第４章　断　面　力

■　基 本 問 題 解 答　■

基本問題 4-3

支点反力：$H_A = 0$ ，$R_A = \frac{ql}{8}$ ，$R_B = \frac{3ql}{8}$

(1) A-C 間（$0 \leqq x \leqq l/2$）について

$$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = \frac{ql}{8}$$

$$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x = \frac{ql}{8}x$$

(2) B-C 間（$0 \leqq x \leqq l/2$）について

$$\sum V = S_x - q \times x + R_B = 0 \qquad \therefore S_x = qx - R_B = qx - \frac{3ql}{8}$$

$$\sum M = M_x + q\,x \times \frac{x}{2} - R_B \times x = 0 \qquad \therefore M_x = -\frac{q}{2}x^2 - R_B x = -\frac{q}{2}x^2 + \frac{3ql}{8}x$$

$$x = \frac{3}{8}l$$

$$M_{max} = -\frac{q}{2} \times \left(\frac{3}{8}l\right)^2 + \frac{3ql}{8} \times \frac{3}{8}l = \frac{9}{128}ql^2$$

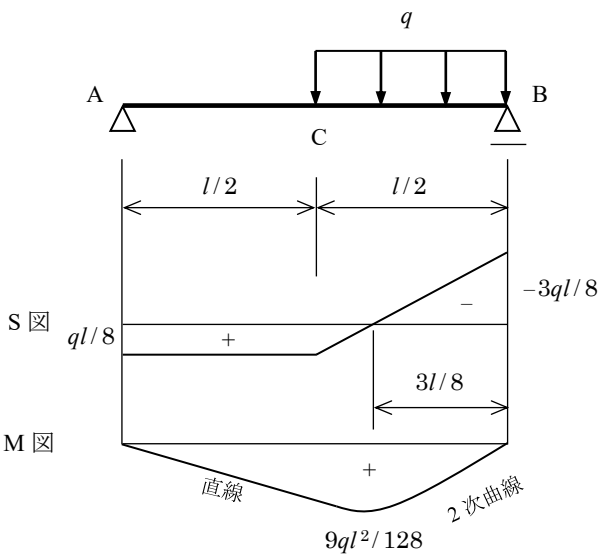


図 4.21　断面力図

基本問題 4-5

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 25.7$ kN，$R_B = 34.3$ kN

(1) A-C 間（0 m≦x≦2 m）について

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = 25.7$ kN

$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x = 25.7x$

(2) C-D 間（2 m≦x≦5 m）について

$\sum V = R_A - P_1 - S_x = 0$

$\therefore S_x = R_A - P_1 = 25.7 - 20 = 5.7$ kN

$\sum M = R_A \times x - P_1 \times (x - 2) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_A x - P_1(x - 2) = 25.7x - 20 \times (x - 2) = 5.7x + 40$

(3) B-D 間（0 m≦x≦2 m）について

$\sum V = S_x + R_B = 0 \qquad \therefore S_x = -R_B = -34.3$ kN

$\sum M = \mathrm{M}_x - R_B \times x = 0 \qquad \therefore M_x = R_B x = 34.3x$

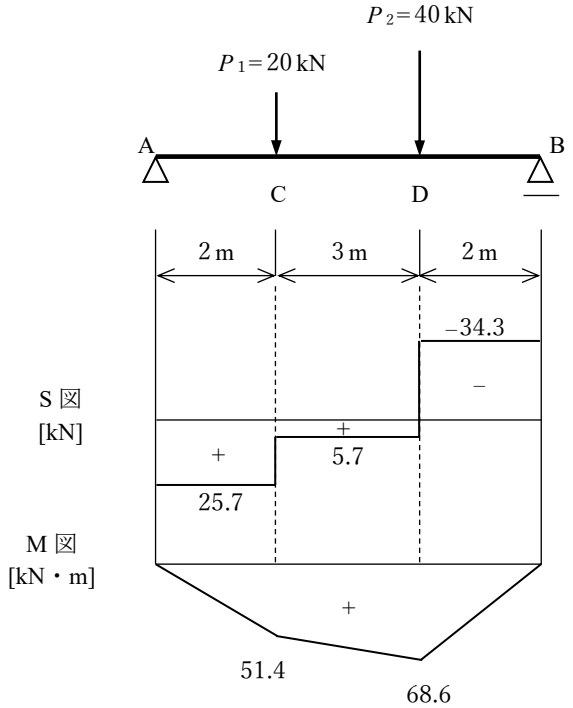


図 4.30　断面力図

基本問題 4-8

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 13$ kN，$R_B = 67$ kN

(1) A-B 間（0 m≦x≦5 m）について

$\sum V = R_A - q \times x - S_x = 0$

$\therefore S_x = R_A - qx = 13 - 10x$

$\sum M = R_A \times x - qx \times \frac{x}{2} - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x - \frac{qx^2}{2} = 13x - 5x^2$

(2) C-B 間（0 m≦x≦2 m）について

$\sum V = S_x - P = 0 \qquad \therefore S_x = P = 30\ \text{kN}$

$\sum M = M_x + P \times x = 0 \qquad \therefore M_x = -Px = -30x$

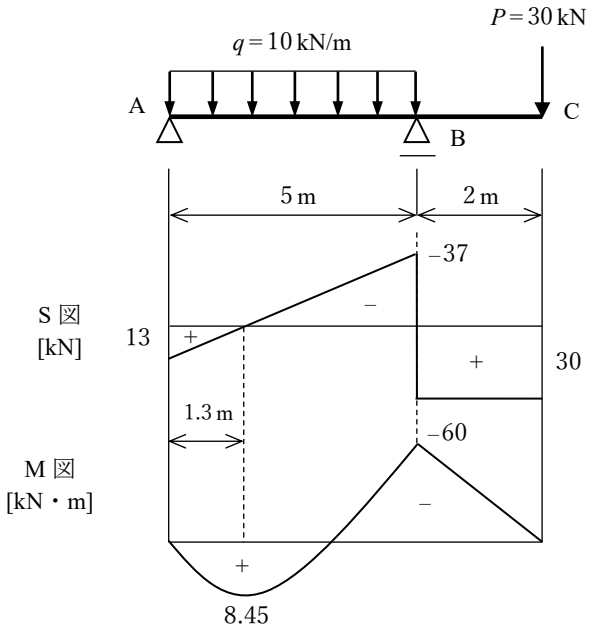


図 4.43　断面力図

基本問題 4-11

支点反力：$H_A = 0$，$R_A = ql$，$M_A = -\frac{ql^2}{2}$

B-A 間（0≦x≦l）について

$\sum V = S_x - q \times x = 0 \qquad \therefore S_x = qx$

$\sum M = \mathrm{M_x} + qx \times \frac{x}{2} = 0 \qquad \therefore M_x = -\frac{qx^2}{2}$

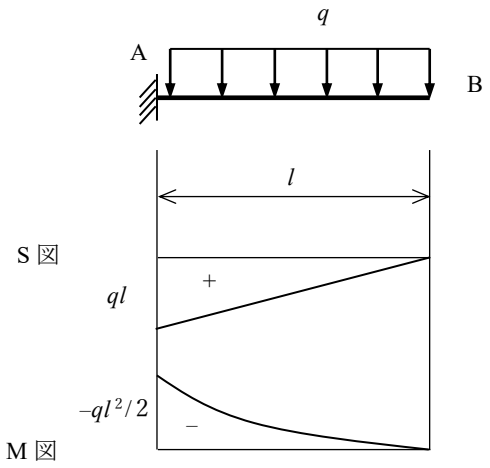


図 4.53　断面力図

基本問題 4-12

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 0$ kN，$M_A = -80$ kN・m

(2) C-A 間（0 m≦x≦5 m）について

$\sum V = S_x = 0$　　$\therefore S_x = 0$ kN

$\sum M = M_x + M = 0$　　$\therefore M_x = -M = -80$ kN·m

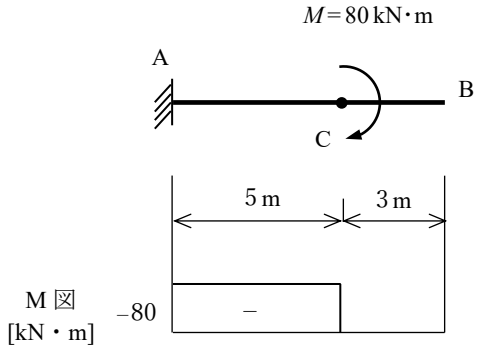


図 4.56　断面力図

基本問題 4-14

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 15.4$ kN，$R_B = 24.6$ kN，$R_C = 5$ kN，$R_D = 5$ kN

〔右側の単純ばりについて〕

(1) C-E 間（0 m≦x≦2 m）について

$\sum V = R_C - S_x = 0$　　$\therefore S_x = R_C = 5$ kN

$\sum M = R_C \times x - M_x = 0$　　$\therefore M_x = R_C x = 5x$

(2) E-D 間（2 m≦x≦4 m）について

$\sum V = R_C - P - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_C - P = 5 - 10 = -5\ \mathrm{kN}$

$\sum M = R_C \times x - P \times (x - 2) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_C x - P \times (x - 2) = 5x - 10 \times (x - 2) = -5x + 20$

〔左側の張出しばりについて〕

(1) A-B 間（0 m≦x≦7 m）について

$\sum V = R_A - q \times x - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A - qx = 15.4 - 5x$

$\sum M = R_A \times x - qx \times \frac{x}{2} - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x - \frac{qx^2}{2} = 15.4x - 2.5x^2$

$x = 3.08\ \mathrm{m}$

$M_{max} = 23.7\ \mathrm{kN \cdot m}$

(2) B-C 間（7 m≦x≦10 m）について

$\sum V = R_A - q \times 7 + R_B - S_x = 0$

$\therefore S_x = R_A - q \times 7 + R_B = 15.4 - 5 \times 7 + 24.6 = 5\ \mathrm{kN}$

$\sum M = R_A \times x - q \times 7 \times (x - 3.5) + R_B \times (x - 7) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_A \times x - q \times 7 \times (x - 3.5) + R_B \times (x - 7)$

