\frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial X}dx=\frac{1}{EI}\int_0^{\ell}\left(-\frac{q}{2}x^2-Xx\right)(-x)dx$$

$$=\frac{1}{EI}\left[\frac{q}{8}x^4+\frac{X}{3}x^3\right]_0^{\ell}=\frac{q\ell^4}{8EI}+\frac{X\ell^3}{3EI}$$

X=0 よりつぎのようになる。

$$y_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell^4}{8EI}$$

点 B のたわみ角を求める場合，**図 5.25** に示すとおり，点Bに仮想の曲げモーメントM_{B}を作用させ

$$\theta_{\mathrm{B}}=\int\frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{B}}}dx$$

を計算する。その後，$M_{\mathrm{B}}=0$ とする。

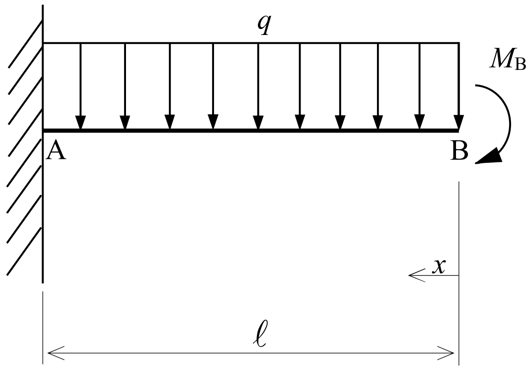


図 5.25　点 B に M_{B} を作用させた片持ちばり

・B－A 間 $(0\leqq x\leqq \ell)$

$$M_x=-\frac{q}{2}x^2-M_{\mathrm{B}}$$

$$y_{\mathrm{B}}=\int\frac{M_x}{EI}\cdot\frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{B}}}dx=\frac{1}{EI}\int_0^{\ell}\left(-\frac{q}{2}x^2-M_{\mathrm{B}}\right)(-1)dx$$

$$=\frac{1}{EI}\left[\frac{q}{6}x^3+M_{\mathrm{B}}x\right]_0^{\ell}=\frac{q\ell^3}{6EI}+\frac{M_{\mathrm{B}}\,\ell}{EI}$$

M_{B}=0 よりつぎのようになる。

$$\theta_{\mathrm{B}}=\frac{q\ell^3}{6EI}$$

■ チャレンジ問題解答 ■

チャレンジ問題 5-1

支点反力：

$$H_B = 0,\ R_B = \frac{q\ell}{2},\ M_B = -\frac{q\ell^2}{6}$$

曲げモーメント：

A－B 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$M_x = -\frac{q}{6\ell}x^3$$

(1) たわみの微分方程式

たわみの微分方程式は，次式のように得られる。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{q}{6EI\ell}x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = \frac{q}{24EI\ell}x^4 + C_1$$

$$y = \frac{q}{120EI\ell}x^5 + C_1 x + C_2$$

(C_1，C_2：積分定数)

境界条件は，$x = \ell$の時，$y = 0$，$\theta = 0$ より

$$C_1 = -\frac{q\ell^3}{24EI},\quad C_2 = \frac{q\ell^4}{30EI}$$

以上より，点 A のたわみとたわみ角は，以下のとおり求められる。

$$y_A = \frac{q\ell^4}{30EI},\ \theta_A = -\frac{q\ell^3}{24\,EI}$$

(2) 仮想仕事の原理(単位荷重法)

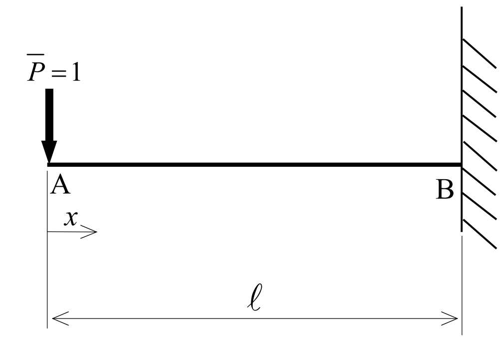
点 A のたわみを求める場合，点 A に，$\overline{P} = 1$ を作用させる。

・A－B 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$\overline{M_x} = -x$$

$$y = \int \frac{M\overline{M}}{EI} dx = \int_0^{\ell} \frac{M_x \overline{M_x}}{EI} dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^{\ell} \frac{q}{6\ell} x^4 dx = \left[\frac{qx^5}{30EI\ell} \right]_0^{\ell} = \frac{q\ell^4}{30EI}$$



