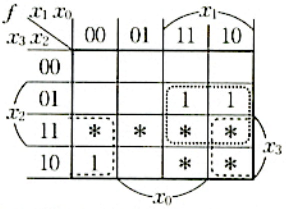
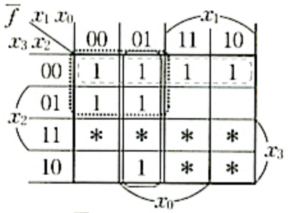
4.9 ドントケアを考慮した簡単化

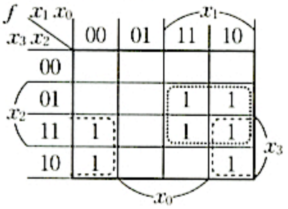
⌘ **積和形論理式**　（1）　$f = x_1 \cdot x_2 + \overline{x_0} \cdot x_3$





（2）　$\overline{f} = x_0 \cdot \overline{x_1} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$

⌘ **上の積和形論理式（1）で表される論理関数のカルノー図**



⌘ **和積形論理式**

（3）　$f = \overline{\overline{f}} = \overline{x_0 \cdot \overline{x_1} + \overline{x_1} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}}$
$= (\overline{x_0 \cdot \overline{x_1}}) \cdot (\overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_3}}) \cdot (\overline{\overline{x_2} \cdot \overline{x_3}})$
$= (\overline{x_0} + x_1) \cdot (x_1 + x_3) \cdot (x_2 + x_3)$

不完全記述関数を表す論理式を求める際，ドントケアに対する関数の値は0でも1でもよいので，論理式が簡単になるように定めることができる。以下にその手法を示すが，求める最簡な論理式は，項数が最小の論理式の中でリテラル数が最小のものである。

最簡な積和形論理式を求めるため，4.8節で定義した主項を利用する。すなわち，与えられた不完全記述関数fの主項をすべて求め，それらの中からfのすべての1を被覆する最小個の主項を選ぶ。その際，最小個の主項からなる異なる組がともにfのすべての1を被覆するならば，リテラル数が少ないほうを選ぶ。このようにして得られた主項の和で論理式をつくる。

例えば，左上のカルノー図で与えられる論理関数fの主項は，$x_1 \cdot x_2$と$\overline{x_0} \cdot x_3$であり，これらを用いてfの1をすべて被覆でき，fの1をすべて被覆するには二つとも必要であるから，これらは最小個数である。したがって，式(1)は最簡な積和形論理式である。左下に，この積和形論理式が表す関数のカルノー図を示す。これより，論理式(1)を得るため，関数fのドントケアに対して，出力の値がどのように定められたかがわかる。

不完全記述関数fの最簡な和積形論理式を求めるよい手法は知られていないが，完全記述関数の場合と同様，fの否定の論理関数$\overline{f}$の最簡な積和形論理式を求め，その否定にド・モルガンの定理を適用して，和積形論理式を求めることができる。

例えば，左上のカルノー図で示される論理関数fの否定は，右上のように得られるから，これの主項を求めると，$x_0 \cdot \overline{x_1}$，$x_0 \cdot \overline{x_2}$，$x_0 \cdot x_3$，$x_1 \cdot \overline{x_2}$，$\overline{x_1} \cdot x_2$，$\overline{x_1} \cdot \overline{x_3}$，$\overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$の七つが得られる。そこで，これらの中から図に示した三つの主項を選び，最簡な積和形論理式を求めると，式(2)を得る。この式の否定にド・モルガンの定理を2回適用すると，式(3)に示す和積形論理式が得られる。

~~完全記述関数であればこの方法で最簡な和積形論理式が得られるが，不完全記述関数の場合，得られた和積形論理式が最簡であるとは限らない。~~　トル