

第3章 支点反力

■ 未掲載問題・解答 ■

問題 3-1 図 3.1 に示す張出しばりの支点反力を求めよ。

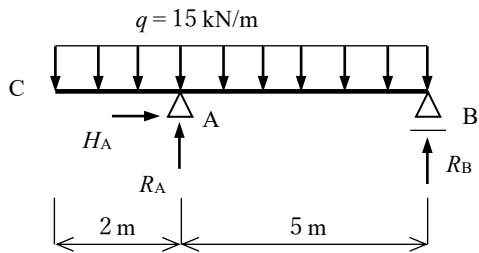


図 3.1 張出しばり

解答

水平方向の力のつり合い式：

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

点 B まわりのモーメントのつり合い式：

$$\begin{aligned} \sum M &= R_A \times 5 - q \times 7 \times 3.5 = 0 \\ \therefore R_A &= \frac{1}{5} \times q \times 7 \times 3.5 = \frac{1}{5} \times 15 \times 7 \times 3.5 = 73.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

鉛直方向の力のつり合い式：

$$\begin{aligned} \sum V &= R_A + R_B - q \times 7 = 0 \\ \therefore R_B &= -R_A + q \times 7 = -73.5 + 15 \times 7 = 31.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

問題 3-2 図 3.2 に示す片持ちばりの支点反力を求めよ。

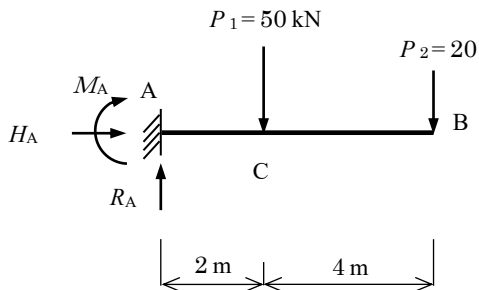


図 3.2 片持ちばり

解答

水平方向の力のつり合い式：

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

鉛直方向の力のつり合い式：

$$\sum V = R_A - P_1 - P_2 = 0 \quad \therefore R_A = P_1 + P_2 = 50 + 20 = 70 \text{ kN}$$

点Aまわりのモーメントのつり合い式：

$$\sum M = M_A + P_1 \times 2 + P_2 \times 6 = 0$$

$$\therefore M_A = -P_1 \times 2 - P_2 \times 6 = -50 \times 2 - 20 \times 6 = -220 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

問題 3-3 図 3.3 に示す折ればりの支点反力を求めよ。

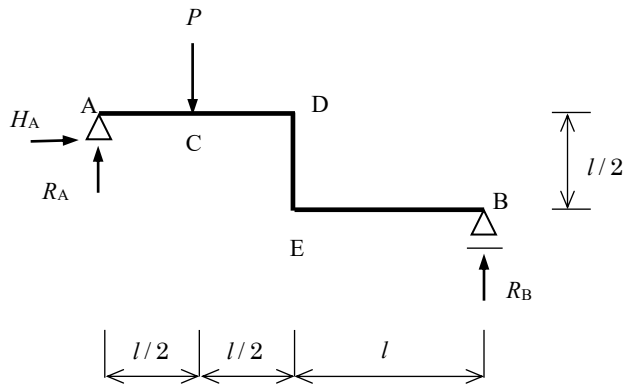


図 3.3 折ればり

解答

水平方向の力のつり合い式：

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0$$

点Bまわりのモーメントのつり合い式：

$$\sum M = R_A \times 2l - P \times \left(\frac{l}{2} + l\right) + H_A \times \frac{l}{2} = 0 \quad \therefore R_A = \frac{3}{4}P$$

鉛直方向の力のつり合い式：

$$\sum V = R_A + R_B - P = 0 \quad \therefore R_B = -R_A + P = -\frac{3}{4}P + P = \frac{P}{4}$$

問題 3-4 図 3.4 に示す単純ばりの支点反力を求めよ。

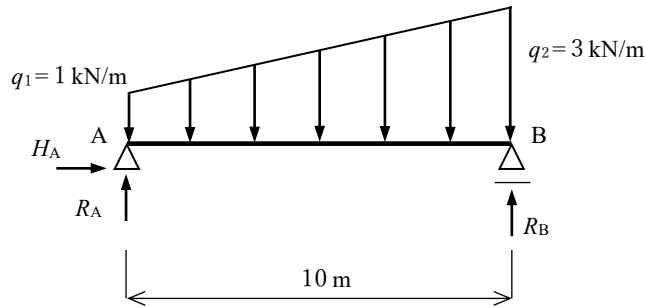


図 3.4 単純ばり

解答

台形分布荷重であるので、等分布荷重と等変分布荷重とに分けて計算すればよい。

等分布荷重の合力 $R_1 = q_1 \times 10 = 1 \times 10 = 10 \text{ kN}$

等変分布荷重の合力 $R_2 = \frac{1}{2}(q_2 - q_1) \times 10 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10 \text{ kN}$

支点反力は、力のつり合い式より、次のように求めることができる。

水平方向の力のつり合い式：

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

点 B まわりのモーメントのつり合い式：

$$\begin{aligned} \sum M &= R_A \times 10 - R_1 \times \left(\frac{1}{2} \times 10\right) - R_2 \times \left(\frac{1}{3} \times 10\right) = 0 \\ \therefore R_A &= \frac{1}{10} \times (R_1 \times 5 + R_2 \times 3.3) = \frac{1}{10} \times (10 \times 5 + 10 \times 3.3) = 8.3 \text{ kN} \end{aligned}$$

鉛直方向の力のつり合い式：

$$\begin{aligned} \sum V &= R_A + R_B - R_1 - R_2 = 0 \\ \therefore R_B &= -R_A + R_1 + R_2 = -8.3 + 10 + 10 = 11.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