$= 15.4x - 35 \times (x - 3.5) + 24.6 \times (x - 7) = 5x - 50$

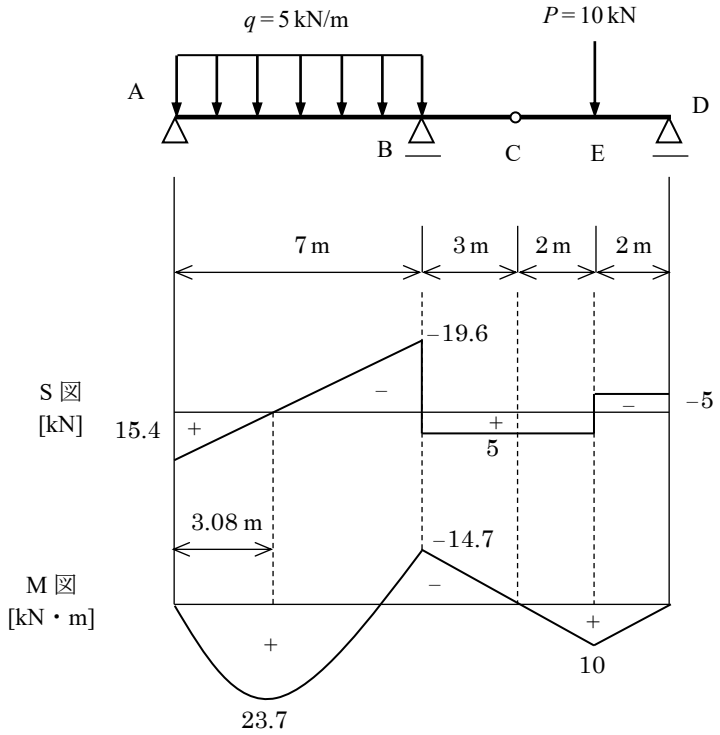


図 4.69　断面力図

基本問題 4-18

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 7.5$ kN，$R_B = 12.5$ kN

(1)　A-B 間（0 m≦x≦8 m）について

$\sum H = H_A + N_x = 0$　　$\therefore N_x = H_A = 0$ kN

$\sum V = R_A - S_x = 0$　　$\therefore S_x = R_A = 7.5$ kN

$\sum M = R_A \times x - M_x = 0$　　$\therefore M_x = R_A x = 7.5x$

(2) B-C 間（0 m≦y≦2 m）について

$\sum H = H_A + S_y = 0$　　$\therefore S_y = -H_A = 0$ kN

$\sum V = R_A + R_B + N_y = 0$　　$\therefore N_y = -(R_A + R_B) = -(7.5 + 12.5) = -20$ kN

$\sum M = R_A \times 8 - H_A \times y - M_y = 0$　　$\therefore M_y = R_A \times 8 = 7.5 \times 8 = 60$ kN·m

(3) D-C 間（0 m≦x≦3 m）について

$\sum H = N_x = 0$　　$\therefore N_x = 0$ kN

$\sum V = -P - S_x = 0$　　$\therefore S_x = -P = -20$ kN

$\sum M = -P \times x + M_x = 0$　　$\therefore M_x = Px = 20x$

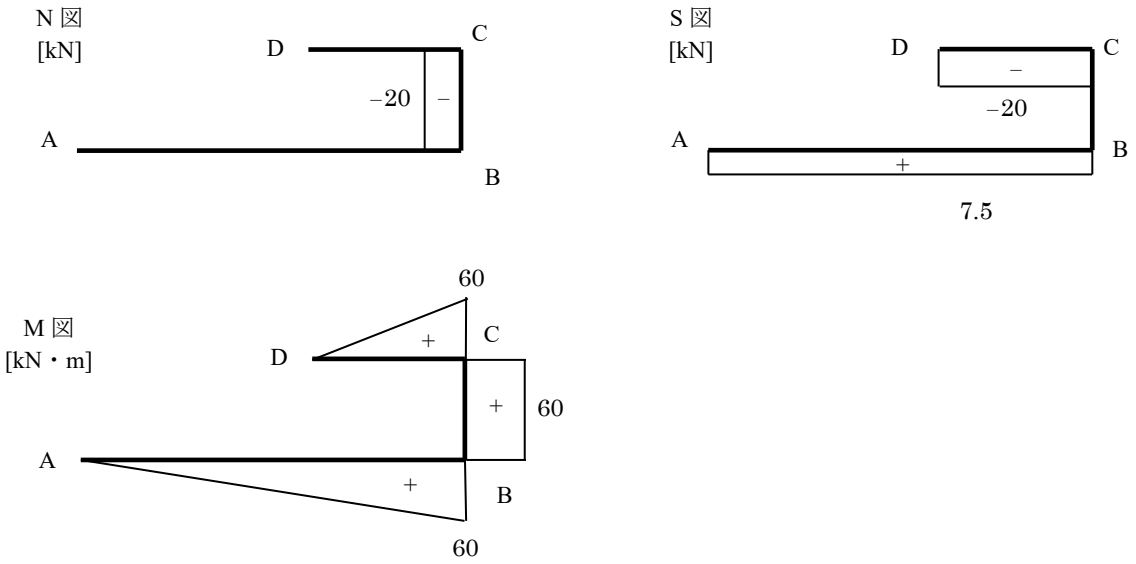


図 4.88　断面力図

基本問題 4-21

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 7.5$ kN，$R_D = 7.5$ kN

(1) A-B 間（0 m≦y≦3 m）について

$\sum H = H_A + S_y = 0$　　$\therefore S_y = -H_A = 0$ kN

$\sum V = R_A + N_x = 0$　　$\therefore N_x = -R_A = -7.5$ kN

$\sum M = -M_y - H_A \times y = 0$　　$\therefore M_y = -H_A y = 0$ kN·m

(2) B-C 間（0 m≦x≦5 m）について

$\sum H = H_A + N_x = 0$　　$\therefore N_x = -H_A = 0$ kN

$\sum V = R_A - q \times x - S_x = 0$　　$\therefore S_x = R_A - qx = 7.5 - 3x$

$\sum M = -H_A \times 3 + R_A \times x - qx \times \frac{x}{2} = 0$

$\therefore M_x = -3H_A + R_A x - \frac{qx^2}{2} = 7.5x - 1.5x^2$

(3) D-C 間（0 m≦y≦3 m）について

$\sum H = S_y = 0$　　$\therefore S_y = 0$ kN

$\sum V = R_D + N_y = 0$　　$\therefore N_y = -R_D = -7.5$ kN

$\sum M = M_y = 0$　　$\therefore M_y = 0$ kN·m

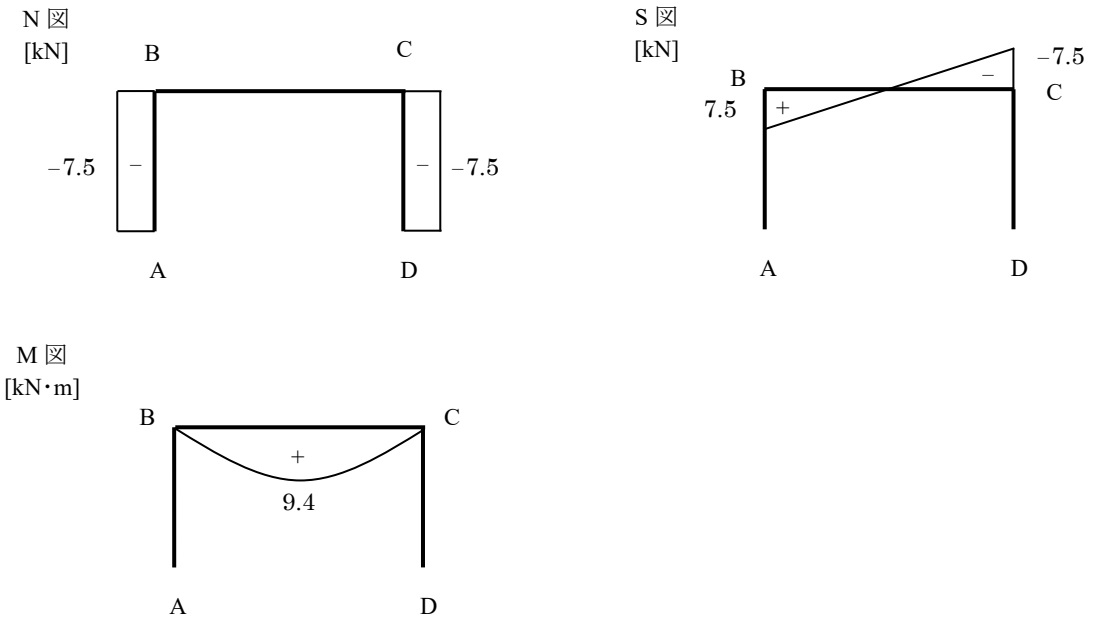


図 4.102　断面力図

基本問題 4-25

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 23.3$ kN，$R_B = 26.7$ kN

$\sum H = H_A + N_{EF} + N_{ED}\cos\theta + N_{CD} = 0$

$\sum V = R_A - P_1 - N_{ED}\sin\theta = 0$

$\sum M = -H_A \times 3 + R_A \times 3 - N_{CD} \times 3 = 0$

$\therefore N_{CD} = \frac{-H_A \times 3 + R_A \times 3}{3} = \frac{23.3 \times 3}{3} = 23.3$kN

$\therefore N_{ED} = \frac{R_A - P_1}{\sin\theta} = \frac{23.3 - 20}{1/\sqrt{2}} = 4.7$ kN

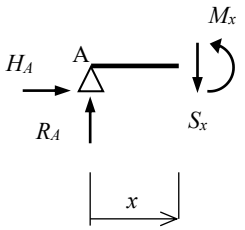
$\therefore N_{EF} = -H_A - N_{ED}\cos\theta - N_{CD} = -4.7 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 23.3 = -26.6$ kN

