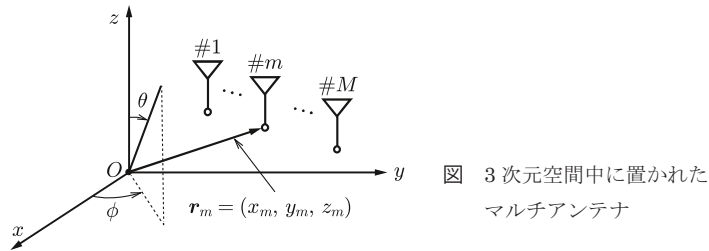


『MIMO アンテナ』 3.5 節補足資料

書籍『MIMO アンテナ』3.5 節 (p.68) の脚注に示したとおり，本資料ではアンテナの利得と効率について詳しく解説する。

1. アレー素子指向性と利得・効率

図は 3 次元空間に置かれた M 素子のマルチアンテナを示している。マルチアンテナでは，ある一つのポートを励振した場合であっても，相互結合によってほかのアンテナ素子にも電流が流れるため，すべてのアンテナ素子から電磁波が放射される。



ここでは，アレー素子指向性を具体的に定義する。 m 番目のポートにのみ入射波 a_m を与え，ほかのすべてのポートを基準インピーダンス z_0 の負荷抵抗で終端するものとする。この場合，入射ベクトルは

$$\mathbf{a} = a_m \mathbf{e}_m \quad (1)$$

2 . 『MIMO アンテナ』3.5 節補足資料

と表される。ここで、 $\mathbf{e}_m$ は m 番目の要素のみが 1 であり、それ以外の要素が 0 である M 次元単位ベクトルである。書籍 3.4 節で述べたとおり、このときの反射ベクトルは

$$\mathbf{b} = \mathbf{S}_A \mathbf{a} = a_m \mathbf{S}_A \mathbf{e}_m \quad (2)$$

となる。

m 番目のポートを励振した場合に、原点 O から距離 r 離れた方向 (θ, ϕ) において観測される遠方界の電界を

$$\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi) = \begin{pmatrix} E_{\theta m}(r, \theta, \phi) \\ E_{\phi m}(r, \theta, \phi) \end{pmatrix} \quad (3)$$

と表す。 $E_{\theta m}(r, \theta, \phi)$ および $E_{\phi m}(r, \theta, \phi)$ は、それぞれ遠方界電界の θ 成分および ϕ 成分である。ここで、 $\mathbf{r}_m$ を原点 O に対する m 番目の素子アンテナの位置ベクトルとし、 $1 \leq m \leq M$ とする。また、 $r \gg \max_m \|\mathbf{r}_m\|$ であるものとし、観測点はマルチアンテナから十分に離れているものとする。

本資料では、電界を実効値のフェーズで表すものとする。したがって、この位置における電力密度 $p_m(r, \theta, \phi)$ は

$$p_m(r, \theta, \phi) = \frac{\|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2}{\eta} \quad (4)$$

となる。ここで、 η は空間の固有インピーダンスである。

書籍 3.4 節で定義した電力波を用いると、 m 番目のポートへの入射電力は

$$P_{\text{inc } m} = |a_m|^2 \quad (5)$$

と表される。同じ入射波 a_m を理想的に整合する等方性アンテナに与えた場合の、距離 r における電力密度を $p_{0m}(r)$ とすると

$$p_{0m}(r) = \frac{P_{\text{inc } m}}{4\pi r^2} = \frac{|a_m|^2}{4\pi r^2} \quad (6)$$

となる。なお、等方性アンテナからの放射を仮定しているため、 $p_{0m}(r)$ は θ および ϕ に依存しない。この電力密度に対応する等方性アンテナの基準電界の複素振幅を

$$E_{0m}(r) = \sqrt{\frac{\eta}{4\pi}} a_m \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (7)$$

と定義する。ここで、 $E_{0m}(r)$ はスカラーであり

$$\frac{|E_{0m}(r)|^2}{\eta} = p_{0m}(r) \quad (8)$$

の関係が成立する。

アンテナの動作利得（英語では「realized gain」と記される）は、実際のアンテナから得られる電力密度と、同じ入射電力を等方性アンテナに与えた場合の電力密度との比であり

$$\begin{aligned} G_{rm}(\theta, \phi) &= \frac{p_m(r, \theta, \phi)}{p_{0m}(r)} \\ &= \frac{\|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2}{|E_{0m}(r)|^2} \end{aligned} \quad (9)$$

と定義される。アンテナの動作利得の分母はアンテナポートへの入射電力であるため、アンテナ端における反射、ほかのポートへの相互結合、導体損および誘電体損の影響が含まれる。