問題 3-5 図 3.5 に示す張出しばりの支点反力を求めよ。

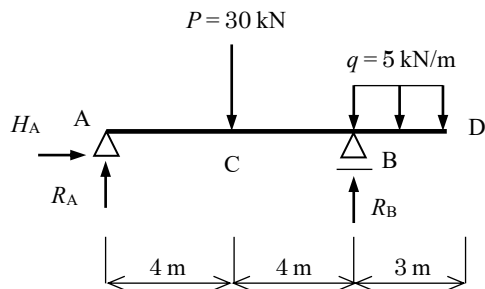


図 3.5 張出しばり

解答

水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

点 B まわりのモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times 8 - P \times 4 + q \times 3 \times 1.5 = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{1}{8} \times (P \times 4 - q \times 3 \times 1.5) = \frac{1}{8} \times (30 \times 4 - 5 \times 3 \times 1.5) = 12.2 \text{ kN}$$

鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A + R_B - P - q \times 3 = 0$$

$$\therefore R_B = -R_A + P + q \times 3 = -12.2 + 30 + 5 \times 3 = 32.8 \text{ kN}$$

問題 3-6 図 3.6 に示す張出しばりの支点反力を求めよ。

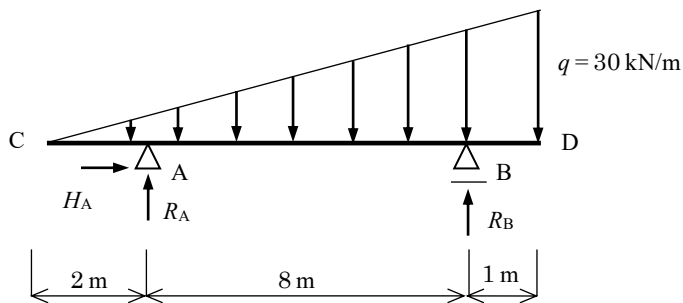


図 3.6 張出しばり

解答

水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

点 B まわりのモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times 8 - \frac{1}{2} \times q \times 11 \times \left(\frac{11}{3} - 1\right) = 0 \quad \therefore R_A = 55 \text{ kN}$$

鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A + R_B - \frac{1}{2} \times q \times 11 = 0 \quad \therefore R_B = 110 \text{ kN}$$

問題 3-7 図 3.7 に示す片持ちばりの支点反力を求めよ。

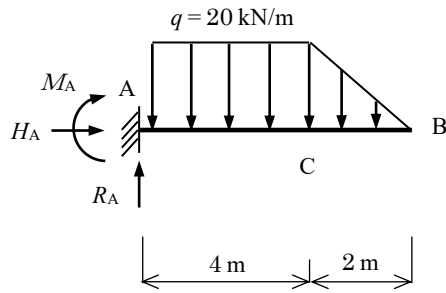


図 3.7 片持ちばり

解答

水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

鉛直方向の力のつり合い式

$$\begin{aligned} \sum V &= R_A - q \times 4 - \frac{1}{2} \times q \times 2 = 0 \\ \therefore R_A &= q \times 4 + \frac{1}{2} \times q \times 2 = 20 \times 4 + \frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 100 \text{ kN} \end{aligned}$$

点 A まわりのモーメントのつり合い式

$$\begin{aligned} \sum M &= M_A + q \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times q \times 2 \times \left(4 + \frac{1}{3} \times 2\right) = 0 \\ \therefore M_A &= -q \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times q \times 2 \times \left(4 + \frac{1}{3} \times 2\right) \\ &= -20 \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 20 \times 2 \times \left(4 + \frac{1}{3} \times 2\right) = -253.3 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

問題 3-8 図 3.8 に示す折ればりの支点反力を求めよ。

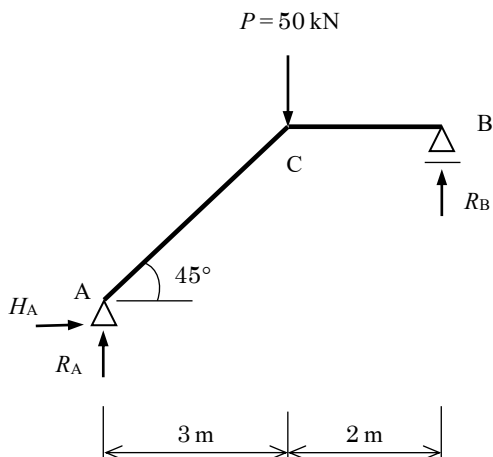


図 3.8 折ればり

解答

水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A = 0 \quad \therefore H_A = 0 \text{ kN}$$

点 B まわりのモーメントのつり合い式

$$\sum M = -H_A \times 3 + R_A \times 5 - P \times 2 = 0 \quad \therefore R_A = \frac{1}{5} \times P \times 2 = \frac{1}{5} \times 50 \times 2 = 20 \text{ kN}$$

鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A + R_B - P = 0 \quad \therefore R_B = -R_A + P = -20 + 50 = 30 \text{ kN}$$

第4章 断面力

■ 未掲載問題・解答 ■

問題 4-1 図 4.1 に示す張出しばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

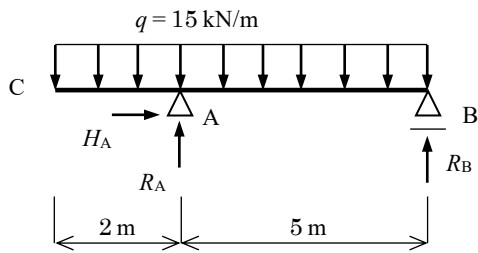


図 4.1 張出しばり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 73.5 \text{ kN}$, $R_B = 31.5 \text{ kN}$

(1) C-A 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m}$) について (図 4.2)

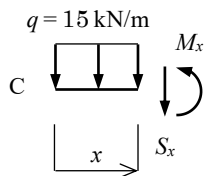


図 4.2 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = -q \times x - S_x = 0 \quad \therefore S_x = -qx = -15x$$

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -qx \times \frac{x}{2} - M_x = 0 \quad \therefore M_x = -\frac{qx^2}{2} = -7.5x^2$$

(2) B-A 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 5 \text{ m}$) について (図 4.3)

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\begin{aligned} \sum V &= S_x - q \times x + R_B = 0 \\ \therefore S_x &= qx - R_B = 15x - 31.5 \end{aligned}$$