■ チャレンジ問題解答 ■

チャレンジ問題 4-1

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 26.5$ kN，$R_B = 13.5$ kN

(1) A-C 間（0 m≦x≦2 m）について（**解図 W4.1**）



解図 W4.1 左側の力のつり合い

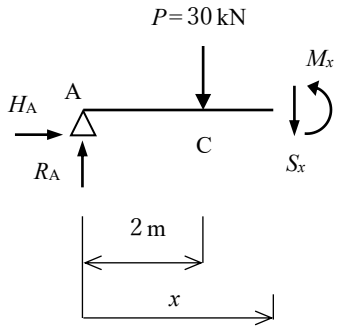
① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = 26.5$ kN

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x = 26.5x$

(2) C-D 間（2 m≦x≦5 m）について（**解図 W4.2**）



解図 W4.2 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - P - S_x = 0$

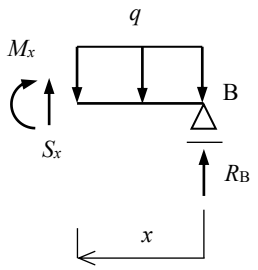
$\therefore S_x = R_A - P = 26.5 - 30 = -3.5$ kN

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_A \times x - P \times (x - 2) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_A \times x - P \times (x - 2) = 26.5x - 30 \times (x - 2) = -3.5x + 60$

(3) B-D 間（0 m≦x≦5 m）について（**解図 W4.3**）



解図 W4.3 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

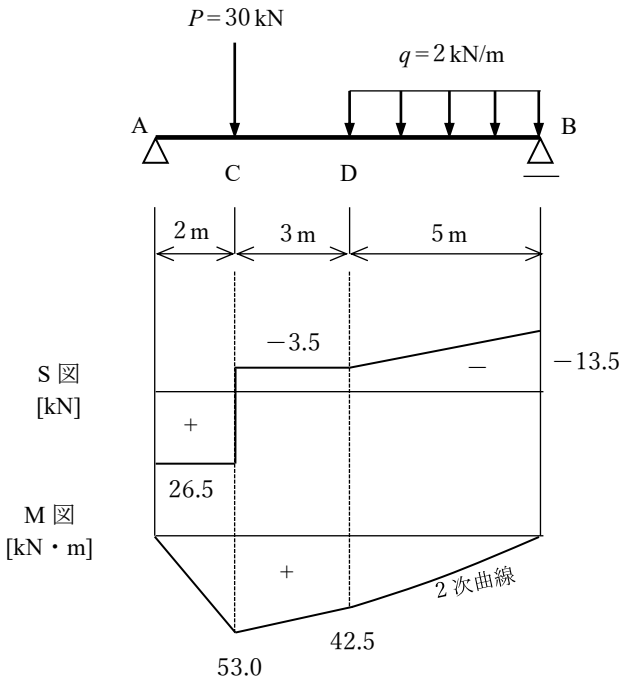
$\sum V = S_x - q \times x + R_B = 0$

$\therefore S_x = q \times x - R_B = 2x - 13.5$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = M_x + qx \times \frac{x}{2} - R_B \times x = 0$

$\therefore M_x = -qx \times \frac{x}{2} + R_B \times x = -x^2 + 13.5x$

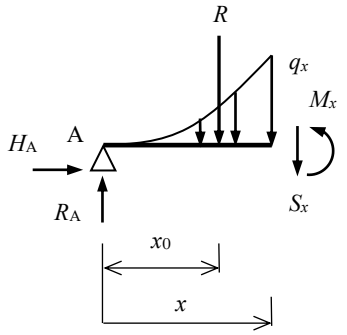


解図 W4.4 断面力図

チャレンジ問題 4-2

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 20.8$ kN，$R_B = 62.5$ kN

解図 W4.5 のように，点 A から x だけ離れた位置ではりを切断したときの合力(R)とその作用位置(x_0)を求める。



$$R = \int_0^x q_x dx = \int_0^x 2x^2 dx = \left[\frac{2}{3}x^3\right]_0^x = \frac{2}{3}x^3$$

$$G = \int_0^x q_x \times x\, dx = \int_0^x 2x^3\, dx = \left[\frac{x^4}{2}\right]_0^x = \frac{x^4}{2}$$

$$x_0 = \frac{G}{R} = \frac{3}{4}x$$

解図 W4.5　合力と作用位置

A-B 間（$0 \leqq x \leqq l$）について（**解図** W4.5）

① 鉛直方向の力のつり合い式

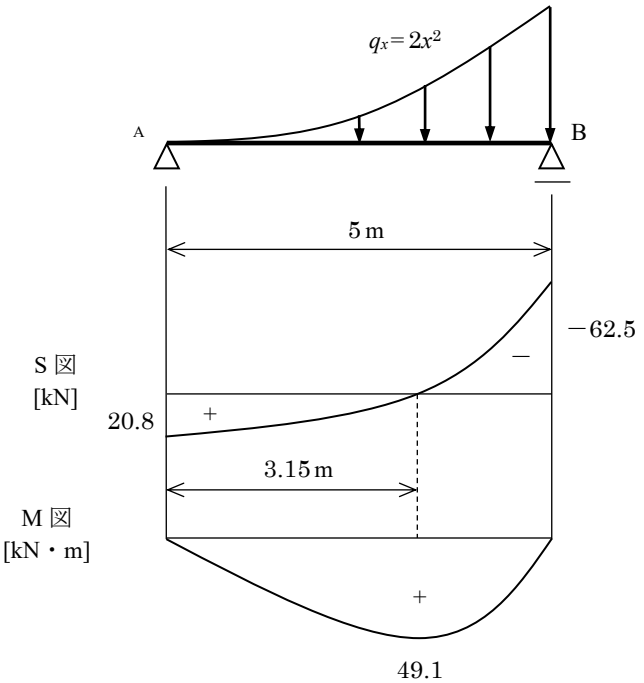
$$\sum V = R_A - R - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = R_A - R = 20.8 - \frac{2}{3}x^3$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - R \times (x - x_0) - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = R_A x - R\left(x - x_0\right) = 20.8x - \frac{2}{3}x^3\left(x - \frac{3}{4}x\right) = 20.8x - \frac{x^4}{6}$$



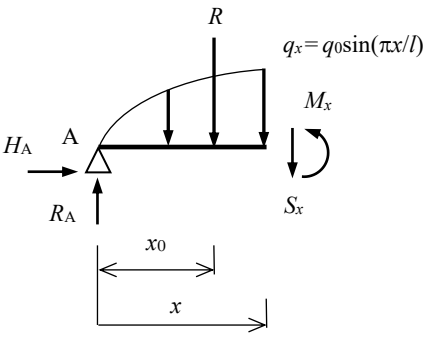
解図 W4.6　断面力図

チャレンジ問題 4-3

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 4.78$ kN，$R_B = 4.78$ kN

解図 W4.7 のように，点 A から x だけ離れた位置ではりを切断したときの合力(R)を求める。

$$R = \int_0^x q_x dx = \int_0^x q_0 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) dx = 5 \times \left[-\frac{3}{\pi}\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\right]_0^x = \frac{15}{\pi}\left\{-\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) + 1\right\}$$



解図 W4.7 合力と作用位置

A-B 間（$0 \leqq x \leqq l$）について（**解図** W4.7）

① 鉛直方向の力のつり合い

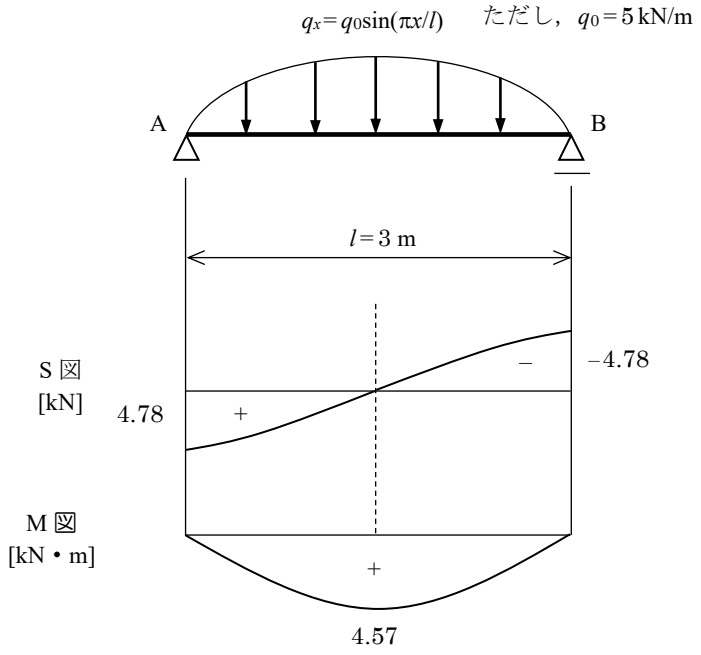
$$\sum V = R_A - R - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = R_A - R = 4.78 - \frac{15}{\pi}\left\{-\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) + 1\right\}$$

② **基礎事項 4.3** の式(4.2)に示したように，せん断力を積分することにより曲げモーメントが求まるという関係より

$$M_x = \int_0^x S_x\, dx = \left[4.78x + \frac{15}{\pi} \times \frac{3}{\pi}\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) - \frac{15}{\pi}x\right]_0^x = \left(4.78 - \frac{15}{\pi}\right)x + \frac{45}{\pi^2}\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

となる。

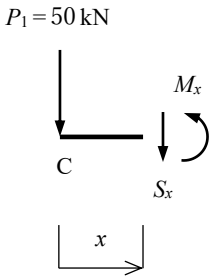


解図 W4.8　断面力図

チャレンジ問題 4-4

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 108$ kN，$R_B = 62$ kN

(1) C-A 間（0 m≦x≦2 m）について（**解図 W4.9**）



解図 W4.9 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = -P_1 - S_x = 0$　　$\therefore S_x = -P_1 = -50$ kN

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = -P_1 \times x - M_x = 0$　　$\therefore M_x = -P_1 x - 50x$

(2) A-B 間（2 m≦x≦7 m）について（**解図 W4.10**）

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = -P_1 + R_A - q \times (x - 2) - S_x = 0$

