第 10 章　マトリックス構造解析の基礎

■　基 本 問 題 解 答　■

基本問題 10-2

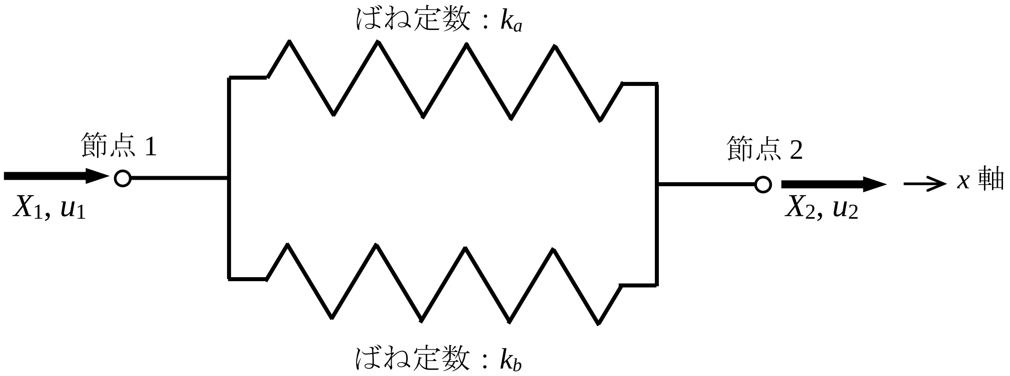

図 10.6　並列ばね要素

ばね定数：k_a における節点 1 と節点 2 の剛性方程式は，以下のとおりになる。

$$\begin{Bmatrix} X_{a1} \\ X_{a2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{Bmatrix}$$

同じく，ばね定数：k_b における節点 1 と節点 2 の剛性方程式は，以下のとおりになる。

$$\begin{Bmatrix} X_{b1} \\ X_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{b1} \\ u_{b2} \end{Bmatrix}$$

上の 2 式をまとめると($X_1=X_{a1}+X_{b1}$, $X_2=X_{b1}+X_{b2}$, $u_1=u_{a1}+u_{a2}$, $u_2=u_{b1}+u_{b2}$), 剛性方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_a + k_b & -\left(k_a + k_b\right) \\ -\left(k_a + k_b\right) & k_a + k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

■　チャレンジ問題解答　■

チャレンジ問題 10−1

部材 1-2 の剛性方程式は，式(10.7)より，次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \frac{\sqrt{3}EA}{2a} \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

同じく，部材 1-3 の剛性方程式は，次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_3 \\ Y_3 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

以上より，構造系全体の剛性方程式は，次式となる。

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{3}+8}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -1 & 0 \\ \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

境界条件は，$u_2 = u_3 = v_2 = v_3 = 0$ である。

一方，荷重条件は，$X_1 = 0$，$Y_1 = P$ (荷重 P は y の方向に作用している)
以上より，上記の構造系全体の剛性方程式は，以下のとおり縮小される。

$$\begin{Bmatrix} X_1 = 0 \\ Y_1 = P \end{Bmatrix} = \frac{EA}{8a}\begin{bmatrix} 3\sqrt{3}+8 & 3 \\ 3 & \sqrt{3} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dfrac{EA}{8a}\left(3\sqrt{3}+8\right)u_1 + 3v_1 = 0 \\ \\ \dfrac{EA}{8a}\left(3u_1 + \sqrt{3}v_1\right) = P \end{cases}$$

上式の連立方程式を解くことより，u_1 と v_1 の値が求まる。

$$u_1 = \frac{-\sqrt{3}Pa}{EA}, \quad v_1 = \frac{9+8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{Pa}{EA}$$

以上より，各部材力は，式(10.6)より，以下のとおり得ることができる。

$$N_{1-2} = \frac{\sqrt{3}EA}{2a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{-\sqrt{3}Pa}{EA} + \frac{1}{2}\cdot\frac{9+8\sqrt{3}}{3}\frac{Pa}{EA}\right) = 2P$$

$$N_{1-3} = \frac{EA}{a}\left(1\cdot\frac{-\sqrt{3}Pa}{EA}\right) = -\sqrt{3}P$$