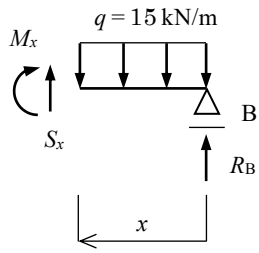


図 4.3 右側の力のつり合い

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + qx \times \frac{x}{2} - R_B \times x = 0$$

$$\therefore M_x = -\frac{qx^2}{2} + R_B x = -7.5x^2 + 31.5x$$

S 図, M 図は図 4.4 となる。

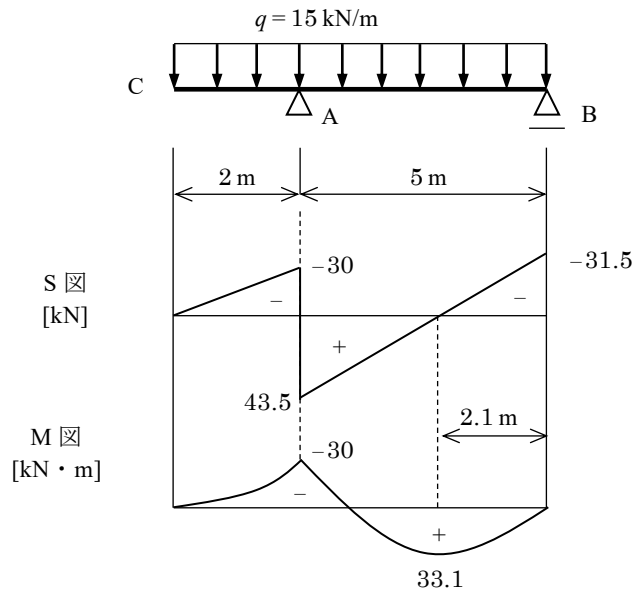


図 4.4 断面力図

問題 4-2 図 4.5 に示す片持ちばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

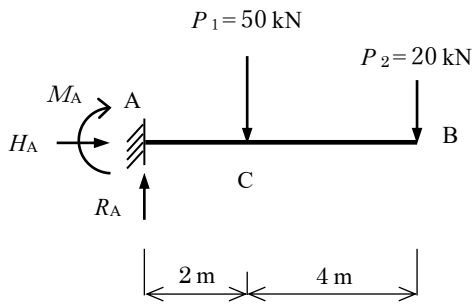


図 4.5 片持ちばり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 70 \text{ kN}$, $M_A = -220 \text{ kN}\cdot\text{m}$

(1) B-C 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 4 \text{ m}$) について (図 4.6)

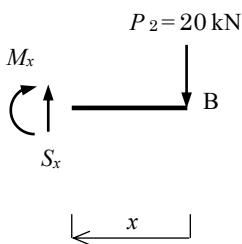


図 4.6 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x - P_2 = 0 \quad \therefore S_x = P_2 = 20 \text{ kN}$$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + P_2 \times x = 0 \quad \therefore M_x = -P_2 x = -20x$$

(2) C-A 間 ($4 \text{ m} \leq x \leq 6 \text{ m}$) について (図 4.7)

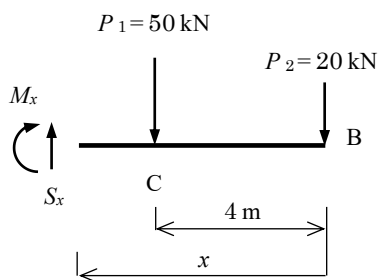


図 4.7 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x - P_1 - P_2 = 0 \quad \therefore S_x = P_1 + P_2 = 50 + 20 = 70 \text{ kN}$$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + P_1 \times (x - 4) + P_2 \times x = 0$$

$$\therefore M_x = -P_1 \times (x - 4) - P_2 \times x = -50 \times (x - 4) - 20x = -70x + 200$$

S 図, M 図は **図 4.8** となる。

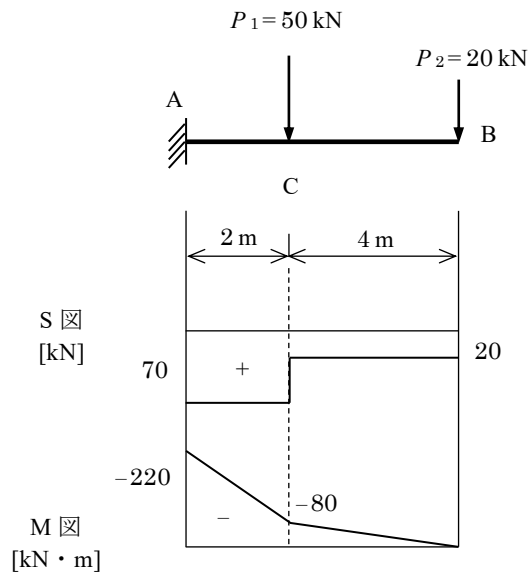


図 4.8 断面力図

問題 4-3 **図 4.9** に示す折ればりの断面力図 (N 図, S 図, M 図) を求めなさい。

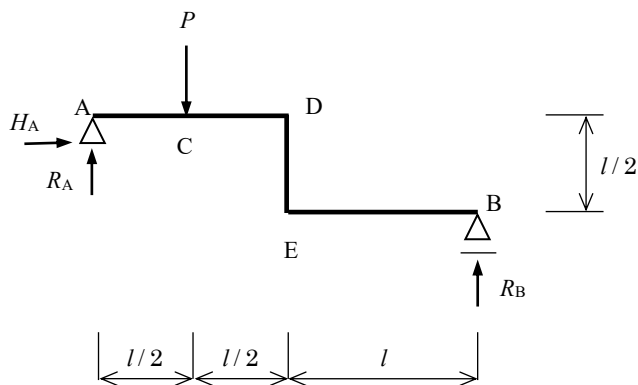


図 4.9 折ればり

解答

支点反力 : $H_A = 0$, $R_A = \frac{3}{4}P$, $R_B = \frac{P}{4}$

(1) A-C 間 ($0 \leq x \leq l/2$) について (図 4.10)

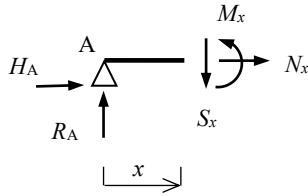


図 4.10 左側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = N_x = 0 \quad \therefore N_x = 0$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - S_x = 0 \quad \therefore S_x = R_A = \frac{3}{4}P$$