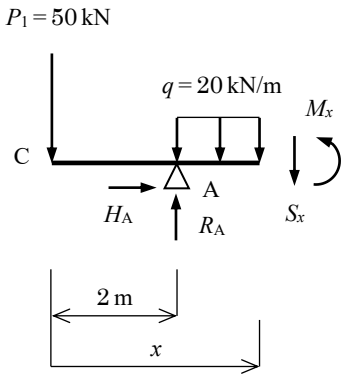
$\therefore S_x = -P_1 + R_A - q \times (x-2) = -50 + 108 - 20 \times (x-2) = -20x + 98$

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -P_1 \times x + R_A \times (x-2) - q(x-2) \times \frac{(x-2)^2}{2} - M_x = 0$$

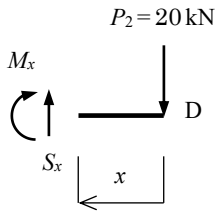
$$M_x = -P_1 x + R_A (x-2) - \frac{q(x-2)^2}{2}$$

$$= -50x + 108 \times (x-2) - 10 \times (x-2)^2 = -256 + 98x - 10x^2$$



解図 W4.10 左側の力のつり合い

(3) D-B 間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.11**）



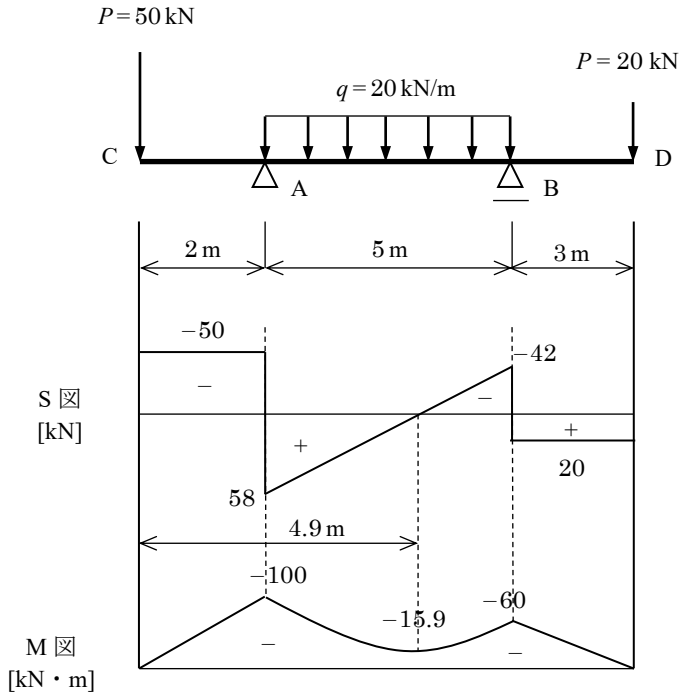
解図 W4.11 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = S_x - P_2 = 0 \qquad \therefore S_x = P_2 = 20$ kN

② 点 D から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = M_x + P_2 \times x = 0 \qquad \therefore M_x = -P_2 x = -20x$

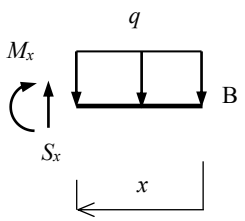


解図 W4.12　断面力図

チャレンジ問題 4-5

支点反力：$H_A = 0$，$R_A = \frac{ql}{2}$，$M_A = -\frac{3}{8}ql^2$

(1) B-C 間（$0 \leqq x \leqq l/2$）について（**解図 W4.13**）



解図 W4.13 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = S_x - q \times x = 0 \qquad \therefore S_x = qx$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = \mathrm{M_x} + qx \times \frac{x}{2} = 0 \qquad \therefore M_x = -\frac{qx^2}{2}$

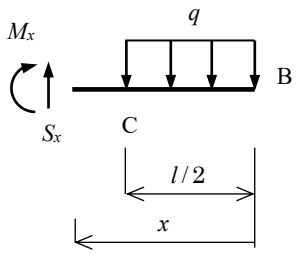
(2) C-A 間（$l/2 \leqq x \leqq l$）について（**解図 W4.14**）

① 鉛直方向の力のつり合い式

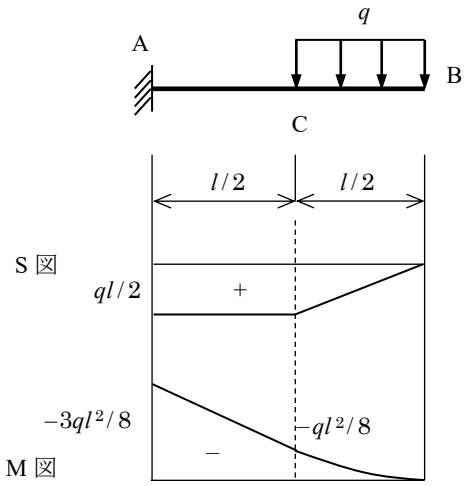
$$\sum \mathrm{V} = \mathrm{S_x} - q \times \frac{l}{2} = 0 \qquad \therefore S_x = \frac{ql}{2}$$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + \frac{ql}{2} \times \left(x - \frac{l}{4}\right) = 0 \qquad \therefore M_x = -\frac{ql}{2}\left(x - \frac{l}{4}\right)$$



解図 W4.14 右側の力のつり合い



解図 W4.15　断面力図

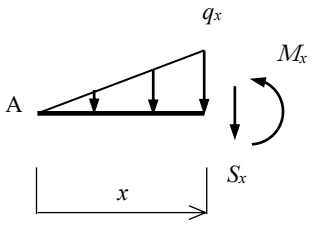
チャレンジ問題 4-6

支点反力：$H_B = 0$ kN，$R_B = 75$ kN，$M_B = -250$ kN･m

解図 W4.16 より，点 A から距離 x だけ離れた位置の等変荷重の大きさは，

$$q_x = \frac{q}{l}x$$

で表される。



解図 W4.16 左側の力のつり合い

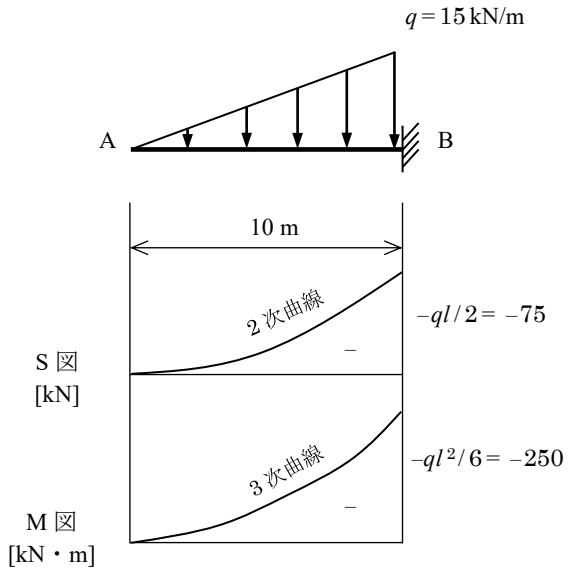
A-B 間（$0 \leqq x \leqq l$）について

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = -\frac{1}{2} \times q_x \times x - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = -\frac{1}{2} q_x x = -\frac{qx^2}{2l}$$

② 点 A から x だけ離れた位置に関するモーメントのつり合い式

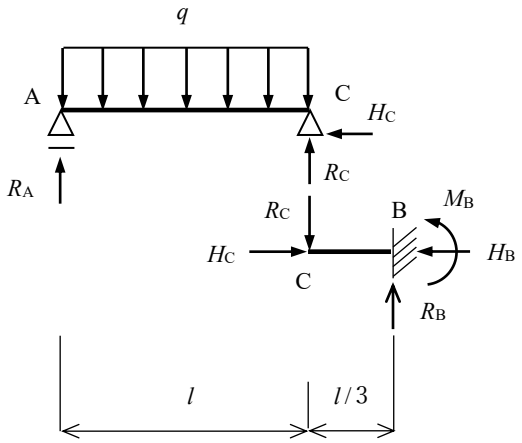
$$\sum M = -\frac{1}{2} q_x x \times \frac{x}{3} - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = -\frac{1}{6} q_x x^2 = -\frac{qx^3}{6l}$$



解図 W4.17　断面力図

チャレンジ問題 4–7

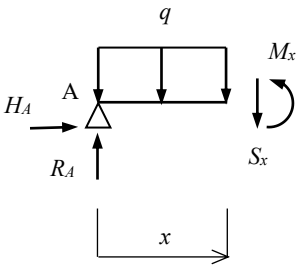
支点反力：$H_A = 0$，$R_A = \frac{ql}{2}$，$H_B = 0$，$R_B = \frac{ql}{2}$，$M_B = -\frac{ql^2}{6}$，$H_C = 0$，$R_C = \frac{ql}{2}$



解図 W4.18 ゲルバーばりの切り離し

〔左側の単純ばりについて〕

A-C 間（$0 \leqq x \leqq l$）について（**解図 W4.19**）



解図 W4.19 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - q \times x - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A - qx = \frac{ql}{2} - qx$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - qx \times \frac{x}{2} - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}$$

〔右側の張出しばりについて〕

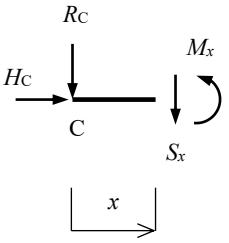
C-B 間（$0 \leqq x \leqq l/3$）について（**解図 W4.20**）

① 鉛直方向の力のつり合い式

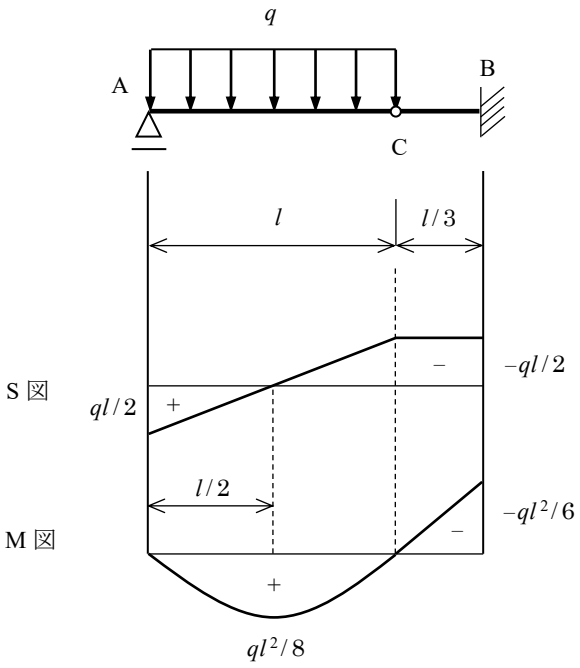
$$\sum V = -R_C - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = -R_C = -\frac{ql}{2}$$