一般に、指向性は電力に対応する実数値によって表されるが、MIMO アンテナの評価では、振幅だけでなく位相および偏波の情報も必要となる。そこで、電界に対応する複素振幅を用いてアレー素子指向性を表したものを、アレー素子複素指向性と定義する。原点 O を基準とするアレー素子複素指向性を

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_m(\theta, \phi) &= \frac{\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)}{E_{0m}(r)} \\ &= \begin{pmatrix} D_{\theta m}(\theta, \phi) \\ D_{\phi m}(\theta, \phi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

と定義する。 $D_{\theta m}(\theta, \phi)$ および $D_{\phi m}(\theta, \phi)$ は、それぞれ θ 成分および ϕ 成分のアレー素子複素指向性を表す。アレー素子複素指向性は無次元の複素ベクトルであり、すべてのアンテナ素子に共通する原点 O を位相の基準とする。

4 『MIMO アンテナ』 3.5 節補足資料

したがって、素子アンテナの相対位置に起因する位相差も $\mathbf{D}_m(\theta, \phi)$ に含まれる。以降、特段の断りがない限り、 $\mathbf{D}_m(\theta, \phi)$ を単に「複素指向性」と呼ぶ。

式 (9) および式 (10) より

$$\begin{aligned} G_{rm}(\theta, \phi) &= \|\mathbf{D}_m(\theta, \phi)\|^2 \\ &= |D_{\theta m}(\theta, \phi)|^2 + |D_{\phi m}(\theta, \phi)|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

となる。すなわち、本書で用いるアレー素子複素指向性の絶対値二乗は、アンテナの動作利得を表す。

つぎに、アンテナの利得および効率について整理する。3.4 節で述べたとおり、アンテナに入力される電力 P_{Am} は、入射電力からすべてのポートに現れる反射電力を差し引いたものである。式 (1) のように m 番目のポートのみを励振した場合は

$$\begin{aligned} P_{Am} &= \mathbf{a}^H \mathbf{a} - \mathbf{b}^H \mathbf{b} \\ &= |a_m|^2 \left(1 - \sum_{k=1}^M |s_{km}|^2 \right) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。

一方、 m 番目のポートを励振した場合に空間へ放射される全電力を $P_{rad m}$ とすると

$$P_{rad m} = \frac{r^2}{\eta} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2 \sin \theta d\phi d\theta \quad (13)$$

と表される。

アンテナの動作利得、アンテナの利得および指向性利得は、それぞれ入射電力 $P_{inc m}$ 、アンテナに入力される電力 P_{Am} および放射電力 $P_{rad m}$ を等方性アンテナに与えた場合を基準として

$$\begin{cases} G_{rm}(\theta, \phi) = \frac{p_m(r, \theta, \phi)}{P_{inc m}/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi r^2 \|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2}{\eta P_{inc m}} \\ G_m(\theta, \phi) = \frac{p_m(r, \theta, \phi)}{P_{A m}/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi r^2 \|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2}{\eta P_{A m}} \\ G_{dm}(\theta, \phi) = \frac{p_m(r, \theta, \phi)}{P_{rad m}/(4\pi r^2)} = \frac{4\pi r^2 \|\mathbf{E}_m(r, \theta, \phi)\|^2}{\eta P_{rad m}} \end{cases} \quad (14)$$

と定義される。アンテナの動作利得には、アンテナ端における反射、相互結合、導体損および誘電体損の影響が含まれる。アンテナの利得では、アンテナ端における反射および相互結合によってほかの終端ポートへ伝送される電力の影響は分母から除かれるが、相互結合に伴う指向性の変化、導体損および誘電体損の影響は含まれる。指向性利得は、放射電力が方向 (θ, ϕ) に集中する程度を表す。

アンテナに入力される電力に対する放射電力の比を、アンテナの効率、すなわち放射効率（英語では「radiation efficiency」と記される）と呼ぶ。一方、入射電力に対する放射電力の比をアンテナの総効率（英語では「total radiation efficiency」と記される）と呼ぶ。これらは

$$\begin{cases} \eta_{rad m} = \frac{P_{rad m}}{P_{A m}} \\ \eta_{tot m} = \frac{P_{rad m}}{P_{inc m}} \end{cases} \quad (15)$$

と定義される。放射効率は、アンテナに入力された電力のうち、導体損および誘電体損として消費されずに空間へ放射された電力の割合を表す。総効率には、アンテナ端における反射や相互結合によって電源やほかの終端ポートへ伝送される電力、導体損および誘電体損の影響が含まれる。

式 (12)、式 (14) および式 (15) より、利得と効率の関係は

$$\left\{ \begin{array}{l} G_m(\theta, \phi) = \eta_{\text{rad } m} G_{\text{d } m}(\theta, \phi) \\ G_{\text{r } m}(\theta, \phi) = \frac{P_{\text{A } m}}{P_{\text{inc } m}} G_m(\theta, \phi) \\ \quad = \left(1 - \sum_{k=1}^M |s_{km}|^2 \right) G_m(\theta, \phi) \\ \quad = \eta_{\text{tot } m} G_{\text{d } m}(\theta, \phi) \end{array} \right. \quad (16)$$