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \quad \therefore M_x = R_A x = \frac{3}{4}Px$$

(2) C-D 間 ($l/2 \leq x \leq l$) について (図 4.11)

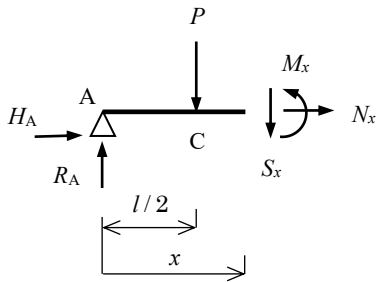


図 4.11 左側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = N_x = 0 \quad \therefore N_x = 0$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - P - S_x = 0 \quad \therefore S_x = R_A - P = -\frac{P}{4}$$

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - P \times \left(x - \frac{l}{2}\right) - M_x = 0 \quad \therefore M_x = R_A x - P \left(x - \frac{l}{2}\right) = -\frac{P}{4}x + \frac{Pl}{2}$$

(3) B-E 間 ($0 \leq x \leq l$) について (図 4.12)

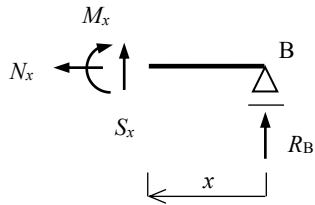


図 4.12 右側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = N_x = 0 \quad \therefore N_x = 0$$

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x + R_B = 0 \quad \therefore S_x = -R_B = -\frac{P}{4}$$

③ 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x - R_B \times x = 0 \quad \therefore M_x = R_B x = \frac{P}{4}x$$

(4) E-D 間 ($0 \leq y \leq l/2$) について (図 4.13)

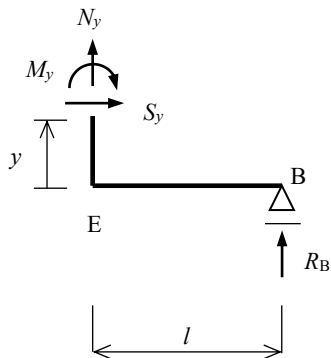


図 4.13 下側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = S_y = 0 \quad \therefore S_y = 0$$

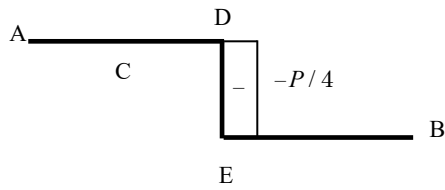
② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = N_y + R_B = 0 \quad \therefore N_y = -R_B = -\frac{P}{4}$$

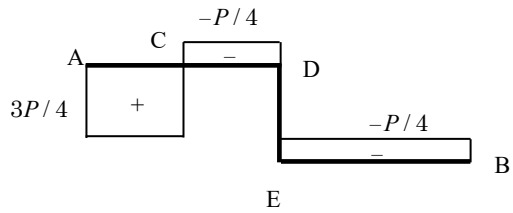
③ 点 E から y だけ離れた位置における関するモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_y - R_B \times l = 0 \quad \therefore M_x = R_B l = \frac{Pl}{4}$$

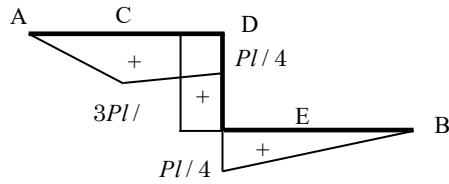
N 図, S 図, M 図は図 4.14 となる。



(a) N 図



(b) S 図



(c) M 図

図 4.14 断面力図

問題 4-4 図 4.15 に示す単純ばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

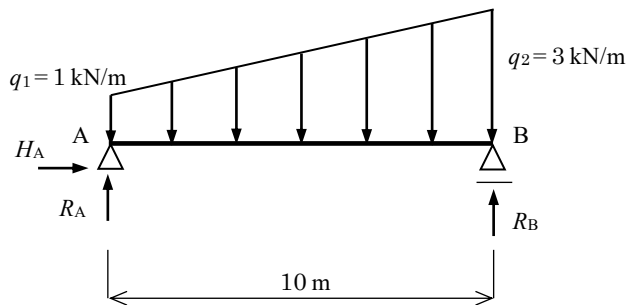


図 4.15 単純ばり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 8.3 \text{ kN}$, $R_B = 11.7 \text{ kN}$

A-B 間 ($0 \leq x \leq l$) について (図 4.16)

$$q_x = (q_2 - q_1) \times \frac{x}{10} = (3 - 1) \times \frac{x}{10} = \frac{x}{5}$$

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - q_1 \times x - \frac{1}{2} \times q_x \times x - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = R_A - q_1 x - \frac{1}{2} \times \frac{x}{5} \times x = 8.3 - x - \frac{x^2}{10}$$

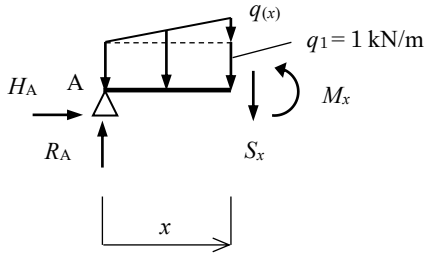


図 4.16 左側の力のつり合い

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - q_1 x \times \frac{x}{2} - \frac{1}{2} q_x x \times \frac{x}{3} - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = R_A x - \frac{q_1 x^2}{2} - \frac{q_x x^2}{6} = 8.3x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{30}$$