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -R_C \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = -R_C x = -\frac{ql}{2}x$$



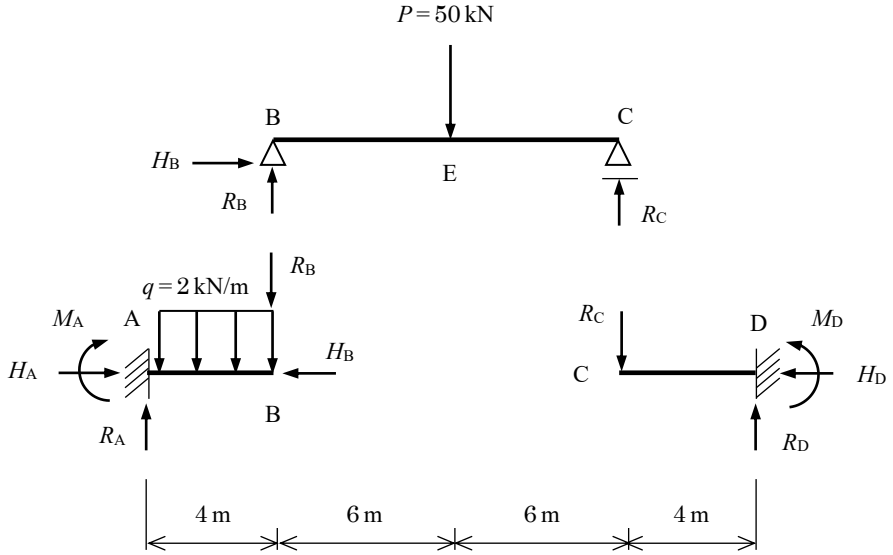
解図 W4.20 左側の力のつり合い



解図 W4.21　断面力図

チャレンジ問題 4-8

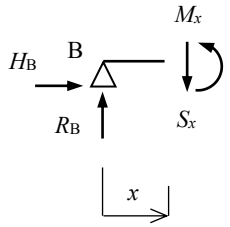
支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 33$ kN，$M_A = -116$ kN･m，$H_C = 0$ kN，$R_B = 25$ kN，$R_C = 25$ kN，
$H_D = 0$ kN，$R_D = 25$ kN，$M_D = -100$ kN･m



解図 W4.22 ゲルバーばりの切り離し

〔中央の単純ばりについて〕

(1) B-E 間（0 m≦x≦6 m）について（**解図 W4.23**）



解図 W4.23 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_B - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_B = 25\ \mathrm{kN}$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_B \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_B x = 25x$

(2) E-C 間（6 m≦x≦12 m）について（**解図 W4.24**）

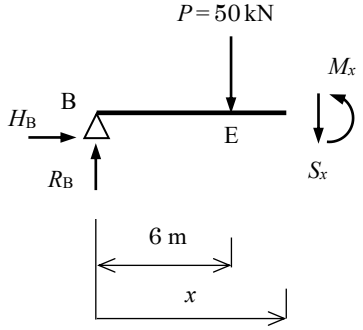
① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_B - P - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_B - P = 25 - 50 = -25\ \mathrm{kN}$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_B \times x - P \times (x - 6) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_B \times x - P \times (x - 6) = 25x - 50 \times (x - 6) = -25x + 300$



解図 W4.24 左側の力のつり合い

〔左側の片持ちばりについて〕

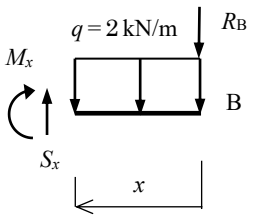
B-A 間（0 m≦x≦4 m）について（**解図 W4.25**）

① 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = S_x - q \times x - R_B = 0 \qquad \therefore S_x = qx + R_B = 2x + 25$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

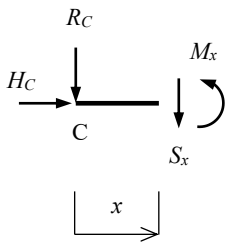
$\sum M = M_x + qx \times \frac{x}{2} + R_B \times x = 0$　　$\therefore M_x = -\frac{qx^2}{2} - R_B x = -x^2 - 25x$



解図 W4.25 右側の力のつり合い

〔右側の片持ちばりについて〕

C-D 間（0 m≦x≦4 m）について（**解図 W4.26**）



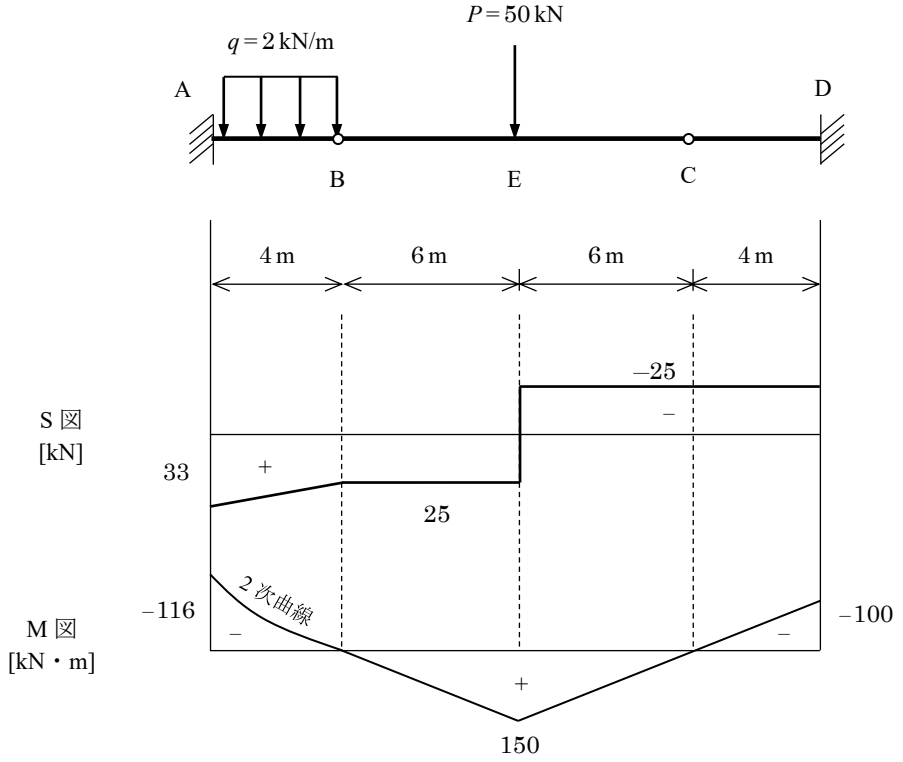
解図 W4.26 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い

$\sum V = -R_C - S_x = 0$　　$\therefore S_x = -R_C = -25$ kN

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = -R_C \times x - M_x = 0$　　$\therefore M_x = -R_C x = -25x$

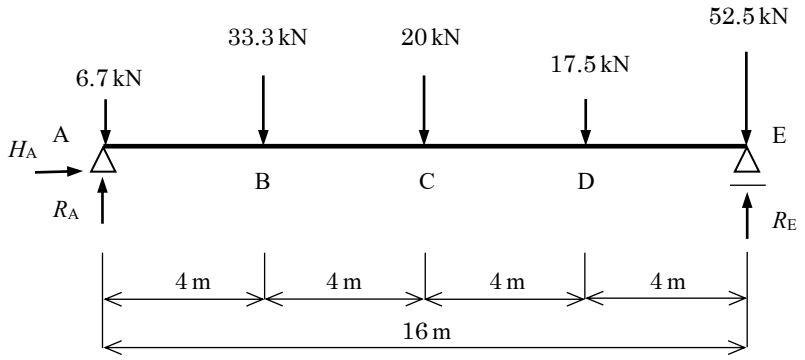


解図 W4.27　断面力図

チャレンジ問題 4–9

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 46.05$ kN，$R_E = 83.95$ kN

単純ばり A-B 上にある四つの単純ばりの支点反力から，単純ばり A-B に作用する荷重は**解図 W4.28** のようになる。



解図 W4.28　単純ばり A-B に作用する荷重

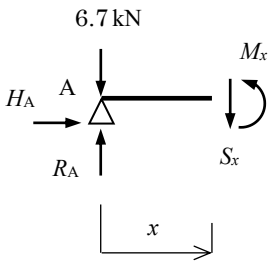
(1) A-B 間（0 m≦x≦4 m）について（**解図 W4.29**）

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - 6.7 - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A - 6.7 = 46.05 - 6.7 = 39.35 \text{ kN}$$

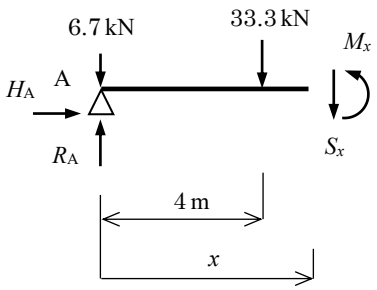
② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合いより式

$$\sum M = \left(R_A - 6.7\right)x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = (R_A - 6.7)x = (46.05 - 6.7)x = 39.35x$$



解図 W4.29 左側の力のつり合い

(2) B-C 間（4 m≦x≦8 m）について（**解図 W4.30**）



解図 W4.30 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - 6.7 - 33.3 - S_x = 0$$

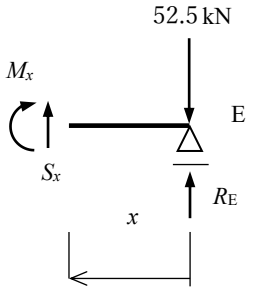
$$\therefore S_x = R_A - 6.7 - 33.3 = 46.05 - 6.7 - 33.3 = 6.05 \text{ kN}$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = \left(R_A - 6.7\right)x - 33.3 \times \left(x - 4\right) - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = \left(R_A - 6.7\right)x - 33.3 \times \left(x - 4\right) = 6.05x + 133.2$$

