2.6 2の補数表現

⌘ $n+m$ ビットの2の補数表現された固定小数点数は，次式で表せる

（1）　$N=(b_{n-1}\ b_{n-2}\ \cdots\ b_1\ b_0.b_{-1}\ b_{-2}\ \cdots\ b_{-m})_2^{2C}=-b_{n-1}\cdot 2^{n-1}+\sum_{i=-m}^{n-2} b_i\cdot 2^i$

⌘ 4 ビットの固定小数点整数の表現の違い

10進数 N	S&M	2C	1C	bias8	bias7
8	XX	XX	XX	XX	1111
7	0111	0111	0111	1111	1110
6	0110	0110	0110	1110	1101
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	0001	0001	0001	1001	1000
0	0000	0000	0000	1000	0111
−0	1000	XX	1111	XX	XX
−1	1001	1111	1110	0111	0110
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
−6	1110	1010	1001	0010	0001
−7	1111	1001	1000	0001	0000
−8	XX	1000	XX	0000	XX

整数部および小数部がそれぞれ n ビットおよび m ビットの2の補数表現を用いた固定小数点数 $N=(b_{n-1}\cdots b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2^{2C}$ は，図の式(1) の値を示す。MSB が 0（正の数）のときに，これが成り立つことは明らかであるから，MSB＝1（負の数）の場合について考えると，$(b_{n-1}\cdots b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2$ は，$|N|$ の2の補数 $2^n-|N|$ になっているから，$(b_{n-1}\ \cdots\ b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2=2^n-|N|$ が成り立つ。したがって，次式より $b_{n-1}=1$ であるから，式(1)が導ける。

$$N=-|N|=-2^n+(b_{n-1}\cdots b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2=-2\cdot 2^{n-1}+b_{n-1}\cdot 2^{n-1}+\sum_{i=-m}^{n-2} b_i\cdot 2^i$$

整数部および小数部が，それぞれ n ビットおよび m ビットの固定小数点数 N と N の2の補数 N^{C2} との間の $N+N^{C2}=2^n$ という関係は，最上位ビットの 2^n を無視すれば，$n+m$ ビットがすべて 0 の数になるということを意味するから，N^{C2} を $-N$ のように扱えることを示唆する。これにより，減算を2の補数を加算することにより実行することができる。そのため，固定小数点表示では2の補数表現を用いることが多い。

1の補数表現（1's complement representation）は2の補数表現と同じであるが，負の数を1の補数を用いて表す点が異なる。すなわち，MSB が符号ビットでそれが 0 の場合，非負の数が通常の2進数と同じように表されている。しかし MSB が 1 の場合，数 N は負であり，$n+m$ ビットは表したい数 N の絶対値 $|N|$ の1の補数 $(2^n-1\cdot 2^{-m})-|N|$ になっている。すなわち，1の補数表現された固定小数点数 $N=(b_{n-1}\ \cdots\ b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2^{1C}$ は次の値を示す。

$$b_{n-1}=0 \text{ のとき，} N=(b_{n-1}\cdots b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2^{1C}=\sum_{i=-m}^{n-2} b_i\cdot 2^i$$

$$b_{n-1}=1 \text{ のとき，} N=(b_{n-1}\cdots b_1\ b_0.b_{-1}\cdots b_{-m})_2^{1C}=-2^{n-1}+2^{-m}+\sum_{i=-m}^{n-2} b_i\cdot 2^i$$

1の補数表現を用いると，−0 を表すビット系列 $(1\ 0\ \cdots\ 0)_2^{1C}$ が生じてしまう。この −0 は，符号絶対値表現を用いた場合にも生じる。

表に，4 ビットの固定小数点整数における表現の違いを示す。表中の XX は，4 ビットの場合には，10 進整数 N を表すビット系列がないことを表す。