解図 W5.1 仮想荷重を作用させた片持ちばり

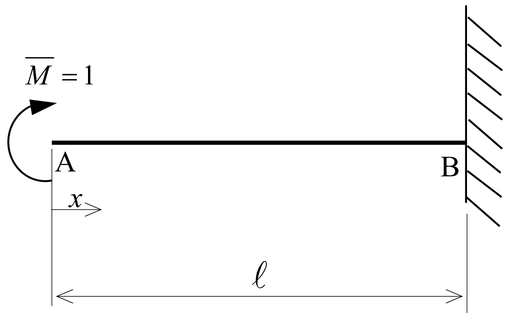
点 A のたわみ角を求める場合，点 A に，$\overline{M} = 1$ を作用させる。

・A-B 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$\overline{M_x} = 1$$

$$\theta_{\mathrm{B}} = \int \frac{M\overline{M}}{EI} dx = \int_0^{\ell} \frac{M_x \overline{M_x}}{EI} dx$$

$$= -\frac{1}{EI}\int_0^{\ell} \frac{q}{6\ell} x^3 dx = -\left[\frac{qx^4}{24EI\ell} \right]_0^{\ell} = -\frac{q\ell^3}{24EI}$$



解図 W5.2 仮想モーメントを作用させた片持ちばり

(3) エネルギー法

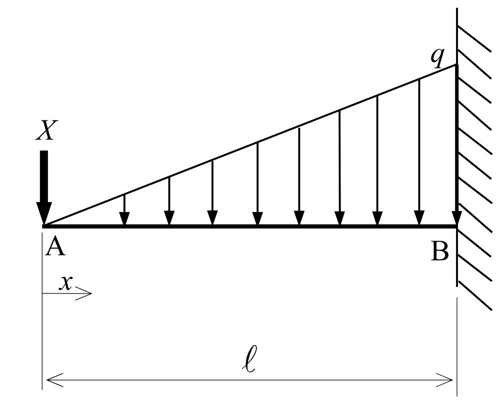
点 A のたわみを求める場合，点 A に仮想の集中荷重 X を作用させ

$$y_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial X} dx$$

を計算する。その後，$X = 0$ とする。

・B－A 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$M_x = -\frac{q}{6\ell} x^3 - Xx$$



解図 W5.3 点 A に X を作用させた片持ちばり

$$y_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial X} dx = \frac{1}{EI}\int_0^{\ell} \left(-\frac{q}{6\ell} x^3 - Xx \right)(-x) dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{q}{30\ell} x^5 + \frac{X}{3} x^3 \right]_0^{\ell} = \frac{q\ell^4}{30EI} + \frac{X\ell^3}{3EI}$$

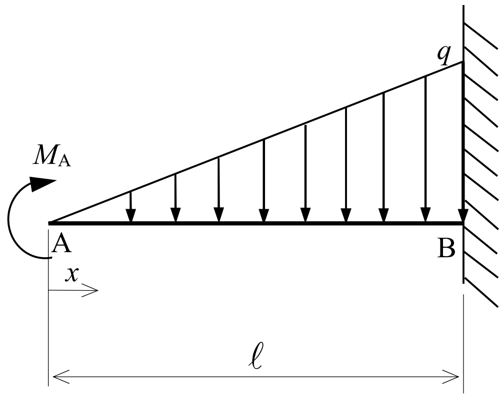
X=0 よりつぎのようになる。

$$y_{\mathrm{A}} = \frac{q\ell^4}{30EI}$$

点 A のたわみ角を求める場合，点 A に仮想の曲げモーメント M_{A} を作用させ，

$$\theta_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{A}}} dx$$

を計算する。その後，$M_{\mathrm{A}} = 0$ とする。



解図 W5.4 点 A に M_{A} を作用させた片持ばり

・B－A 間 $(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$M_x = -\frac{q}{6\ell}x^3 + M_{\mathrm{A}}$$

$$\theta_{\mathrm{A}} = \int \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial M_x}{\partial M_{\mathrm{A}}} dx = \frac{1}{EI}\int_0^{\ell}\left(-\frac{q}{6\ell}x^3 + M_{\mathrm{A}}\right)(1)dx$$

$$= \frac{1}{EI}\left[-\frac{q}{24\ell}x^4 + M_{\mathrm{A}}x\right]_0^{\ell} = -\frac{q\ell^3}{24EI} + \frac{M_{\mathrm{A}}\ell}{EI}$$