(3) E-D 間（0 m≦x≦4 m）について（**解図 W4.31**）



解図 W4.31 右側の力のつり合い

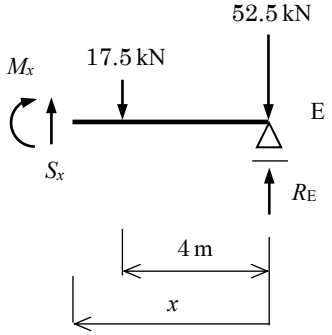
① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x + R_E - 52.5 = 0 \qquad \therefore S_x = -R_E + 52.5 = -31.45\ \mathrm{kN}$$

② 点 E から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x - \left(R_E - 52.5\right)x = 0 \qquad \therefore M_x = (R_E - 52.5)\,x = 31.45x$$

(4) E-D 間（4 m≦x≦8 m）について（**解図 W4.32**）



解図 W4.32 右側の力のつり合い

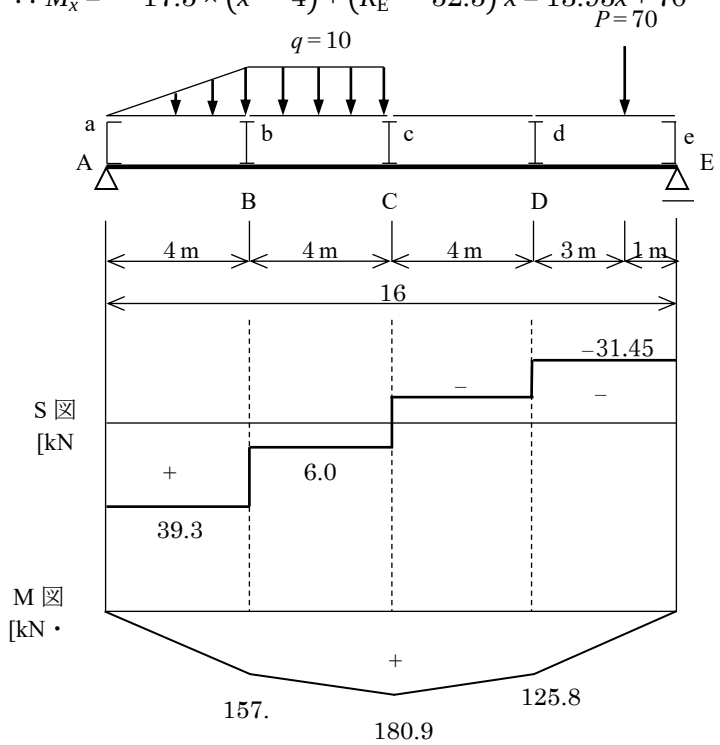
① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x + R_E - 52.5 - 17.5 = 0 \qquad \therefore S_x = -R_E + 52.5 + 17.5 = -13.95\ \mathrm{kN}$$

② 点 E から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + 17.5 \times \left(x - 4\right) - \left(R_E - 52.5\right)x = 0$$

$$\therefore M_x = -17.5 \times \left(x - 4\right) + \left(R_E - 52.5\right)x = 13.95x + 70$$

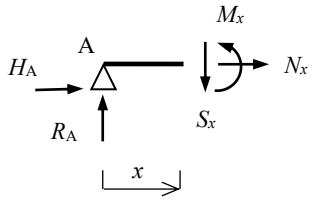


解図 W4.33 断面力図

チャレンジ問題 4-10

支点反力：$H_A = 20$ kN，$R_A = 3.3$ kN，$R_B = -3.3$ kN

(1) A-C 間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.34**）



解図 W4.34 左側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = H_A + N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -H_A = -20$ kN

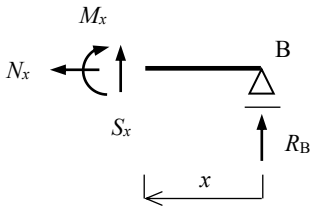
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = 3.3$ kN

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x = 3.3x$

(2) B-C 間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.35**）



解図 W4.35 右側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = -N_x = 0 \qquad \therefore N_x = 0$ kN

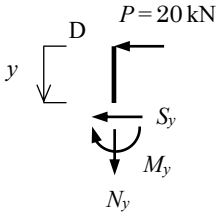
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = S_x + R_B = 0 \qquad \therefore S_x = -R_B = 3.3$ kN

③ 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_B \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_B x = -3.3x$

(3) D-C 間（0 m≦y≦1 m）について（**解図 W4.36**）



解図 W4.36 上側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

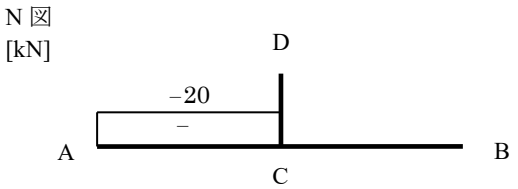
$\sum H = -S_y - P = 0 \qquad \therefore S_y = -P = -20$ kN

② 鉛直方向の力のつり合い式

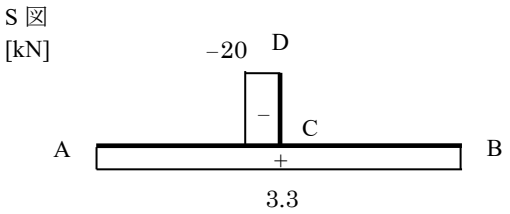
$\sum H = -N_y = 0 \qquad \therefore N_y = 0$ kN

③ 点 D から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

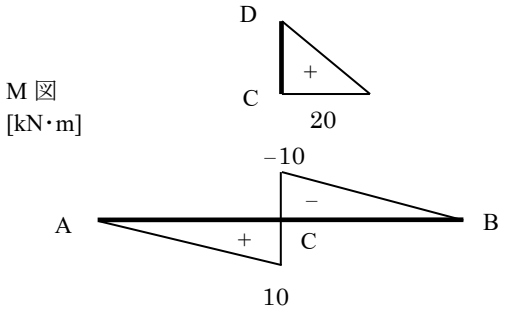
$\sum M = M_y - P \times y = 0 \qquad \therefore M_y = Py = 20y$



(a) N 図



(b) S 図



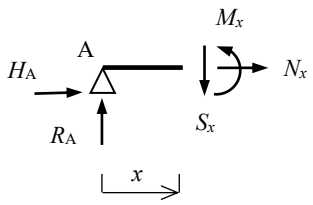
(c) M 図

解図 W4.37 断面力図

チャレンジ問題 4-11

支点反力：$H_A = 7.50$ kN，$R_A = 6.79$ kN，$R_B = 3.21$ kN

(1) A-C 間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.38**）



解図 W4.38 左側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = H_A + N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -H_A = -7.50$ kN

② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = 6.79$ kN

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = R_A x = 6.79x$

(2) C-B 間（3 m≦x≦7 m）について（**解図 4.39**）

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = H_A + N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -H_A = -7.50$ kN

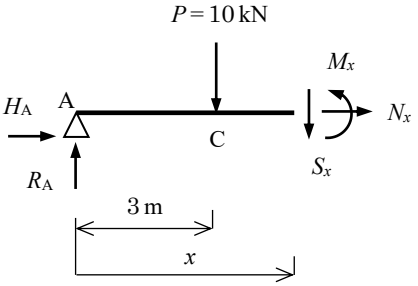
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - P - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A - P = 6.79 - 10 = -3.21$ kN

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

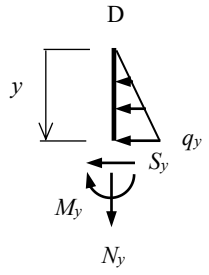
$\sum M = R_A \times x - P \times (x - 3) - M_x = 0$

$\therefore M_x = R_A x - P(x - 3) = 6.79x - 10 \times (x - 3) = -3.21x + 30$



解図 W4.39 左側の力のつり合い

(3) D-B 間（0 m≦y≦3 m）について（**解図 W4.40**）



解図 W4.40 上側の力のつり合い

$$q_y = q \times \frac{y}{3} = \frac{5}{3}y$$

① 水平方向の力のつり合い式

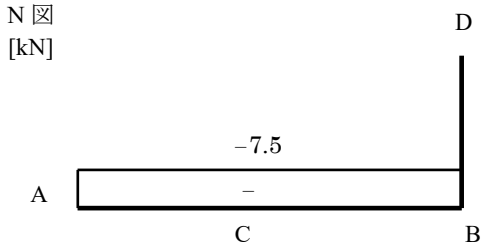
$$\sum H = -\frac{1}{2} \times q_y \times y - S_y = 0 \qquad \therefore S_y = -\frac{1}{2} q_y y = -\frac{1}{2} \times \frac{5}{3}y \times y = -\frac{5}{6}y^2$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

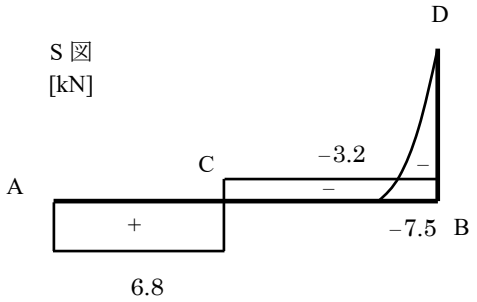
$$\sum V = -N_y = 0 \qquad \therefore N_y = 0\ \mathrm{kN}$$

③ 点 D から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

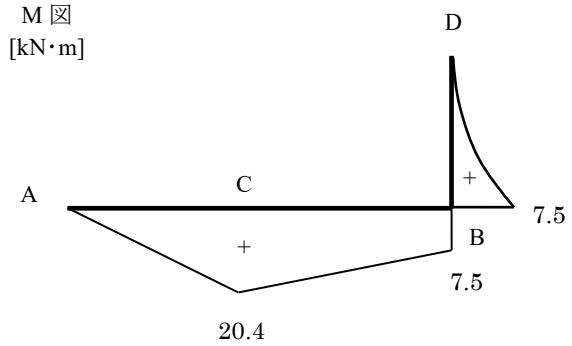
$$\sum M = -\frac{1}{2} q_y y \times \frac{y}{3} + M_y = 0 \qquad \therefore M_y = \frac{1}{6} q_y y^2 = \frac{1}{6} \times \frac{5}{3}y \times y^2 = \frac{5}{18}y^3$$