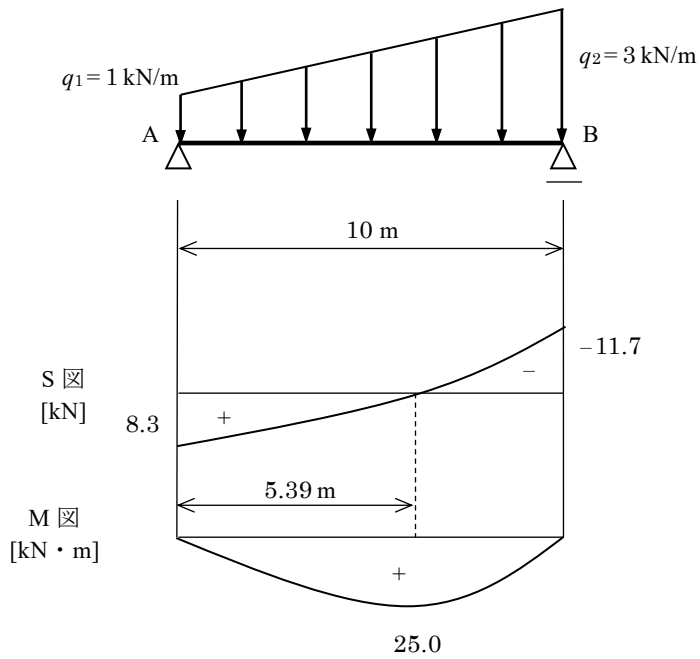


図 4.17 断面力図

問題 4-5 図 4.18 に示す張出しばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

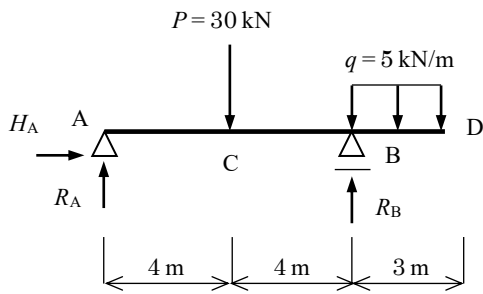


図 4.18 張出しばり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 12.2 \text{ kN}$, $R_B = 32.8 \text{ kN}$

(1) A-B 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 4 \text{ m}$) について (図 4.19)

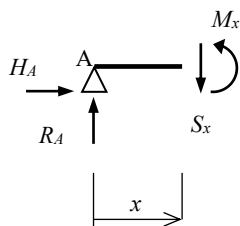


図 4.19 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - S_x = 0 \quad \therefore S_x = R_A = 12.2 \text{ kN}$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - M_x = 0 \quad \therefore M_x = R_A x = 12.2x$$

(2) C-B 間 ($4 \text{ m} \leq x \leq 8 \text{ m}$) について (図 4.20)

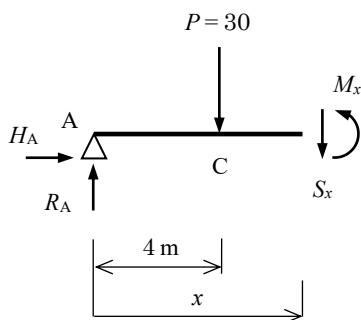


図 4.20 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - P - S_x = 0 \quad \therefore S_x = R_A - P = 12.2 - 30 = -17.8 \text{ kN}$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - P \times (x - 4) - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = R_A x - P(x - 4) = 12.2x - 30 \times (x - 4) = -17.8x + 120$$

(3) D-B 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$) について (図 4.21)

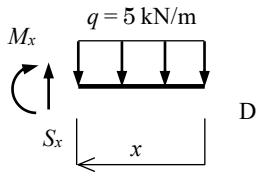


図 4.21 右側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x - q \times x = 0 \quad \therefore S_x = qx = 5x$$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + qx \times \frac{x}{2} = 0 \quad \therefore M_x = -\frac{qx^2}{2} = -2.5x^2$$

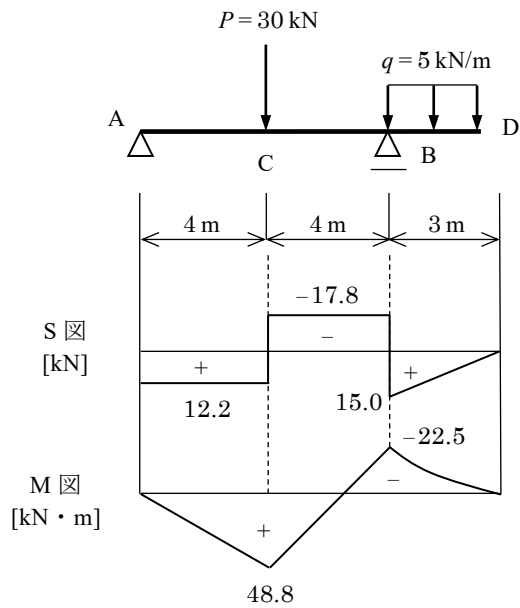


図 4.22 断面力図

問題 4-6 図 4.23 に示す張出しばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

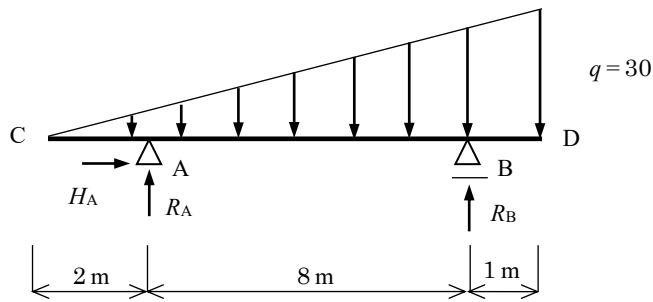


図 4.23 張出しばり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 55 \text{ kN}$, $R_B = 110 \text{ kN}$

(1) C-A 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m}$) について (図 4.24)

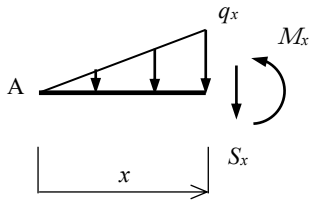


図 4.24 左側の力のつり合い

$$q_x = q \times \frac{x}{11} = \frac{30}{11}x$$

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = -\frac{1}{2} \times q_x \times x - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = -\frac{15}{11}x^2$$

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -\frac{1}{2}q_x x \times \frac{x}{3} - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = -\frac{5}{11}x^3$$

(2) A-B 間 ($2\text{ m} \leq x \leq 10\text{ m}$) について (図 4.25)

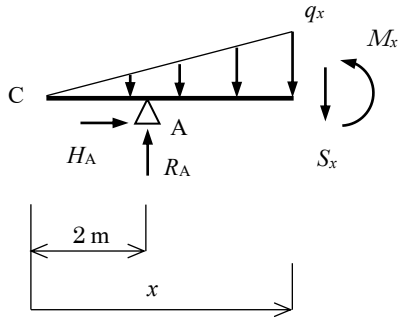


図 4.25 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = -\frac{1}{2} \times q_x \times x + R_A - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = -\frac{15}{11}x^2 + 55$$