M_{A}=0 よりつぎのようになる。

$$\theta_{\mathrm{B}} = -\frac{q\ell^3}{24EI}$$

チャレンジ問題 5-2

支点反力：

$$H_{\mathrm{A}} = 0,\ R_{\mathrm{A}} = P,\ R_{\mathrm{B}} = P$$

(1) 弾性荷重法

解図 W5.5(a)の曲げモーメント図より，解図 W5.5(b)に示す弾性荷重と共役ばりを考え，その支点反力を求める。

$$\overline{R_{\mathrm{A}}} = \overline{R_{\mathrm{B}}} = \frac{Pa\ell}{4EI}$$

以上より，点 A のたわみ角は，同点のせん断力を求めることで得られる。

$$\theta_{\mathrm{A}} = \overline{S_{\mathrm{A}}} = \overline{R_{\mathrm{A}}} = \frac{Pa\ell}{4EI}$$

一方，点 C および点 D のたわみは，同点の曲げモーメントを求めることで得られる。

・点 C のたわみ

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{C}} = \overline{M_{\mathrm{C}}} &= -\frac{Pa^2}{2EI}\cdot\frac{a}{3} + \overline{R_{\mathrm{A}}}\cdot a \\ &= \frac{Pa^2\ell}{4EI} - \frac{Pa^3}{6EI} \end{aligned}$$

・点 D のたわみ

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{D}} = \overline{M_{\mathrm{D}}} &= -\frac{Pa}{4EI}\times\left(\frac{\ell}{2}-a\right)^2 - \frac{Pa^2}{2EI}\left(\frac{\ell}{2}-\frac{2}{3}a\right) + \overline{R_{\mathrm{A}}}\cdot\frac{\ell}{2} \\ &= \frac{Pa\ell^2}{16EI} + \frac{Pa^3}{12EI} \end{aligned}$$

(2) 仮想仕事の原理(単位荷重法)

(点 D のたわみの求め方のみ示す)