(a) N 図



(b) S 図



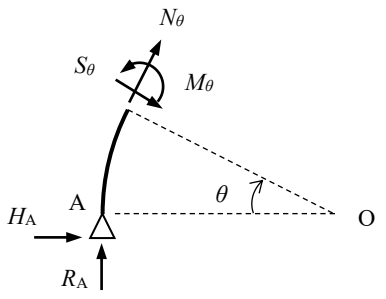
(c) M 図

解図 W4.41 断面力図

チャレンジ問題 4-12

支点反力：$H_A = 0$ kN，$R_A = 35.4$ kN，$H_B = 35.4$ kN

(1) A-C 間（0°　≦ θ ≦45°　）について（**解図 W4.42**）



解図 W4.42　点 A から θ の位置で切断

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A + N_\theta \sin\theta + S_\theta \cos\theta = 0 \qquad (1)$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A + N_\theta \cos\theta - S_\theta \sin\theta = 0 \qquad (2)$$

式(1)×sin θ，式(2)×cos θ より

$$\begin{cases} N_\theta \sin^2\theta + S_\theta \cos\theta \sin\theta = 0 \\ R_A \cos\theta + N_\theta \cos^2\theta - S_\theta \sin\theta \cos\theta = 0 \end{cases}$$

よって，

$$N_\theta = -R_A \cos\theta = -35.4 \cos\theta$$

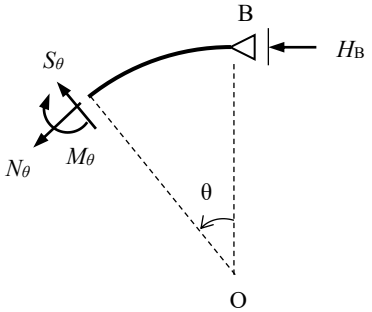
$$S_\theta = -\frac{N_\theta \sin\theta}{\cos\theta} = R_A \sin\theta = 35.4 \sin\theta$$

③ 角度 θ だけ回転した位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times r\left(1 - \cos\theta\right) - H_A \times r \sin\theta - M_\theta = 0$$

$$\therefore M_\theta = R_A\, r\left(1 - \cos\theta\right) = 35.4 \times 3 \times \left(1 - \cos\theta\right) = 106.2 \times (1 - \cos\theta)$$

(2) B-C 間（0°　≦ θ ≦45°　）について（**解図 W4.43**）



解図 W4.43　点 B から θ の位置で切断

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = -S_\theta \sin\theta - N_\theta \cos\theta - \mathrm{H_B} = 0 \qquad (3)$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_\theta \cos\theta - N_\theta \sin\theta = 0 \qquad (4)$$

式(3)×cos θ，式(4)×sin θ より

$$\begin{cases} -S_\theta \sin\theta\cos\theta - N_\theta \cos^2\theta - H_\mathrm{B}\cos\theta = 0 \\ \qquad S_\theta \cos\theta\sin\theta - N_\theta \sin^2\theta = 0 \end{cases}$$

よって，

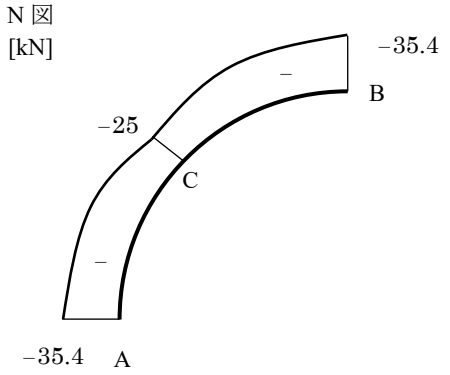
$$N_\theta = -H_\mathrm{B}\cos\theta = -35.4\cos\theta$$

$$S_\theta = \frac{N_\theta \sin\theta}{\cos\theta} = -H_\mathrm{B}\sin\theta = -35.4\sin\theta$$

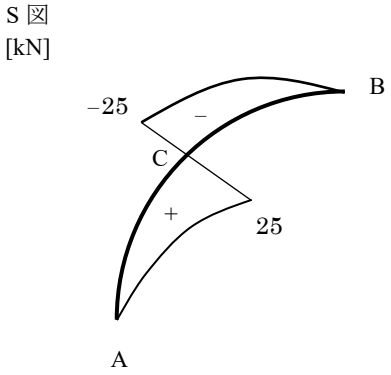
③ 角度 θだけ回転した位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_\theta - H_\mathrm{B} \times r\left(1 - \cos\theta\right) = 0$$

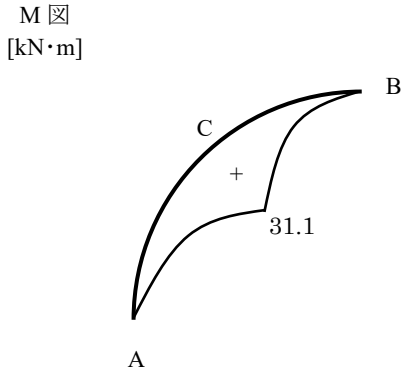
$$\therefore M_\theta = H_\mathrm{B}\, r\left(1 - \cos\theta\right) = 35.4 \times 3 \times \left(1 - \cos\theta\right) = 106.2 \times (1 - \cos\theta)$$



(a) N 図



(b) S 図



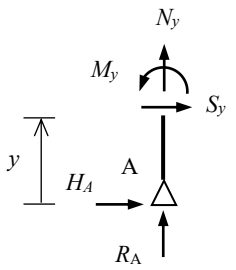
(c) M 図

解図 W4.44　断面力図

チャレンジ問題 4-13

支点反力：$H_A = 20$ kN，$R_A = 26.7$ kN，$R_D = 13.3$ kN

(1) A-B 区間（0 m≦y≦4 m）について（**解図 W4.45**）



解図 W4.45 下側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = H_A + S_y = 0 \qquad \therefore S_y = -H_A = -20$ kN

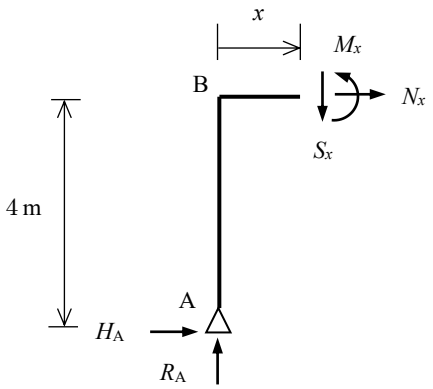
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A + N_y = 0 \qquad \therefore N_y = -R_A = -26.7$ kN

③ 点 A から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = -H_A \times y - M_y = 0 \qquad \therefore M_y = -H_A y = -20y$

(2) B-E 区間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.46**）



解図 W4.46 左側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = H_A + N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -H_A = -20$ kN

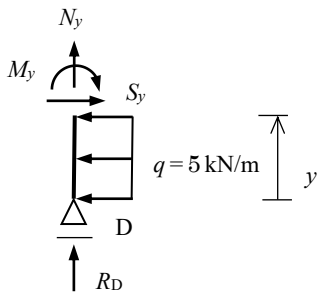
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = 26.7$ kN

③ 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = -H_A \times 4 + R_A \times x - M_x = 0 \qquad \therefore M_x = -4H_A + R_A x = -80 + 26.7x$

(3) D-C 区間（0 m≦y≦4 m）について（**解図 W4.47**）



解図 W4.47 下側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$\sum H = -q \times y + S_y = 0 \qquad \therefore S_y = q\,y = 5\,y$

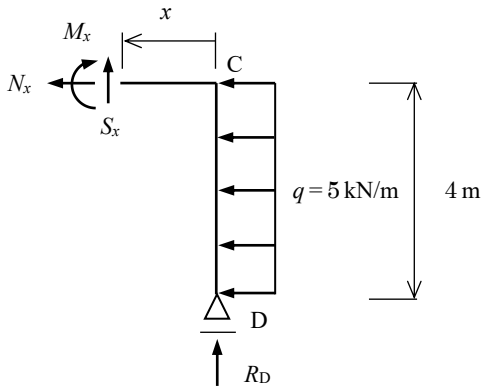
② 鉛直方向の力のつり合い式

$\sum V = R_D + N_y = 0 \qquad \therefore N_y = -R_D = -13.3$ kN

③ 点 D から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$\sum M = q\,y \times \frac{y}{2} + M_y = 0 \qquad \therefore M_y = -\frac{q\,y^2}{2} = -2.5\,y^2$

(4) C-E 区間（0 m≦x≦3 m）について（**解図 W4.48**）



解図 W4.48 右側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

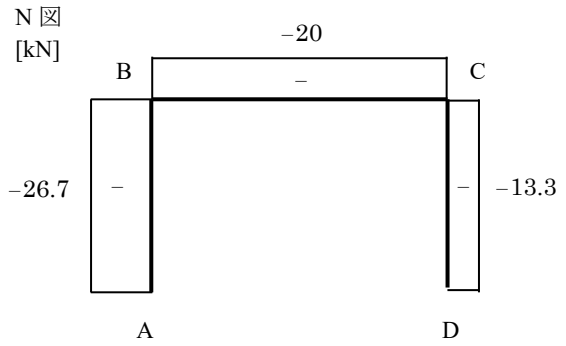
$\sum H = -q \times 4 - N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -4\,q = -20$ kN

② 鉛直方向の力のつり合い式

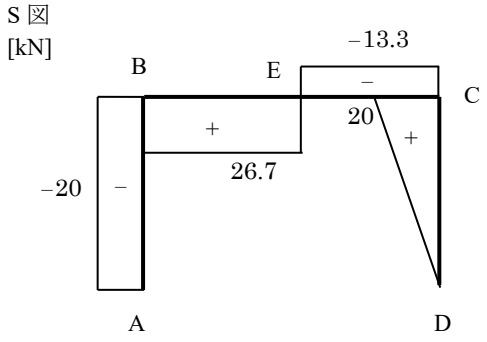
$\sum V = R_D + S_x = 0 \qquad \therefore S_x = -R_D = -13.3$ kN