② 点 C から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -\frac{1}{2}q_x x \times \frac{x}{3} + R_A \times (x - 2) - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = -\frac{5}{11}x^3 + 55x - 110$$

(3) B-D 間 ($10\text{ m} \leq x \leq 11\text{ m}$) について (図 4.26)

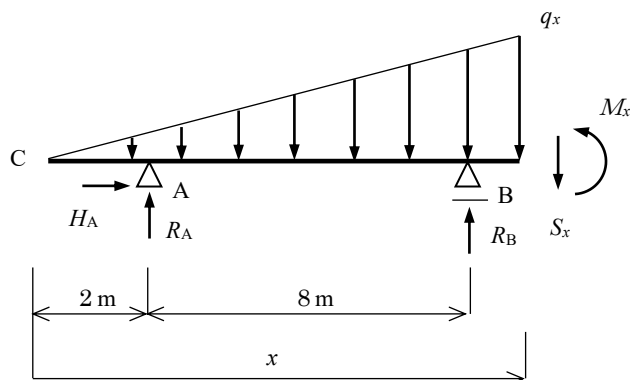


図 4.26 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = -\frac{1}{2} \times q_x \times x + R_A + R_B - S_x = 0$$

$$\therefore S_x = -\frac{15}{11}x^2 + 165$$

② 点Dからxだけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = -\frac{1}{2}q_x x \times \frac{x}{3} + R_A \times (x - 2) + R_B \times (x - 10) - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = -\frac{5}{11}x^3 + 165x - 1210$$

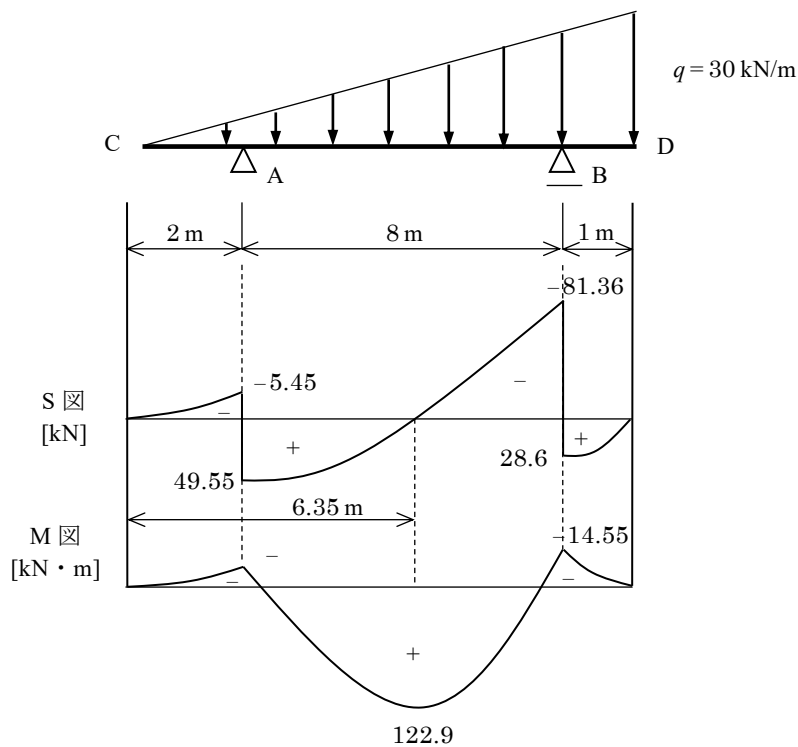


図 4.27 断面力図

問題 4-7 図 4.28 に示す片持ちばりの断面力図 (S 図, M 図) を求めよ。

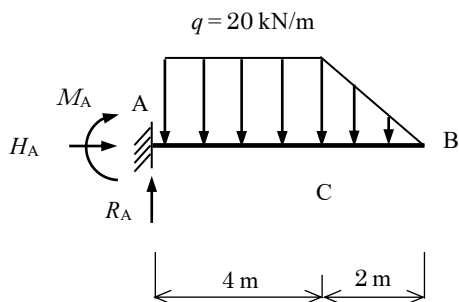


図 4.28 片持ちばり

解答

支点反力： $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 100 \text{ kN}$, $M_A = -253.3 \text{ kN}\cdot\text{m}$

(1) A-C 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 4 \text{ m}$) について (図 4.29)

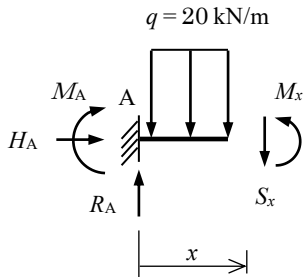


図 4.29 左側の力のつり合い

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A - q \times x - S_x = 0 \quad \therefore S_x = R_A - qx = 100 - 20x$$

② 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_A + R_A \times x - qx \times \frac{x}{2} - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = M_A + R_A x - \frac{qx^2}{2} = -253.3 + 100x - 10x^2$$

(2) B-C 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m}$) について (図 4.30)

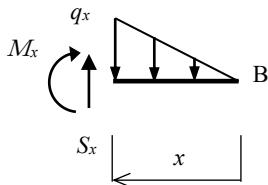


図 4.30 右側の力のつり合い

$$q_x = q \times \frac{x}{2} = 20 \times \frac{x}{2} = 10x$$

① 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x - \frac{1}{2} \times q_x \times x = 0 \quad \therefore S_x = \frac{1}{2} \times 10x \times x = 5x^2$$

② 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = M_x + \frac{1}{2} q_x x \times \frac{x}{3} = 0 \quad \therefore M_x = -\frac{1}{2} q_x x \times \frac{x}{3} = -5x^2 \times \frac{x}{3} = -\frac{5}{3}x^3$$