とまとめられる。

複素指向性の絶対値二乗はアンテナの動作利得であるため、総効率

$$\eta_{\text{tot } m} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \|\mathbf{D}_m(\theta, \phi)\|^2 \sin \theta d\phi d\theta \quad (17)$$

により計算される ($0 \leq \eta_{\text{tot } m} \leq 1$)。

2. 複素指向性を用いた相関係数計算法

前項で定義した複素指向性を用いて、指向性の相関係数を計算することが可能である。第2章で述べた相関係数は、伝搬チャネルまたは受信信号から求められる相関係数であり、これから述べる指向性の相関係数とは異なるので注意されたい。ここでは、第2章での定義に従い、複素相関係数の絶対値を「相関係数」と呼ぶ。

m 番目のアンテナと n 番目のアンテナ ($1 \leq m, n \leq M$) の間の指向性の相関係数は、複素指向性を用いて

$$\begin{aligned} \rho_{mn} &= \frac{\left| \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mathbf{D}_m(\theta, \phi)^H \mathbf{D}_n(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta \right|}{\sqrt{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \|\mathbf{D}_m(\theta, \phi)\|^2 \sin \theta d\phi d\theta} \sqrt{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \|\mathbf{D}_n(\theta, \phi)\|^2 \sin \theta d\phi d\theta}} \end{aligned} \quad (18)$$

により計算できる。式 (18) では、各アンテナの複素指向性の大きさが分母によって規格化されるため、相関係数は複素指向性の利得に関する規格化方法には依存しない。また、 ρ_{mn} は指向性の形状、位相および偏波を含む相関特性を表す。アンテナが3素子以上ある場合は、異なるアンテナの組合せごとに $M C_2$ 個の相関係数が計算される。その場合、すべての相関係数の平均値を評価の指標として用いることもある。

また、複素指向性を用いて相関行列を計算することも可能である。複素指向性を列方向に並べた行列を

$$\mathbf{D}(\theta, \phi) = (\mathbf{D}_1(\theta, \phi), \dots, \mathbf{D}_M(\theta, \phi)) \quad (19)$$

とすると、複素指向性の相関行列は

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_P &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mathbf{D}(\theta, \phi)^H \mathbf{D}(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1^H \mathbf{D}_1 & \cdots & \mathbf{D}_1^H \mathbf{D}_M \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{D}_M^H \mathbf{D}_1 & \cdots & \mathbf{D}_M^H \mathbf{D}_M \end{pmatrix} \sin \theta d\phi d\theta \end{aligned} \quad (20)$$

のように計算できる。ただし、式 (20) の行列内では、表記を簡潔にするため、各複素指向性の引数 (θ, ϕ) を省略している。

ここで、 Ω は立体角であり

$$d\Omega = \sin \theta d\phi d\theta \quad (21)$$

と表される。したがって、式 (20) は

$$\mathbf{R}_P = \frac{1}{4\pi} \int \int \mathbf{D}(\theta, \phi)^H \mathbf{D}(\theta, \phi) d\Omega \quad (22)$$

と簡潔に表すこともできる。

相関行列 $\mathbf{R}_P$ の m 行 n 列の要素を R_{Pmn} とすると

$$R_{Pmn} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \mathbf{D}_m(\theta, \phi)^H \mathbf{D}_n(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta \quad (23)$$

となる。本書では複素指向性の絶対値二乗がアンテナの動作利得となるように規格化しているため、相関行列の m 番目の対角項は

$$\begin{aligned} R_{\mathbf{P}mm} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \|\mathbf{D}_m(\theta, \phi)\|^2 \sin \theta d\phi d\theta \\ &= \eta_{\text{tot } m} \end{aligned} \quad (24)$$

となり、前項で定義した m 番目のアンテナの総効率に等しい。したがって、相関行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{P}}$ の対角項には各アンテナの総効率が、非対角項には異なるアンテナ間の複素指向性の相関が含まれる。

式 (23) を用いると、式 (18) の相関係数は

$$\rho_{mn} = \frac{|R_{\mathbf{P}mn}|}{\sqrt{R_{\mathbf{P}mm}R_{\mathbf{P}nn}}} = \frac{|R_{\mathbf{P}mn}|}{\sqrt{\eta_{\text{tot } m} \eta_{\text{tot } n}}} \quad (25)$$

と表すことができる。このように、複素指向性の相関行列 $\mathbf{R}_{\mathbf{P}}$ から、各アンテナの総効率およびアンテナ間の相関係数を求めることができる。