実荷重系

・A－C 間 $(0 \leqq x \leqq a)$

$$M_x = Px$$

・C－D 間 $(a \leqq x \leqq \ell/2)$

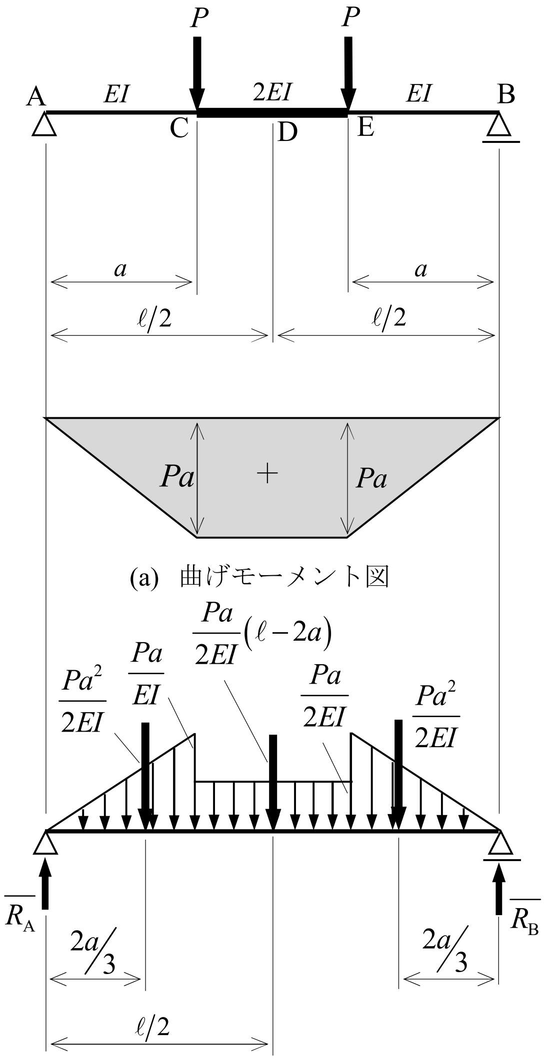
$$M_x = Pa$$

仮想荷重系

・A－D 間 $(0 \leqq x \leqq \ell/2)$

$$\overline{M_x} = \frac{x}{2}$$

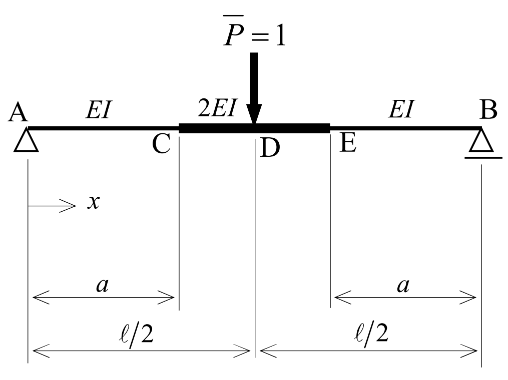
曲げモーメントは, 点 D に関して左右対称なので, 点 D におけるたわみ y_{D} は，A-D 間の積分値を 2 倍すればよい。



(a) 曲げモーメント図

(b) 共役ばり

解図 W5.5　変断面の 2 点に集中荷重が作用する単純ばり



解図 W5.6 点 D に仮想荷重を作用させた単純ばり

$$y_D = \int \frac{M\overline{M}}{EI}dx = 2\int_0^a \frac{M_x \overline{M_x}}{EI}dx + 2\int_a^{\ell/2} \frac{M_x \overline{M_x}}{2EI}$$

$$= \frac{P}{EI}\int_0^a x^2 dx + \frac{Pa}{2EI}\int_a^{\ell/2} x dx = \frac{P}{EI}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a + \frac{Pa}{2EI}\left[\frac{x^2}{2}\right]_a^{\ell/2}$$

$$= \frac{Pa\ell^2}{16EI} + \frac{Pa^3}{12EI}$$

チャレンジ問題 5-3

支点反力：

$$R_A = \frac{q\ell}{2},\ H_B = 0,\ R_C = \frac{q\ell}{2},\ M_C = -\frac{q\ell^2}{6}$$

点 A-C 間のたわみの微分方程式は，**基本問題 5-2** より

$$\frac{d^2 y_1}{dx_1{}^2} = -\frac{M_{x_1}}{EI} = \frac{1}{EI}\left(\frac{q}{2}x_1{}^2 - \frac{q\ell}{2}x_1\right)$$

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \theta_1 = \frac{1}{EI}\left(\frac{q}{6}x_1{}^3 - \frac{q\ell}{4}x_1{}^2\right) + C_1$$

$$y_1 = \frac{1}{EI}\left(\frac{q}{24}x_1{}^4 - \frac{q\ell}{12}x_1{}^3\right) + C_1 x_1 + C_2$$

(C_1，C_2：積分定数)

と表される。

＜境界条件＞　支点 A：$x_1 = 0$ の時　$y_1 = 0$ より，　$C_2 = 0$

一方，点 B-C 間のたわみの微分方程式は，次式で表される。

$$\frac{d^2 y_2}{dx_2{}^2} = -\frac{M_{x_2}}{EI} = \frac{1}{EI}\left(\frac{q\ell^2}{6} - \frac{q\ell}{2}x_2\right)$$

$$\frac{dy_2}{dx_2} = \theta_2 = \frac{1}{EI}\left(\frac{q\ell^2}{6}x_2 - \frac{q\ell}{4}x_2{}^2\right) + C_3$$

$$y_2 = \frac{1}{EI}\left(\frac{q\ell^2}{12}x_2{}^2 - \frac{q\ell}{12}x_2{}^3\right) + C_3 x_2 + C_4$$

(C_3，C_4：積分定数)

＜境界条件＞　支点 B：$x_2 = 0$ の時　$y_2 = 0$, $\theta_2 = 0$ より，$C_3 = 0$, $C_4 = 0$

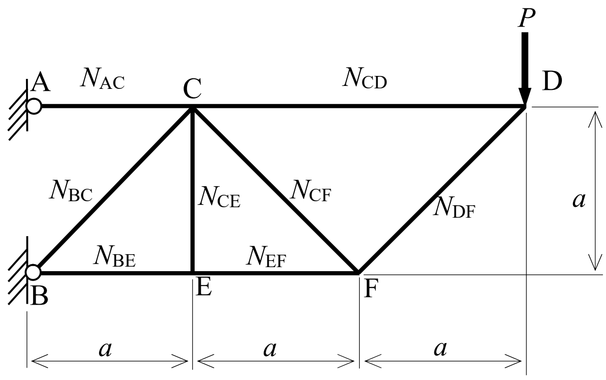
以上より，点 C のたわみは，x_2 に $\ell/3$ を代入して，$y_C = \dfrac{q\ell^4}{162EI}$ となる。