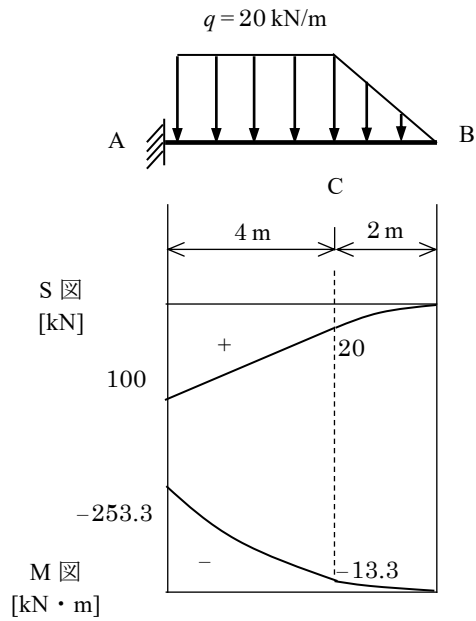


図 4.31 断面力図

問題 4-8 図 4.32 に示す折ればりの断面力図 (N 図, S 図, M 図) を求めよ。

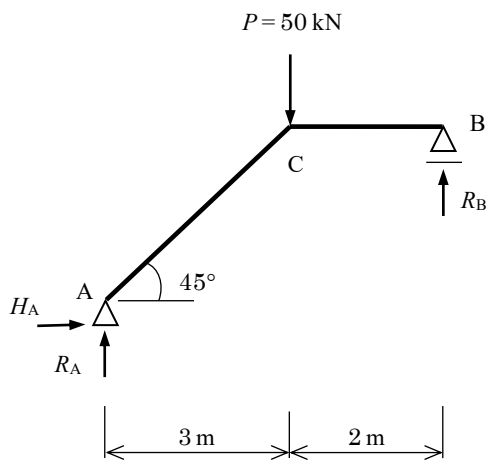


図 4.32 折ればり

解答

支点反力 : $H_A = 0 \text{ kN}$, $R_A = 20 \text{ kN}$, $R_B = 30 \text{ kN}$

(1) A-C 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m}$) について (図 4.33)

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = H_A + N_x \cos 45^\circ + S_x \sin 45^\circ = 0 \quad (1)$$

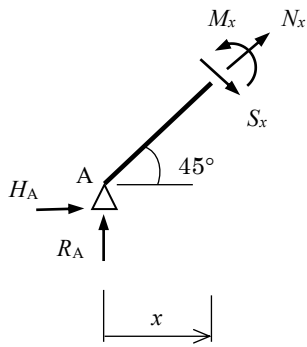


図 4.33 左側の力のつり合い

② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = R_A + N_x \sin 45^\circ - S_x \cos 45^\circ = 0 \quad (2)$$

式(1) $\times \cos 45^\circ$, 式(2) $\times \sin 45^\circ$ より

$$\begin{cases} N_x \cos^2 45^\circ + S_x \sin 45^\circ \cos 45^\circ = 0 \\ R_A \sin 45^\circ + N_x \sin^2 45^\circ - S_x \sin 45^\circ \cos 45^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\therefore N_x = -R_A \sin 45^\circ = -20 \times \sin 45^\circ = -14.1 \text{ kN}$$

$$\therefore S_x = -\frac{N_x \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = R_A \cos 45^\circ = 20 \times \cos 45^\circ = 14.1 \text{ kN}$$

③ 点 A から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

$$\sum M = R_A \times x - H_A \times x - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = R_A x = 20x$$

(2) B-C 間 ($0 \text{ m} \leq x \leq 2 \text{ m}$) について (図 4.34)

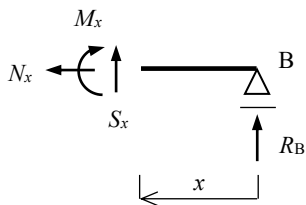


図 4.34 右側の力のつり合い

① 水平方向の力のつり合い式

$$\sum H = -N_x = 0 \quad \therefore N_x = 0 \text{ kN}$$

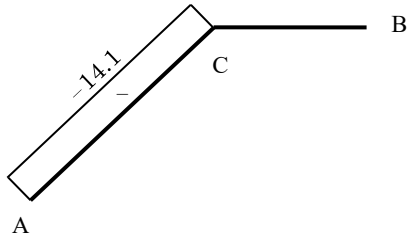
② 鉛直方向の力のつり合い式

$$\sum V = S_x + R_B = 0 \quad \therefore S_x = -R_B = -30 \text{ kN}$$

③ 点 B から x だけ離れた位置におけるモーメントのつり合い式

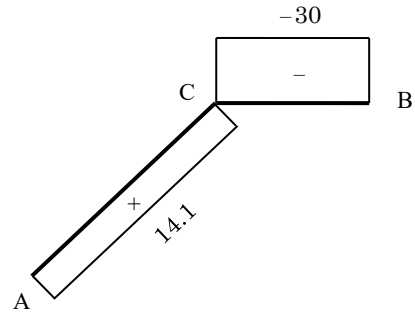
$$\sum M = M_x - R_B \times x = 0 \quad \therefore M_x = R_B x = 30x$$

N 図
[kN]



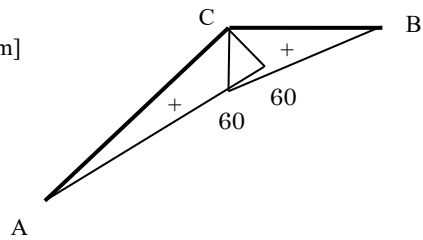
(a) N 図

S 図
[kN]



(b) S 図

M 図
[kN·m]



(c) M 図

図 4.35 断面力図

第5章 た わ み

■ 未 掲 載 問 題 ・ 解 答 ■

問題 5-1

図 5.1 に示す片持ちばりの点 B に集中荷重 P_1 、点 C に集中荷重 P_2 が作用している。点 B および点 C のたわみとたわみ角を求めよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とする。