③ 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

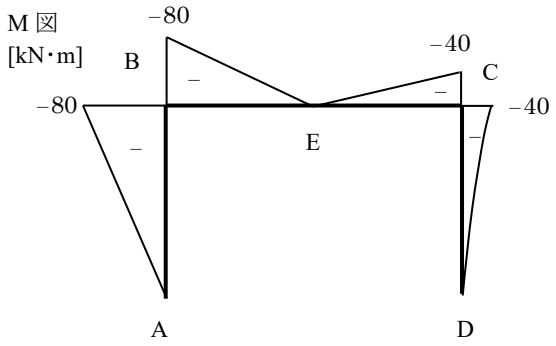
$\sum M = M_x - R_D \times x + q \times 4 \times 2 = 0 \qquad \therefore M_x = R_D x - 8\,q = 13.3x - 40$



(a) N 図



(b) S 図



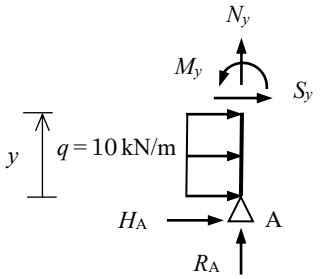
(c) M 図

解図 W4.49　断面力図

チャレンジ問題 4−14

支点反力：H_A = −50 kN，R_A = −20.8 kN，R_D = 20.8 kN

(1) A-B 区間（0 m≦y≦5 m）について（**解図 W4.50**）



解図 W4.50 下側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い

$\sum H = H_A + q \times y + S_y = 0 \qquad \therefore S_y = -H_A - qy = 50 - 10y$

② 鉛直方向の力のつり合い

$\sum V = R_A + N_y = 0 \qquad \therefore N_y = -R_A = 20.8\ \mathrm{kN}$

③ 点 A から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い

$\sum M = -H_A \times y - qy \times \frac{y}{2} - M_y = 0 \qquad \therefore M_y = -H_A y - \frac{qy^2}{2} = 50y - 5y^2$

(2) B-C 区間（0 m≦x≦6 m）について（**解図 W4.51**）

① 水平方向の力のつり合い

$\sum H = H_A + q \times 5 + N_x = 0 \qquad \therefore N_x = -H_A - 5q = 50 - 50 = 0\ \mathrm{kN}$

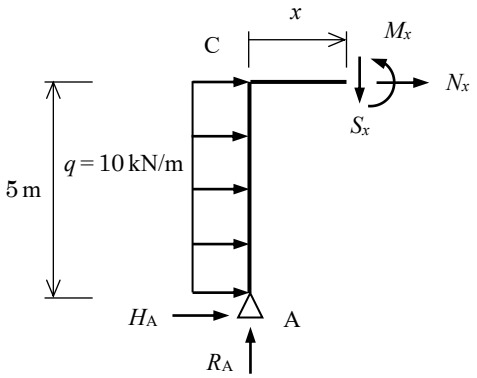
② 鉛直方向の力のつり合い

$\sum V = R_A - S_x = 0 \qquad \therefore S_x = R_A = -20.8\ \mathrm{kN}$

③ 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い

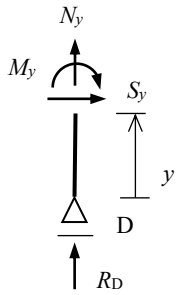
$\sum M = -H_A \times 5 + R_A \times x - q \times 5 \times \frac{5}{2} - M_x = 0$

$\therefore M_x = -5H_A + R_A x - \frac{q \times 5^2}{2} = 125 - 20.8x$



解図 W4.51 左側の力のつり合い

(3) D-C 区間（0 m≦y≦2 m）について（**解図 W4.52**）



解図 W4.52 下側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い

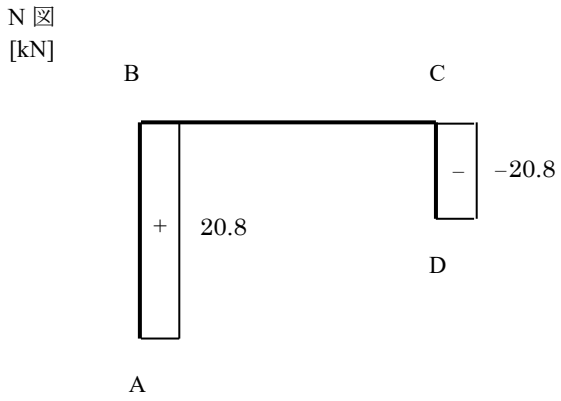
$\sum H = S_y = 0 \qquad \therefore S_y = 0$ kN

② 鉛直方向の力のつり合い

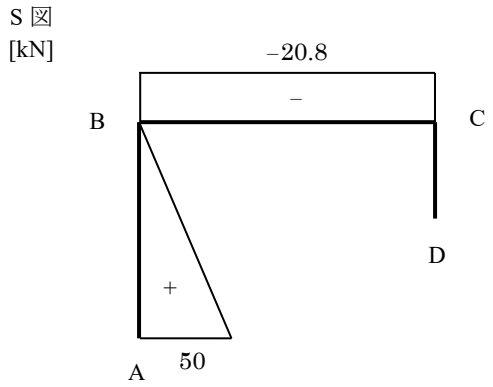
$\sum V = R_D + N_y = 0 \qquad \therefore N_y = -R_D = -20.8$ kN

③ 点 D から y だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い

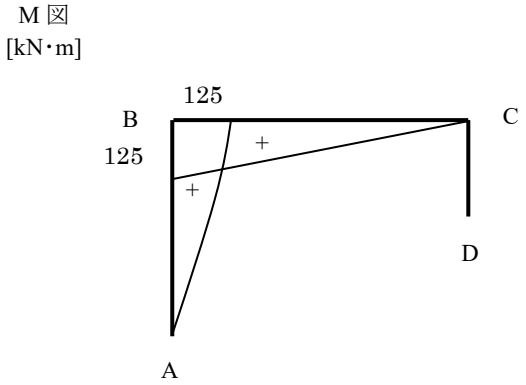
$\sum M = M_y = 0 \qquad \therefore M_y = 0$ kN·m



(a) N 図



(b) S 図



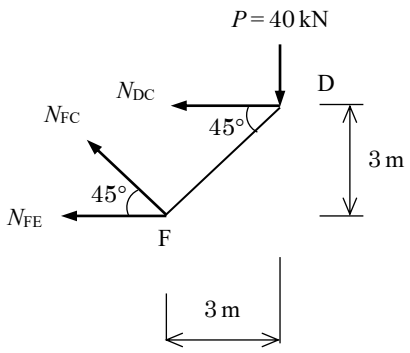
(c) M 図

解図 W4.53　断面力図

チャレンジ問題 4−15

支点反力：$H_A = -120$ kN，$R_A = 0$ kN，$H_B = 120$ kN，$R_B = 40$ kN

解図 W4.54 に示すように，部材 C-D，C-F，E-F を跨ぐ断面でトラスを切断し，右側のトラスに関する力のつり合い式から部材力を計算する。



解図 W4.54　切断面の右側における力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い

$$\sum H = -N_{DC} - N_{FC}\cos 45° - N_{FE} = 0 \qquad (1)$$

② 鉛直方向の力のつり合い

$$\sum V = N_{FC}\sin 45° - P = 0 \qquad (2)$$

③ 格点 F まわりのモーメントのつり合い式

$$\sum M = P \times 3 - N_{DC} \times 3 = 0 \qquad (3)$$

式(3)より，

$$\therefore N_{DC} = P = 40\ \text{kN}$$

式(2)より，

$$\therefore N_{FC} = \frac{P}{\sin 45°} = \frac{40}{\sin 45°} = 56.6\ \text{kN}$$

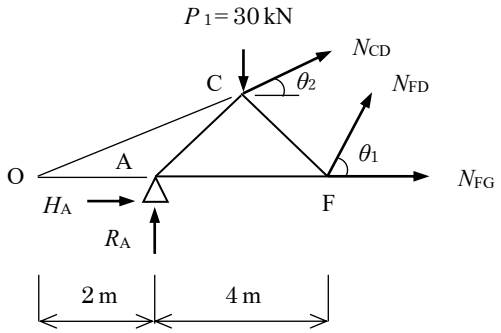
式(1)より，

$$\therefore N_{FE} = -N_{DC} - N_{FC}\cos 45° = -40 - 56.6 \times \cos 45° = -80\ \text{kN}$$

チャレンジ問題 4-16

支点反力： $H_A = 0$ kN，$R_A = 50$ kN，$R_B = 30$ kN

解図 W4.55 に示すように，部材 C-D，F-D，F-G を跨ぐ断面でトラスを切断し，左側のトラスに関する力のつり合い式から部材力を計算する。



解図 W4.55　切断面の右側における力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い

$$\sum H = H_A + N_{FD}\cos\theta_1 + N_{CD}\cos\theta_2 + N_{FG} = 0 \qquad (1)$$

② 鉛直方向の力のつり合い

$$\sum V = R_A - P_1 + N_{FD}\sin\theta_1 + N_{CD}\sin\theta_2 = 0 \qquad (2)$$

③ 点 O まわりのモーメントのつり合い

$$\sum M = -R_A \times 2 + P_1 \times 4 - (N_{FD}\sin\theta_1) \times 6 = 0 \qquad (3)$$

式(3)より,

$$\therefore N_{FD} = \frac{-R_A \times 2 + P_1 \times 4}{6 \times \sin\theta_1} = \frac{-50 \times 2 + 30 \times 4}{6 \times 0.894} = 3.73 \text{ kN}$$

式(2)より,

$$\therefore N_{CD} = \frac{-R_A + P_1 - N_{FD}\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{-50 + 30 - 3.73 \times 0.894}{0.447} = -52.2 \text{ kN}$$

式(1)より,

$$\therefore N_{FG} = -N_{FD}\cos\theta_1 - N_{CD}\cos\theta_2 = -3.73 \times 0.447 - (-52.2) \times 0.894 = 45.0 \text{ kN}$$