＜連続条件＞　中間ヒンジ C において，点 A-C 間と点 B-C 間のたわみは一致するので，積分定数 C_1 の値は，以下の通り求まる。

$$\frac{q\ell^4}{162EI} = -\frac{q\ell^4}{24EI} + C_1 \cdot \ell \text{ より，} \quad C_1 = \frac{31q\ell^3}{648EI}$$

以上より，点 A のたわみ角は，$\theta_A = \dfrac{31q\ell^3}{648EI}$ となる。

チャレンジ問題 5-4



解図 W5.7 点 D に集中荷重が作用したトラス

点 D に集中荷重 P が作用した際の実荷重系軸力(N)と点 D に仮想荷重$\left(\overline{P}=1\right)$が作用した際の仮想荷重系軸力$\left(\overline{N}\right)$を以下の表にまとめ，点 D のたわみを求めると，以下の通りになる。

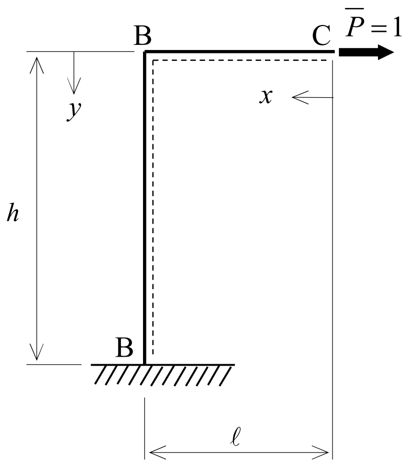
解表 W5.1 点 D のたわみ計算

	N	$\overline{N}$	ℓ	$\dfrac{N\overline{N}}{\mathrm{EA}}\cdot\ell$
AC	$3P$	3	a	$9Pa/\mathrm{EA}$
BC	$-\sqrt{2}P$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}a$	$2\sqrt{2}Pa/\mathrm{EA}$
BE	$-2P$	-2	a	$4Pa/\mathrm{EA}$
CD	P	1	$2a$	$2Pa/\mathrm{EA}$
CE	0	0	a	0
CF	$\sqrt{2}P$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}a$	$2\sqrt{2}Pa/\mathrm{EA}$
DF	$-\sqrt{2}P$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}a$	$2\sqrt{2}Pa/\mathrm{EA}$
EF	$-2P$	-2	a	$4Pa/\mathrm{EA}$
				$y_D = \dfrac{\left(19+6\sqrt{2}\right)Pa}{\mathrm{EA}}$

チャレンジ問題 5-5

支点反力：

$$H_A = 0,\ R_A = P,\ M_A - = P\ell$$



解図 W5.8 点 C に水平の仮想荷重を作用させた折ればり

・実荷重系

C-B 間および B-A 間の断面力は，以下のとおりである。

・C－B 間$(0 \leqq x \leqq \ell)$ $M_x = -Px$，　$N_x = 0$

・B－A 間$(0 \leqq y \leqq h)$

$$M_y = -P\ell\ ,\quad N_y = -P$$

・仮想荷重系

CB 間および BA 間の断面力は，以下のとおりである。

・C－B 間$(0 \leqq x \leqq \ell)$

$$\overline{M_x} = 0\ ,\quad \overline{N_x} = 1$$

・B-A 間$(0 \leqq y \leqq h)$

$$\overline{M_y} = -y\ ,\quad \overline{N_y} = 0$$

点 C における水平変位は，次式より求められる。

$$y_{Ch} = \int_0^{\ell} \frac{M\overline{M}}{EI} dx + \int_0^{h} \frac{M\overline{M}}{EI} dy + \int_0^{\ell} \frac{N\overline{N}}{EA} dx + \int_0^{h} \frac{N\overline{N}}{EA} dy$$

$$= \frac{1}{EI} \int_0^{h} (-P\ell)(-y)\, dy = \frac{P\ell}{EI} \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{h} = \frac{P\ell h^2}{2EI}$$