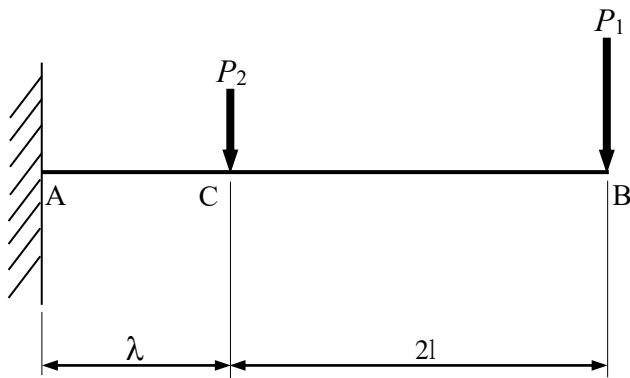
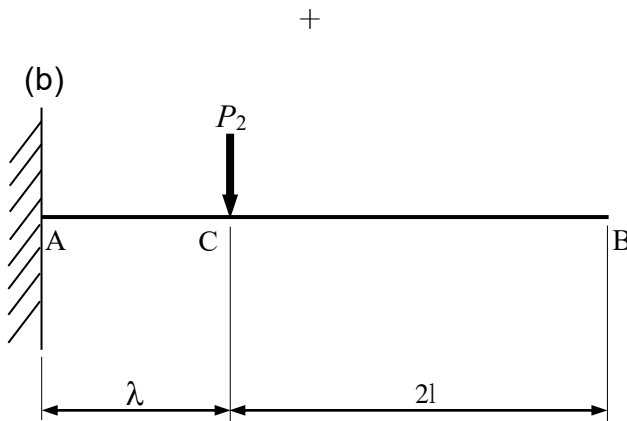
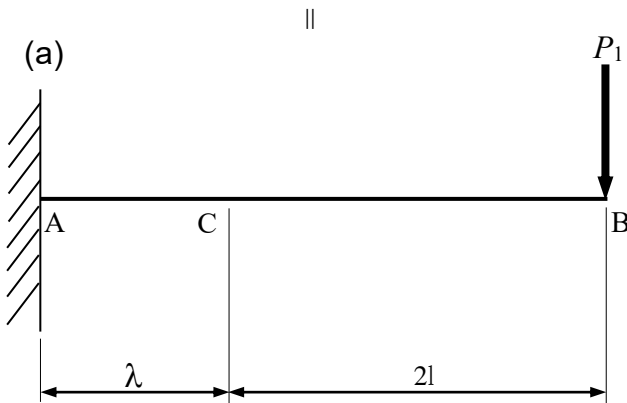
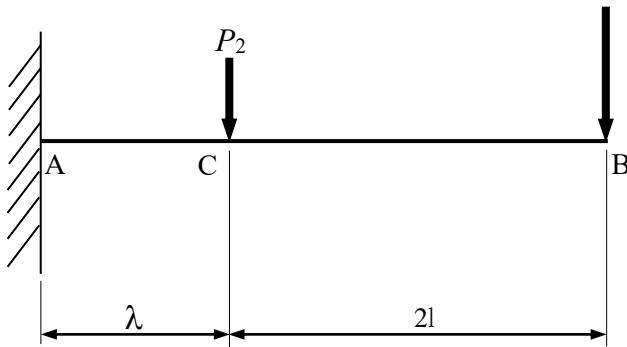


図 5.1 2 つの集中荷重が作用した片持ちばり

解答



・点 C

本問では、荷重を(a)と(b)の2つに分け、最後に、重ねあわせることで求めます。

(a) 基本問題 5-3 より、たわみの微分方程式は、次式のように得られる。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI} = \frac{P_1}{EI}x$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = \frac{P_1}{2EI}x^2 + C_1$$

$$y = \frac{P_1}{6EI}x^3 + C_1x + C_2$$

(C_1, C_2 : 積分定数)

境界条件は、 $x = 3\lambda$ の時、 $y = 0, \theta = 0$ より、

$$C_1 = -\frac{9P_1^2}{2EI}, \quad C_2 = \frac{9P_1^3}{EI}$$

以上より、点 B および点 C のたわみ、たわみ角は、それぞれ、以下のとおりになる。

・点 B

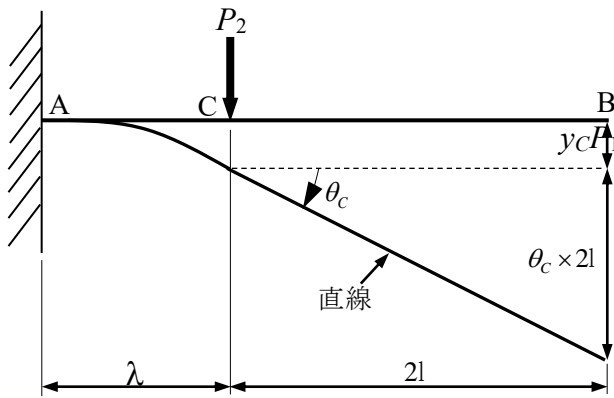
$$y_{B(a)} = \frac{9P_1^3}{EI}, \quad \theta_{B(a)} = \frac{9P_1^2}{2EI}$$

$$y_{C(a)} = \frac{4P_1^3}{3EI}, \quad \theta_{C(a)} = \frac{5P_1^2}{2EI}$$

(b) C-B 間は曲げモーメントが作用していないため、たわみの式は直線で表される。従って、点 B のたわみおよびたわみ角は、次式で表される。

$$y_B = y_C + \theta_b \times 2l$$

$$\theta_b = \theta_c$$



以上より、点Bおよび点Cのたわみ、たわみ角は、それぞれ、以下のとおりになる
(点Cの値は、基本問題 5-3 参照)。

・点B

$$y_{B(b)} = \frac{4P_2l^3}{3EI}, \quad \theta_{B(b)} = \frac{P_2l^2}{2EI}$$

・点C

$$y_{C(b)} = \frac{P_2l^3}{3EI}, \quad \theta_{C(b)} = \frac{P_2l^2}{2EI}$$

以上より、2つの解を“重ね合わせる”ことで、点Bおよび点Cのたわみ、たわみ角の値を求めることができる。

$$\text{点B たわみ: } y_B = \frac{9P_1l^3}{EI} + \frac{4P_2l^3}{3EI}, \quad \text{たわみ角: } \theta_B = \frac{9P_1l^2}{2EI} + \frac{P_2l^2}{2EI}$$

$$\text{点C たわみ: } y_C = \frac{4P_1l^3}{3EI} + \frac{P_2l^3}{3EI}, \quad \text{たわみ角: } \theta_C = \frac{5P_1l^2}{2EI} + \frac{P_2l^2}{2EI}$$